

## @Programmazione Matematica

Dato un insieme  $F$ , un intorno è

- A. L'insieme di tutti i sottoinsiemi di  $F \rightarrow 2^F$
- B. L'insieme dei punti di  $F$  a distanza minore di  $\epsilon$  da un punto  $x$  di  $F \rightarrow$  intorno euclideo
- C. Una funzione  $N: F \rightarrow 2^F$
- D. Una combinazione convessa di due punti  $x$  e  $y$  di  $F \rightarrow w = \lambda x + (1-\lambda)y$
- E. Nessuna di queste

Si consideri un problema di ottimizzazione  $(F, d)$  ed un intorno  $N$ . La proprietà che se un punto  $f$  di  $F$  è localmente ottimo rispetto ad  $N$  allora  $f$  è l'ottimo assoluto implica

- A. che  $N$  è un intorno esatto
- B. che  $N$  è un intorno euclideo
- C. che  $N$  è un intorno non euclideo
- D. nessuna di queste caratterizzazioni
- E. che  $N$  è un intorno convesso

NON  
LIN. IMP  
INDIP.

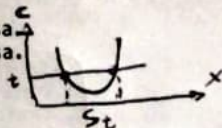
Facendo variare  $\lambda$  fra 0 e 1, la combinazione convessa di due punti  $x$  ed  $y$  descrive

- A. tutti i punti della semiretta che origina in  $x$  e passa per  $y$
- B. tutti i punti della retta passante per  $x$  ed  $y$
- C. tutti i punti del segmento  $[x, y]$  perché  $x$  e  $y$  gli estremi
- D. il punto centrale del segmento  $[x, y]$
- E. tutti i punti della semiretta che origina in  $y$  e passa per  $x$

ASS. 0  
ASS. 2  
ASS. 1

Data una funzione  $f$  convessa su un insieme  $S$  convesso, la corda che unisce due punti della funzione:

- A. coincide con un flesso della funzione.
- B. sta al di sotto della funzione ma non coincide mai con essa.
- C. sta al di sopra della funzione ma non coincide mai con essa.
- D. sta al di sopra della funzione o è con essa coincidente.
- E. sta al di sotto della funzione o è con essa coincidente.



Dati una funzione convessa definita su un insieme  $S$  convesso ed una soglia  $t$ , il sottoinsieme di punti  $x$  di  $S$  in cui  $f(x) \leq t$ :

- A. è concavo
- B. è un intorno euclideo
- C. è convesso
- D. è un intorno esatto
- E. è il complemento di  $S$

$\downarrow$   
g. convessa se  $-g(x)$  è  
convessa su  $S$

intorno euclideo se per ogni  $x$  esiste un  
problema  $(F, c)$  con  $f$  convessa e  $c$  convessa su  $F$   
x qualunque  $\epsilon > 0$

## @Programmazione Lineare

Un insieme di colonne di una matrice intera  $A$   $m \times n$  non è linearmente indipendente se:

Se problema MIN: spostare retta in direzione opposta rispetto gradient  
MAX: delle gradient



problema di programmazione lineare se  $f$  è convessa,  $f$  ha linearità e  $f$  è lineare

- A. la loro combinazione lineare che produce il vettore nullo ha tutti i coefficienti nulli LIN. IND.
  - B. ogni colonna può essere espressa come combinazione lineare delle altre
  - C. la sottomatrice corrispondente non è singolare e invertibile
  - D. il determinante della matrice corrispondente è diverso da zero
  - E. nessuna colonna può essere espressa come combinazione lineare delle altre
- LIN. IND.

Un insieme di  $m$  colonne di una matrice intera  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  è linearmente indipendente se:

NON  
LIN. IND.  
INDIP.

- A. la sottomatrice corrispondente è singolare e non invertibile
- B. il determinante della matrice corrispondente è nullo.
- C. al massimo una colonna può essere espressa come combinazione lineare delle altre.
- D. una loro combinazione lineare con coefficienti non tutti nulli può produrre il vettore nullo.
- E. nessuna colonna può essere espressa come combinazione lineare delle altre.

Quale di queste non è un'assunzione che l'algoritmo del Simplex deve verificare prima di poter operare?

ASS. 0  
ASS. 2  
ASS. 1

- A. Si considera sempre la forma standard con  $m < n$ .
- B. La regione ammissibile  $F$  non è vuota.
- C. La matrice  $A$  contiene  $m$  colonne linearmente indipendenti, ha cioè rango  $m$ .
- D. La SBA iniziale non deve essere degenera. *ASS. 3* *regione ammissibile limitata nella direzione di crescita (sol. non tende a  $-\infty$ )*
- E. Nessuna di queste.

Una variabile libera in segno può essere sostituita equivalentemente da:

- A. la differenza fra una variabile non positiva ed una non negativa.
- B. la differenza fra due variabili non negative.  $x_j = x_j^+ - x_j^-$  *Entrambe  $\geq 0$*
- C. la somma di due variabili non positive.
- D. la somma di due variabili non negative.
- E. la differenza fra una variabile non negativa e una non positiva.

Un vincolo espresso come  $Ax = b$  in forma standard equivale, in forma canonica, a

- A.  $Ax \leq b, Ax \geq b$
- B.  $Ax < b$
- C.  $Ax > b$
- D.  $Ax \geq b, Ax < b$
- E. Nessuna di queste

Dati un vettore di parametri  $a$  ed un vettore di incognite  $x$ , una disequazione della forma  $a'x \leq b$  è equivalente a

- A.  $a'x \leq b, a'x + s = b, s \geq 0$ .
- B.  $a'x - s = b, s \geq 0$ .

