Sperimentazioni di Fisica I mod. A – Lezione 1

Numeri Naturali

Dipartimento di Fisica e Astronomia "G. Galilei",
Università degli Studi di Padova

Programma del Corso (1° semestre)

Teoria Informatica (24 h)

- Rappresentazione dei Numeri
- Algebra Booleana
- Linguaggio di Programmazione C/C++

Laboratorio Informatica (24 h)

Elementi di Statistica (24 h) (Prof.ssa C. Sada)

Laboratorio di Fisica (12 h) (Prof.ssa C. Sada)

- Esperimento con il Pendolo
- Esperimento con la Guidovia

Sito-web: https://elearning.unipd.it/dfa/

Programma del Corso

Testo: Lippman, Lajoie, Moo, “C++ Primier”, 5th Ed. (Capp. 1-6)

Testo: S. Prata, “C++ Primier Plus”, 6th Ed., SAMS (Capp. 1-8)

Settimana	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì
	8:30-10:30	10:30-12:30	12:30-14:30	10:30-12:30	8:30-10:30
Sept. 28 – Oct. 2		Info (2)	Info (2)	Info (2)	Info (2)
Oct. 5 – Oct. 9	Info (2)	L. Info (2)	Info (2)	L. Info (2)	Info (2)
Oct. 12 – Oct. 16	Stat (2)	L. Info (2)	Info (2)	L. Info (2)	Stat (2)
Oct. 19 – Oct. 23	Stat (2)	L. Info (2)	Info (2)	L. Info (2)	Stat (2)
Oct. 26 – Oct. 30	Stat (2)	L. Info (2)	Info (2)	L. Info (2)	Stat (2)
Nov. 2 – Nov. 6	Stat (2)	L. Info (2)	Info (2)	L. Info (2)	Stat (2)
Nov. 9 – Nov. 13	Stat (2)	L. Info (2)	Info (2)	L. Info (2)	Stat (2)
Nov. 16 – Nov. 20	Stat (2)	L. Info (2)	Info (2)	L. Info (2)	Stat (2)
Nov. 23 – Nov. 27	Stat (2)	L. Info (2)	Stat (2)	L. Info (2)	Stat (2)
Nov. 30 – Dec. 4	Stat (2)	…	Stat (2)	…	Stat (2)
Dec. 7 – Dec. 11	Stat (2)	…	Stat (2)	…	Stat (2)
Dec. 14 - Dec. 18	Stat (2)	…	Stat (2)	…	Stat (2)
January	…	…	…	….	…

Rappresentazione dei Numeri

Lezione I: Numeri Naturali

1. Introduzione Storica

I Sistemi di Numerazione

Un sistema di numerazione è un modo di **esprimere** e **rappresentare** i numeri attraverso un insieme di simboli.

I numeri riflettono la necessità di **quantificare** gli elementi di un insieme.

Tutte le civiltà, sin dai tempi antichi, hanno ideato un sistema di numerazione, dapprima di tipo **additivo** e successivamente **posizionale**.

Gli **antichi Romani** usavano un sistema basato essenzialmente sul **numero 5** (**V**), **additivo** e non posizionale.

Con grande fatica, si è arrivati al sistema attualmente maggiormente in uso, **decimale e posizionale**.

Sistemi Posizionali e Additivi

Sistema Romano (Additivo):

V = 5 e X = 10, indipendentemente dalla posizione all'interno del numero.

Sistema Decimale (Posizionale)

2 = 2, se nella posizione relativa alle unità,

2 = 20, se nella posizione relativa alle decine,

2 = 200, se nella posizione relativa alle centinaia,

2 = 2000, se nella posizione relativa alle migliaia …

Questo sistema consente una **comoda esecuzione** di **operazioni aritmetiche**, incolonnando opportunamente i numeri da sommare uno sotto l'altro e addizionando, **colonna per colonna**.

Sistema Posizionale

Definizione più formale di **sistema di numerazione posizionale**:

1. Si sceglie un qualsiasi **numero naturale b** (diverso da 0 e da 1), che chiameremo **“base”**;
2. Si scelgono **b** simboli diversi, che chiameremo **“cifre”**;
3. Si compongono i numeri tenendo presente che il valore di ogni cifra va moltiplicato per una **potenza di b**, corrispondente alla posizione della cifra;
4. La **somma** dei valori ottenuti restituisce il numero considerato.

$$2019_{base10} = 2*10^3 + 0*10^2 + 1*10^1 + 9*10^0 = 2000 + 10 + 9$$

$$10011_{base2} = 1*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 16+2+1 = 19_{base10}$$

Evoluzione dei Sistemi Numerici

La rappresentazione dei numeri con dei simboli richiede una spiccata **capacità di astrazione**: la **percezione della pluralità** dissociata dalla natura degli oggetti considerati.

Negli ideogrammi cinesi: **3 uomini = folla**, **3 alberi = foresta**. 男 = uomo, 木 = albero, 森 = foresta.

Nel lessico indoeuropeo: “3” e “molti” sono quasi sinonimi, **“trois”** (3) e **“tres”** (molto) in francese, **“vier”** (4) e **“viel”** (molti) in tedesco.

La pluralità veniva generalmente “gestita” tramite la **conta per comparazione**.

Il passo successivo fu la **conta per successione**, tramite le parti del corpo (dita, polso, gomito, …)

I Sistemi in Base-10 ed in Base-12

La base del sistema **decimale** è l'utilizzo delle **dita delle due mani** come strumento di conta:

1. E' facilmente **adattabile** alla memoria umana.
2. Tavola di **moltiplicazione** facilmente memorizzabile.

L'origine del sistema in **base-12** sta nell'uso delle **falangi** (3 per ogni dito) computabili il pollice come cursore:

1. Ha un numero maggiore di **divisori interi** ("ridondanze").
2. L'**anno** avrebbe un numero di **mesi** uguale alla base.
3. Un **giorno** avrebbe un numero doppio di **ore** della base.
4. Un'**ora** ed un **minuto** avrebbero un numero di minuti e di secondi pari al quintuplo della base.
5. L'**angolo giro** sarebbe pari a 30 volte la **base**.

Sistema Duodecimale e il Numero 13

Il **12** è il più piccolo numero con **6 divisori interi**.

I **sumeri** erano soliti dividere il **giorno** e la **notte** in **12 parti** ciascuno.

I **babilonesi** usavano un anno di **360** (24 divisori interi) **giorni**, un numero facilmente divisibile in **12 mesi**, a loro volta divisibili in **4 stagioni**, di **3 mesi** ciascuno.