↓  
surplus

gradiente



variabile surplus nel caso  
 $a'x - s = b \leftarrow a'x \geq b \text{ con } s \geq 0$

- C.  $a'x + s = b, s \leq 0$ .  
 D.  $a'x + s = b, s \geq 0$ .  
 E. Nessuna di queste.  
 D
- variabile slack

Si consideri un sistema di equazioni lineari della forma  $Ax = b$ , con A matrice  $m \times n$  di rango m. Il sistema ha

- A. infinite soluzioni se  $m = n$   $\rightarrow m > n$  non ha sol.  
 B. infinite soluzioni se  $m > n$   
 C. una sola soluzione se  $m = n$   $\rightarrow m = n$  una sola sol.  
 D. una sola soluzione se  $m > n$   
 E. nessuna delle precedenti  $\rightarrow m < n$   $2^{n-m}$  sol.  
 C

Cosa è una base di una matrice A?

- A. Un sottoinsieme di colonne di A. non basta, non c'è m col. LIN. IND.  
 B. Un sottoinsieme di colonne di A linearmente indipendenti. non basta  
 C. Un sottoinsieme di m colonne di A (m rango di A). non c'è LIN. IND.  
 D. Un sottoinsieme di m colonne di A linearmente indipendenti (m rango di A).  
 E. Nessuna di queste.  
 D

Data una matrice intera  $A \ m \times n$ , una sua base è costituita da

- A. un insieme di m colonne  
 B. un insieme di m colonne linearmente indipendenti  
 C. un insieme di m colonne la cui matrice quadrata corrispondente è singolare  
 D. un insieme di m colonne linearmente indipendenti NO!  
 E. nessuna di queste  
 B

Una soluzione base corrispondente ad una sottomatrice base B di una matrice  $A \ m \times n$  si ottiene:

- A. azzerando tutte le variabili e risolvendo il sistema risultante  
 B. azzerando le variabili base e risolvendo il sistema risultante  
 C. azzerando le variabili fuori base e risolvendo il sistema risultante  
 $\rightarrow$  nella colonna  $x_0$   
 D. dando un valore non nullo alle variabili fuori base e risolvendo il sistema risultante  
 E. nessuna di queste  
 C

Quale tra le seguenti è la definizione di politopo? che è sulla regione ammissibile di LP problema

- A. Regione in cui la combinazione convessa di ciascun punto appartiene sempre alla regione.  
 B. Intersezione di un numero finito di semispazi.  
 C. Combinazione convessa di un numero finito di vertici.  
 D. Regione ammissibile che ha come punti ottimi i vertici.  
 E. Nessuna di queste.  
 B

Sia P un politopo, H un generico iperpiano, HS uno dei due semispazi generati da H. Insieme dei punti  $f =$  intersezione tra P e HS è



detta:

- A. Politopo convesso ammissibile
  - B. Regione ammissibile
  - C. Faccia del politopo se  $f$  non vuoto e contenuto in  $H$
  - D. Insieme di punti ottimi contenuti in  $H$
  - E. Nessuna di queste
- C

Relativamente all'affermazione 'ogni punto di un politopo è combinazione convessa dei vertici': *e viceversa*

- A. Vale solo in caso di vertici ottimi.
- B. E' corretta.
- C. Vale solo se la combinazione è stretta.
- D. E' errata.
- E. Nessuna di queste.

B

$\rightarrow 0 \leq \lambda \leq 1$ , NON  $0 \leq \lambda \leq 1$

La combinazione convessa stretta di due punti distinti  $x$  ed  $y$  di un politopo convesso è:

- A. un vertice del politopo.
- B. un punto del politopo non coincidente con un vertice.
- C. il punto centrale del politopo. *non per forza*
- D. un punto esterno al politopo. *no, è dentro per forza, nessun vertice però*
- E. Nessuna di queste.

B

Dato un politopo  $P$  definito dai vincoli di un LP, condizione necessaria e sufficiente perché un punto sia un vertice è che:

- A. La sua combinazione convessa con un qualunque altro punto del politopo appartenga ancora al politopo.
- B. La relativa soluzione  $x$  abbia componenti positivi.
- C. Il politopo sia limitato e non vuoto.
- D. La corrispondente soluzione  $x$  sia una soluzione base ammissibile. *SBA*
- E. Nessuna di queste.

D

Quale tra queste affermazioni è errata?

- A. Ogni punto del politopo è combinazione convessa dei vertici.
- B. Ogni combinazione convessa dei vertici è un punto del politopo.
- C. Un vertice è combinazione convessa stretta di due punti distinti del politopo. *perché stretta richiede i vertici  $0 \leq \lambda \leq 1$*
- D. Un vertice non è combinazione convessa stretta di due punti distinti del politopo.
- E. Nessuna di queste.

C

Quale tra queste affermazioni è errata?

- A. L'intersezione di un numero finito di iperpiani è un politopo (convesso).
- B. La dimensione di un politopo è la minima dimensione di uno spazio che lo può contenere.
- C. Una faccia di dimensione 1 viene detta spigolo.
- D. Un vertice non è combinazione convessa stretta di due punti distinti del politopo.

*perché è giusto con semi spazi!*



E. Nessuna di queste.

Dato il politopo definito dai vincoli di un LP, una combinazione convessa di vertici ottimi è:

- A. ottima solo se la combinazione convessa è stretta
- B. non ottima
- C. ottima sotto particolari condizioni
- D. sempre ottima
- E. nessuna di queste

Una SBA si dice degenerare se:

- A. Contiene più di  $m-n$  variabili con valore zero.
- B. Contiene più di  $n-m$  variabili con valore zero.
- C. Esistono fuori base variabili con valore zero.
- D. Non c'è nessuna variabile con valore zero.
- E. Nessuna di queste

*a)  $n-m$  sono le variabili fuori base,  $m$  quelle in base*  
*a)  $m$  righe,  $n$  colonne*  
*es.  $3=m$  se  $5-3=2$*   
 *$S=n$*   
*se esistono 2+1 variabili con valore zero nel punto  $x=()$*

Se due basi producono la stessa soluzione base ammissibile  $x$ , allora  $x$  contiene:

- A. meno di  $n$  zeri.
- B.  $n-m$  zeri.
- C. meno di  $n-m$  zeri.
- D. più di  $m$  zeri.
- E. più di  $n-m$  zeri.

*come sopra*

Quale di queste affermazioni è errata?

- A. Un insieme  $S$  si dice convesso se dati due qualunque punti di  $S$ , prop. 2.1 la combinazione convessa di questi appartiene ancora ad  $S$ .
- B. Una funzione  $c$  si dice convessa su un insieme convesso  $S$  se il valore della funzione nella combinazione convessa di due qualunque punti di  $S$  è maggiore o uguale alla combinazione convessa del valore della funzione nei due punti. prop. 2.2
- C. Dato un qualunque problema LP, esiste sempre un vertice ottimo.
- D. Se due basi distinte producono la stessa SBA  $x$ , allora  $x$  è degenera. con minore uguale
- E. Nessuna di queste.

Quale tra queste affermazioni è errata?

- A. Ogni combinazione convessa di vertici ottimi è ottima.
- B. Dato un LP non è detto che esista un punto ottimo; se esiste allora questo è un vertice. *esiste sempre un vertice ottimo (esiste SBA ottimo)*
- C. L'insieme dei vincoli di un LP è un politopo.
- D. La regione ammissibile di un LP è un politopo.
- E. Nessuna di queste.

@Algoritmo del Simplexso



Se  $y_{ij}$  è minore o uguale a 0 per ogni  $i$ , in relazione a  $\theta$ , cosa succede?

- A. Viene violata assunzione 0 (forma standard con  $m < n$ ).
- B. Viene violata assunzione 1 (A di rango  $m$ ).
- C. Viene violata assunzione 2 (F non vuota).
- D. Viene violata assunzione 3 (F limitata in direzione di  $\theta$ ). *pag. 41 OSS.2*
- E. Nessuna di queste. *degenera verso - $\infty$*

Cosa significa se nel calcolo di  $\theta$  max c'è un caso di parità?

- A. La soluzione attuale era degenera.
- B. La nuova soluzione è degenera. *pag. 41 OSS.1*
- C. La nuova soluzione avrà costo maggiore.
- D. Niente di particolare, si prosegue scegliendo l'indice minimo.
- E. Nessuna di queste.

In un tableau del simplesso primale, gli elementi della colonna 0 righe da 1 a  $m$ :

- A. contengono i valori attuali delle sole variabili base, *fuori base nulli*
- B. sono tutti nulli
- C. contengono i valori attuali di tutte le variabili, *solo in base*
- D. contengono i costi relativi *solo le colonne fuori base in riga 0*
- E. contengono i valori ottimi delle sole variabili base *ottimi solo alla fine*

Cosa contiene il tableau a qualunque iterazione?

- A. Rappresentazione compatta dei coefficienti del sistema  $AX = b$ .
- B. Informazioni sui costi e valori delle soluzioni di base ammissibili.
- C. Rappresentazione compatta dei vincoli di un problema di LP.
- D. Rappresentazione compatta dei valori delle soluzioni.
- E. Nessuna di queste.

Quale colonna conviene far entrare in base in un cambiamento di base?

- A. Colonna con tutti elementi positivi.
- B. Colonna con costo relativo positivo.
- C. Colonna con costo relativo negativo.
- D. Colonna con tutti elementi negativi.
- E. Nessuna di queste.

In un tableau del simplesso primale, gli elementi della riga 0 (colonne da 1 a  $n$ ):

- A. sono tutti nulli.
- B. possono avere segno qualunque. *Sia neg, sia nulli che pos*
- C. sono tutti non negativi. *NON HA SENSO, come far uscire base con costo neg. altrimenti?*
- D. sono tutti positivi o nulli.
- E. Nessuna di queste.



e in ogni colonna fuori base, il costo relativo della colonna stessa (in base costi = 0)

Cosa contiene un tableau nella posizione di riga 0 e colonna 0?

- A. Costo relativo della colonna 0.
- B. Il valore  $z_0$  della soluzione base attuale.
- C. Il profitto della colonna 0.
- D. L'opposto di  $z_0$  della soluzione base attuale.
- E. Nessuna di queste.

Cosa dice il criterio di ottimalità?

- A. Se il costo relativo  $j$ -esimo è maggiore o uguale a 0 per ogni  $j$ , allora la soluzione attuale è ottima.
- B. Se il costo relativo  $j$ -esimo è positivo per ogni  $j$ , allora la soluzione attuale è ottima. *deve essere  $\geq 0$  non solo  $> 0$*
- C. Se i valori delle variabili base sono tutti positivi o nulli, allora la soluzione attuale è ottima. *No! I costi devono essere  $\geq 0$*
- D. Se il valore  $z_0$  è negativo, allora la soluzione attuale è ottima.
- E. Nessuna di queste.

A

Cosa afferma la regola di Dantzig? *velocità di convergenza, ma può essere degenerazione ciclica*

- A. Entra in base la colonna  $A_j$  con il costo  $C_j$  più negativo.
- B. Entra in base la colonna  $A_j$  di indice minimo con costo  $C_j$  negativo. *BLAND senza caso di parità*
- C. Entra in base la prima colonna  $A_j$  con costo  $C_j$  negativo. In caso di parità, esce dalla base la colonna  $A_j$  di indice minimo. *BLAND*
- D. Esce dalla base la colonna  $A_j$  con il costo  $C_j$  più negativo. *per forza entra, non esce*
- E. Nessuna di queste

A

Nell'operazione di pivoting del simplesso primale, in caso di parità nella scelta del pivot, la nuova soluzione base:

- A. può essere peggiore della soluzione base attuale. *non cambia nulla*
- B. coincide sempre con la soluzione base attuale. *al massimo si può evitare il rischio di degenerazione ciclica inserendo casualità*
- C. non è mai degenerare.
- D. può essere non ammissibile. *o indice minimo*
- E. Nessuna di queste.

E

Nell'algoritmo del simplesso primale, utilizzare ad ogni iterazione la regola di Dantzig:

- A. non garantisce nulla *c'è rischio di cycling*
- B. garantisce la convergenza dell'algoritmo nel numero minimo di iterazioni
- C. garantisce la convergenza dell'algoritmo mediamente solo una grande velocità
- D. garantisce il massimo decremento locale del valore della soluzione *NO*
- E. nessuna di queste

Sia  $v$  il vertice del politopo corrispondente alla base attuale B. Se B è degenerare, un'operazione di pivoting del simplesso primale sposta la soluzione ad un vertice, che è:

- A. sempre diverso da  $v$ .
- B. diverso da  $v$  oppure coincidente con  $v$ , dipende dal tableau *pag 59*



attuale.

- C. coincidente con  $v$  se il determinante di  $B$  è nullo.
  - D. sempre coincidente con  $v$ .
  - E. diverso da  $v$  purché il determinante di  $B$  sia positivo.
- B

Sia  $v$  il vertice del politopo corrispondente alla base attuale  $B$ . Se  $B$  non è degenere, un'operazione di pivoting del semplice so primale sposta la soluzione ad un vertice che è:

- A. diverso da  $v$  oppure coincidente da  $v$ , non si può dire
  - B. coincidente con  $v$  se il determinante di  $B$  è nullo
  - ☒ C. sempre diverso da  $v$  pag 48
  - D. diverso da  $v$  purché il determinante di  $B$  sia positivo
  - E. coincidente con  $v$  se il determinante di  $B$  è non negativo
- C

In cosa consiste la Fase 1 dell'algoritmo del Simple so?

- A. Eliminare le variabili artificiali.
  - B. Minimizzare la funzione obiettivo originale.
  - ☒ C. Determinare una SBA iniziale. *X avere matrice IO pronta*
  - D. Azzerare i costi relativi originali.
  - E. Nessuna di queste.
- C

Nel metodo delle due fasi, se al termine della fase 1 la soluzione ha valore negativo: *NON PUÒ MA CAPITARE perché var. art. > 0*

- A. si è ottenuta una soluzione base ammissibile per il problema originale. *(se costo nullo se variabile artificiale fuori base)*
  - B. significa che la soluzione ottima è illimitata.
  - C. significa che il problema originale è impossibile.
  - D. si è trovata la soluzione ottima del problema originale. *(al termine della FASE 2)*
  - ☒ E. Nessuna di queste.
- E

Se la soluzione del problema artificiale della fase 1 del semplice so ha valore nullo: *→ CASO OTTIMO*

- ☒ A. E' sempre possibile proseguire con la fase 2, a patto di eliminare le variabili artificiali, sostituire la funzione obiettivo con quella del costo originale e azzerare i costi relativi in corrispondenza delle basi o ridurre la dimensione della base.
  - B. Non è detto che sia sempre possibile proseguire con la fase 2. *No*
  - C. Si prosegue con la fase 2 senza nessun tipo di operazione preliminare. *si deve avere var. art. fuori base*
  - D. Il problema originale non ha soluzione ammissibile. *No solo se costo > 0*
  - E. Nessuna di queste.
- A

Cosa significa se la soluzione del problema artificiale ha valore positivo?

- A. Violata assunzione 0 (forma standard con  $m < n$ ).
- B. Violata assunzione 1 (A di rango  $m$ ).
- ☒ C. Violata assunzione 2 (F non vuota). *perché non ha sol. ammissibile*
- D. Violata assunzione 3 (F limitata in direzione di decrescenza della funzione obiettivo).



E. Nessuna di queste.  
C

Nel metodo delle due fasi, se al termine della fase 1 la soluzione ha valore positivo

- A. significa che la soluzione ottima è illimitata
- B. sotto determinate condizioni si è ottenuta una soluzione base ammissibile per il problema originale
- C. si è trovata la soluzione ottima del problema originale
- D. si è ottenuta una soluzione base ammissibile per il problema originale
- E. significa che il problema è impossibile

Se un tableau del simplesso primale corrisponde alla soluzione ottima:

- A. gli elementi della riga 0 sono tutti non negativi.
- B. gli elementi della colonna 0 sono tutti non negativi.
- C. gli elementi della riga 0, colonne da 1 a n, sono tutti positivi.
- D. gli elementi della riga 0, colonne da 1 a n, sono tutti non negativi.
- E. Nessuna di queste.

*colonna zero esclusa  $\geq 0$*

#### @Dualità

Ad una variabile primale non negativa corrisponde

*variabile  $x_j \geq 0$   
non  $x_j \geq b$  (è vincolo)*

A. nessuna di queste

B. un vincolo duale della forma  $\pi^* a \leq c$

C. un vincolo duale nella forma  $\pi^* a = c$

D. una variabile duale non negativa

E. una variabile duale libera (non ristretta in segno)

B

*primale vincolo uguaglianza  
 $ax=b$*

Quale tra queste affermazioni è falsa rispetto ad una corrispondenza primale-duale?

A. Ai costi corrispondono condizioni su variabili e viceversa.

B. I vincoli sono dati dalle righe di A per il primale, dalle colonne di A per il duale. *OK*

C. Ai costi corrispondono i termini noti e viceversa. *OK*

D. Ad un vincolo corrisponde una condizione su una variabile e viceversa.

E. Nessuna di queste.

A

Se un problema di programmazione lineare (primale) ha soluzione ottima finita, allora:

A. Il suo duale non è detto che abbia soluzione ottima finita.

B. Anche il suo duale ha soluzione ottima finita e i valori delle soluzioni coincidono.

C. Anche il duale ha soluzione ottima finita, ma non è detto che i valori delle soluzioni coincidano.

D. Anche il duale ha soluzione ottima finita, ma i valori delle due

*il costo delle sol. primale è  $>$ , a quella del duale (5.6), ma soluzioni coincidono*



IMPOSSIBILE quando primale e duale hanno  
vincoli contraddittori

①

soluzioni non coincidono.  
E. Nessuna di queste

Coppie possibili: DUALE IMPOSSIBILE e  
PRIMALE ILLIMITATO, DUALE

② ILLIMITATO e PRIMALE IMPOSSIBILE,

③ DUALE IMPOSSIBILE e PRIMALE IMPOSSIBILE

Quale può essere una possibile coppia di problemi primale-duale?

- A. Primale ottimo finito / Duale illimitato.
- B. Primale Illimitato / Duale Illimitato.
- C. Primale impossibile / Duale illimitato.
- D. Primale ottimo finito / Duale impossibile.
- E. Nessuna di queste.

DUALE non può avere  
sol. a  $+\infty$  ~~perché~~ se  
primale primo tende  
a  $-\infty$  (5.6), se primale  
impossibile allora OK

La situazione "primale illimitato" e corrispondente "duale  
illimitato":

- A. dipende dal gradiente della funzione obiettivo del primale.
- B. non può mai verificarsi.
- C. può verificarsi sotto determinate condizioni.
- D. dipende dai gradienti delle due funzioni obiettivo.
- E. si verifica sempre.

Quando un primale è illimitato, la situazione "corrispondente duale  
impossibile":

- A. dipende dai gradienti delle due funzioni obiettivo
- B. non può mai verificarsi
- C. può verificarsi sotto determinate condizioni
- D. dipende dal gradiente della funzione obiettivo
- E. si verifica sempre

Il lemma di Farkas:

- A. Ha colto con grande anticipo l'essenza della dualità.
- B. Ha colto con grande anticipo l'essenza della programmazione  
intera.
- C. Offre una solida dimostrazione sull'efficienza dell'algoritmo del  
simplexso.
- D. Identifica la relazione tra l'ammissibilità del primale e  
l'impossibilità del duale.
- E. Nessuna di queste

A

I D N oppure P U

Il teorema degli scarti complementari afferma:

- A. Per ogni  $i$  da 1 a  $m$ , l' $i$ -esima variabile duale è nulla o l' $i$ -  
esimo vincolo primale è soddisfatto con uguaglianza.
- B. Per ogni  $j$  da 1 a  $n$ , il  $j$ -esimo vincolo primale deve essere  
soddisfatto con uguaglianza o la  $j$ -esima variabile duale deve essere  
nulla.
- C. per ogni  $i$  da 1 a  $m$ , l' $i$ -esima variabile primale è nulla o l' $i$ -  
esimo vincolo duale è soddisfatto con uguaglianza.
- D. Per ogni  $j$  da 1 a  $n$ , i  $j$ -esimi vincoli primali e duali devono  
essere soddisfatti con uguaglianza.
- E. Nessuna di queste.

A

J # D U oppure P N

oppure

per ogni  $j$ , o il  $j$ -esimo vincolo duale è  
soddisfatto con uguaglianza o la  $j$ -esima  
variabile primale è nulla



In un problema di programmazione lineare con  $m$  vincoli ed  $n$  variabili, le condizioni di ortogonalità (complementary slackness)

- A. sono  $m-n$ .
- ☒ B. sono  $m+n$ .
- C. sono  $m$ .
- D. sono  $m*n$ .
- E. sono  $n$ .

pag. 74

Le condizioni di ortogonalità (complementary slackness) di una coppia primale-duale garantiscono:

- A. l'ammissibilità di due soluzioni, una primale e una duale
- ☒ B. l'ottimalità di due soluzioni ammissibili, una primale e una duale
- C. l'ottimalità di due soluzioni, una primale e una duale, anche se non ammissibili
- D. l'ottimalità di una soluzione primale e del suo complemento
- E. nessuna di queste

In un tableau del simplesso duale, gli elementi della riga 0 (colonna da 1 a  $n$ ):

- ☒ A. sono tutti positivi o nulli.
- B. sono tutti positivi.
- C. sono tutti negativi.
- D. sono tutti nulli.
- E. Nessuna di queste.

nel primale possiamo essere di qualsiasi segno, qui MAI NEGATIVI

In un tableau del simplesso duale, i costi relativi si trovano:

- A. nella riga 0, colonne corrispondenti alla base
- ☒ B. nella riga 0, colonne non corrispondenti alla base
- C. nella colonna 0, righe non corrispondenti alla base
- D. in nessuna di queste posizioni
- E. nella colonna 0, nelle righe corrispondenti alla base

in base sempre  $\text{costi} = 0$

Nell'algoritmo del simplesso duale: PAG 77

- A. Scegliamo una riga  $i \geq 1$ , corrispondente ad un  $y_{i0}$  frazionario (NON è Branch o GOMORY)
- B. Il pivoting deve annullare la  $y_{i0}$  scelta, deve rendere  $\frac{y_{i0}}{a_{ij}}$  intero
- C. Si inizia con una base ammissibile per il primale ma non per il duale (sarebbe l'opposto)
- ☒ D. La scelta del pivot garantisce il minimo aumento del valore della soluzione
- E. Nessuna di queste

sarebbe  $< 0$

La scelta del pivot del simplesso duale viene determinata da:

- A. un minimo tra rapporti di valore positivo
- B. un minimo tra rapporti di valore negativo
- ☒ C. un massimo tra rapporti di valore negativo
- D. un massimo tra rapporti di valore positivo
- E. nessuna di queste

nel primale era un minimo tra rapporti di valore positivo



Cosa succede se, dopo aver individuato la riga con elemento in colonna 0 negativo, nell'algoritmo del simplesso duale ogni elemento di quella riga è positivo o nullo?

- A. Duale impossibile, Primale illimitato.
- B. Duale illimitato, Primale impossibile. *pag. 78*
- C. Duale impossibile, Primale impossibile.
- D. Duale illimitato, Primale illimitato.
- E. Nessuna di queste.

Nell'algoritmo del simplesso duale, sia  $a_i$  ( $i > 0$ ) una riga corrispondente ad un valore negativo in colonna 0. Se tutti i coefficienti di tale riga sono positivi o nulli, ciò implica che:

- A. Il sistema  $Ax = b$  è ridondante.
- B. il problema è impossibile. *perché duale illimitato e quindi PRIMALE (sol. problema) IMPOSSIBILE*
- C. la soluzione attuale è ottima.
- D. il problema ha soluzione illimitata.
- E. Nessuna di queste.

Relativamente al prezzo ombra:

- A. Il valore ottimo della variabile  $x_i$  fornisce il prezzo ombra della risorsa associata al vincolo  $i$ .
- B. Il prezzo ombra della risorsa  $i$  identifica il valore della soluzione ottima duale.
- C. Il valore ottimo della variabile duale  $\pi_i$  identifica il prezzo ombra della risorsa associata al vincolo  $i$ .
- D. Il prezzo ombra della variabile duale  $\pi_i$  indica il modo per capire se una base con coefficienti diversi è ancora ottima.
- E. Nessuna di queste.

Relativamente al simplesso duale, quale tra le seguenti affermazioni è errata?

- A. Vogliamo che il pivoting renda positiva  $y_{i0}$  (notato  $\theta$ ) in colonna 0
- B. Si inizia con una base ammissibile per il primale e vogliamo trovare la soluzione ottima duale. *(L'OPPOSTO)*
- C. Vogliamo eliminare le inammissibilità contenute nel tableau.
- D. Il pivoting deve portare il valore 0 in  $y_{i0}$ .
- E. Nessuna di queste.

@Programmazione Lineare Intera

Relativamente ad un problema ILP e il suo rilassamento continuo LP

- A.  $z(ILP) \geq z(LP)$
- B.  $z(ILP) \leq z(LP)$
- C.  $z(ILP) < z(LP)$
- D.  $z(ILP) > z(LP)$
- E.  $z(ILP) = z(LP)$

*chiaramente minore perché va ad eliminare con tagli*



Relativamente ad un problema ILP e il suo rilassamento continuo LP

- A.  $z(LP) \geq z(ILP)$
- B.  $z(LP) \leq z(ILP)$
- C.  $z(LP) > z(ILP)$
- D.  $z(LP) < z(ILP)$
- E.  $z(LP) = z(ILP)$

Una matrice  $m \times n$  è totalmente unimodulare se:

- A. ogni sottomatrice quadrata ha determinante di valore  $+1$  o  $-1$ .
- B. ogni sottomatrice quadrata ha determinante di valore unitario.
- C. il suo determinante ha valore unitario.
- D. il suo determinante vale  $0$ ,  $+1$  o  $-1$ .
- E. Ogni sottomatrice quadrata ha determinante di valore  $0$ ,  $+1$  o  $-1$ .

per solo UM se  $\det = \pm 1$  e matrice quadrata ( $m \times m$ )

Se A è totalmente unimodulare, relativamente a problemi ILP:

- A. Il simplesso risolve problemi in tutte le forme.
- B. Il simplesso risolve solo problemi in forma standard. (sì, ma anche canonica)
- C. Il simplesso risolve problemi in forma standard e canonica, ma non in forma generale.
- D. Il simplesso risolve i problemi in forma standard e generale, ma non in forma canonica.
- E. Nessuna di queste.

Scelta una riga generatrice, un taglio di Gomory impone che

- A. la somma delle parti frazionarie delle variabili fuori base sia non maggiore della parte frazionaria del termine noto
- B. la somma delle parti frazionarie delle variabili base sia non maggiore della parte frazionaria del termine noto
- C. la somma delle parti frazionarie delle variabili base sia non minore della parte frazionaria del termine noto
- D. la somma delle parti frazionarie delle variabili fuori base sia non minore della parte frazionaria del termine noto
- E. nessuna delle precedenti

$x_1$  in base  
 $x_2$   
 $x_5$

Aggiungendo un taglio di Gomory al tableau finale di un LP con  $y_0$  non intero

- A. Si elimina al più un punto intero ammissibile non ottimo
- B. Il nuovo tableau contiene una base ammissibile ma non ottima per il primale
- C. Il nuovo tableau contiene una base non ammissibile per il primale ma ammissibile per il duale
- D. Si elimina almeno una soluzione ammissibile
- E. Nessuna di queste

e non si elimina alcun punto

$$x_2 \left( \frac{2}{3} - 0 \right) + x_4 \left( \frac{2}{3} - 0 \right) \geq \frac{22}{3} - \left\lfloor \frac{22}{3} \right\rfloor$$

se in colonna 0 c'è valore frazionario non intero

L'aggiunta al tableau del taglio di Gomory relativo ad una riga generatrice frazionaria produce una soluzione (un tableau) che:

- A. soddisfa il vincolo di integrità ma non è ottima.
- B. soddisfa il criterio di ottimalità ma non è ammissibile. (cio non è intero)
- C. è ammissibile ma non è intera.

non si elimina alcun punto intero ammissibile e si ha base non ammissibile x PRIMALE, ma ammissibile x DUALE



- D. è ammissibile ma non soddisfa il criterio di ottimalità.  
E. Nessuna di queste.  
B

Sia P il problema ILP e L(P) il suo rilassamento continuo. Se L(P) è illimitato, allora:

- A. P è sempre impossibile  
B. non si può dire nulla su P  
C. P è sempre illimitato  
D. P è illimitato salvo casi molto particolari in cui P può essere impossibile  
E. nessuna di queste  
D

pag. 104

Sia P un problema di programmazione lineare intera e L(P) il suo rilassamento continuo. Se L(P) è impossibile, allora

- A. P è impossibile salvo casi molto particolari  
B. non si può dire nulla su P  
C. P è sempre impossibile  
D. P è illimitato  
E. nessuna di queste  
C

pag. 107  
 $Q \leq 18$   
 $14 \leq 15$   
 $z=15$   
 $z=14$   
 ucciso

In un algoritmo branch-and-bound per un problema di massimizzazione, sia U l'upper-bound del nodo corrente. Il nodo viene ucciso se:

- A. U è minore o uguale al valore della soluzione ottima corrente  
B. U è minore o uguale al valore della soluzione ottima finale  
C. U è maggiore o uguale al valore della soluzione ottima corrente  
D. U è maggiore o uguale al valore della soluzione ottima finale  
E. nessuna di queste  
A

pag. 109  
 $[L_k] \geq z$   
 nel caso di problemi di minimizzazione.

Dopo aver inserito i vincoli del procedimento Branch-and-Bound nel tableau:

- A. Si prosegue sempre con il simplesso primale.  
B. Si prosegue sempre con il simplesso duale.  
C. Si può proseguire sia con il simplesso primale che con il simplesso duale.  
D. Si prosegue con la Fase 1 del simplesso primale.  
E. Nessuna di queste.  
B

perché in colonna 0 costo negativo

Nel Forward Step della strategia di esplorazione Depth-First

rivisitata:

- A. Si generano tutti i figli di  $P_0$  e si prosegue. BREATH-FIRST  
B. Si calcola  $L_0$ , si rimuove dai nodi attivi il nodo con più basso lower bound, si generano i suoi figli e ne si calcolano i lower bound, aggiornando quello migliore. LOWER-FIRST  
C. Si genera un figlio dell'ultimo nodo  $P_k$  generato finché si ottiene una soluzione immediatamente risolubile e si aggiorna eventualmente  $z$ . DEPTH-FIRST  
D. Si generano tutti i figli del nodo attuale, si calcolano i loro lower bound, si prosegue l'esplorazione dal figlio con minimo lower bound. DEPTH-FIRST  
E. Nessuna di queste

non ammissibile

$\frac{22}{3} - \lfloor \frac{22}{3} \rfloor$

non intero

base  
ma



Si noti che l'algoritmo per il valore della soluzione e non il corrispondente vettore  $x$ . Per ottenere anch'esso, sarebbe però sufficiente memorizzare, per ogni valore  $W$ , il relativo vettore  $x$ .

### 6.4.2 Problema knapsack 0-1

La principale differenza da considerare per la definizione di un algoritmo di programmazione dinamica per il problema KP01 della Sezione 6.7 è:

- SSP:  $M_j$  contiene, per un sottoinsieme  $S \subseteq \{1, \dots, j\}$ , il valore  $W = \sum_{k \in S} w_k$ ; se  $\sum_{k \in S'} w_k = \sum_{k \in S''} w_k$ , è indifferente memorizzare  $S'$  o  $S''$ .
- KP01:  $M_j$  dovrà contenere coppie  $(\sum_{k \in S} p_k, \sum_{k \in S} w_k)$ ; se vale

$$\sum_{k \in S'} w_k = \sum_{k \in S''} w_k \text{ and } \sum_{k \in S'} p_k \geq \sum_{k \in S''} p_k, \quad (8.2)$$

si dice che  $S'$  domina  $S''$ , nel senso che qualunque soluzione ottenibile aggiungendo elementi ad  $S''$  è non migliore di quella ottenibile aggiungendo gli stessi elementi ad  $S'$ : quindi conviene memorizzare solo la coppia prodotta da  $S'$ .

Da premesso, si può ricalcare l'algoritmo su quello per SSP. Anche in questo caso, per semplicità, memorizziamo solo le coppie  $(P, W)$  e non i corrispondenti vettori.

### procedure Knapsack DP:

begin  
 $M_0 := \{(0, 0)\};$   
 for  $j := 1$  to  $n$  do  
 begin

Buonasera. Entrambe sono corrette, ma la seconda è più "potente" (elimina più stati). La prima serviva a limitare a non più di  $c$  il numero di stati e quindi ad ottenere una complessità pseudo-polinomiale.

Cordialmente,  
 Silvano martello

- Cosa è la dimensione di un problema?
- Minimo tempo di esecuzione di un algoritmo per risolverlo.
  - Lunghezza minima di un output di una sua istanza.
  - Numero di bit necessari per codificare l'input.
  - Numero di risorse utilizzate per risolverlo.
  - Nessuna di queste.

- Se un problema appartiene alla classe NP
- è risolubile solo mediante un albero decisionale di altezza esponenziale
  - è sempre risolubile mediante un algoritmo di programmazione dinamica
  - è sempre risolubile in tempo polinomiale
  - è sempre risolubile mediante un albero decisionale di altezza polinomiale *non sempre, ma possibile*
  - è sempre risolubile in tempo pseudo-polinomiale

- Un algoritmo polinomiale per un problema NP-completo:
- risolverebbe in tempo polinomiale i problemi della classe NP, ma non quelli fortemente NP-completi
  - non può esistere
  - risolverebbe in tempo polinomiale i problemi della classe NP, ma non quelli della classe P
  - risolverebbe ogni problema della classe NP in tempo polinomiale *pag 172*
  - nessuna di queste

- Si dice che  $S'$  domina  $S''$  se:
- La somma dei pesi di  $S'$  è maggiore o uguale a quella dei pesi di  $S''$  e la somma dei profitti di  $S'$  è minore o uguale a quella dei profitti di  $S''$ .
  - La somma dei pesi di  $S'$  e di  $S''$  è uguale e la somma dei profitti di  $S''$  è maggiore di quella dei profitti di  $S'$ .
  - La somma dei pesi di  $S'$  è minore o uguale alla somma dei pesi di  $S''$  e la somma dei profitti di  $S'$  è maggiore o uguale a quella dei profitti di  $S''$ . *pag 175*
  - La somma dei pesi di  $S'$  è minore a quella dei pesi di  $S''$  e la somma dei profitti di  $S'$  e di  $S''$  coincidono.
  - Nessuna di queste.



Relativamente a problema KP-01:

A risolvibile solo mediante albero decisionale

B risolvibile in tempo polinomiale

☒ C risolvibile mediante programmazione lineare

D non esiste alg. pseudo-polinomiale

L'algoritmo Knapsack DP è:

A. Polinomiale

B. Esponenziale

C. Pseudo-Esponenziale

☒ D. Pseudo-Polinomiale

E. Nessuna di queste

D

pag. 177 quando risolve qualunque istanza I di A in un tempo limitato da una funzione polinomiale di  $DM(I)$  e  $NM(I)$

Relativamente ad un problema fortemente NP-Completo: pag. 178  
A. Non può esistere nessun algoritmo pseudo-polinomiale, a meno che  $P=NP$ .

B. Non può esistere nessun algoritmo pseudo-polinomiale.

C. Può esistere un algoritmo pseudo-polinomiale, a meno che  $P=NP$ .

D. Può esistere un algoritmo pseudo-polinomiale.

E. Nessuna di queste.

A

Quale tra queste affermazioni è errata?

☒ A. Per tutti i problemi fortemente NP-Completi esiste un algoritmo pseudo-polinomiale. esiste solo se  $P=NP$

B. La versione riconoscimento e ottimizzazione hanno stessa difficoltà in relazione alla possibilità o meno di trovare la soluzione in tempo polinomiale. pag. 169

C. Se A è trasformabile polinomialmente in B e si conosce un algoritmo polinomiale per B, allora si ha un algoritmo polinomiale anche per A. pag. 170

D. Un problema che soddisfa la definizione di NP-Completo senza stabilire la sua appartenenza a NP viene detto NP-Difficile. pag. 172

E. Nessuna di queste.

A

Relativamente alla classe di problemi NP, quale di queste affermazioni è errata?

A. Contiene i problemi risolubili con un tempo polinomiale da una Macchina di Turing Non Deterministica.

☒ B. Se un problema non appartiene a NP, allora è possibile trovare un algoritmo polinomiale che lo risolva. pag. 170 NON C'È SPERANZA

C. Identifica i problemi RV tali che, se l'istanza della risposta è "SI", ciò può essere certificato in tempo polinomiale.

D. Un problema A di NP è NP-Completo se per ogni problema B di NP, B può essere trasformato polinomialmente in A.

E. Nessuna di queste

B

La programmazione lineare:

pag. 173, slide 11

☒ A. è risolubile in tempo polinomiale, ma non dall'algoritmo del semplice. *l'esponenziale*

B. non è risolubile in tempo polinomiale.

C. è risolubile in tempo polinomiale dall'algoritmo del semplice.

D. è risolubile in tempo pseudo-polinomiale dall'algoritmo del semplice.

E. Nessuna di queste.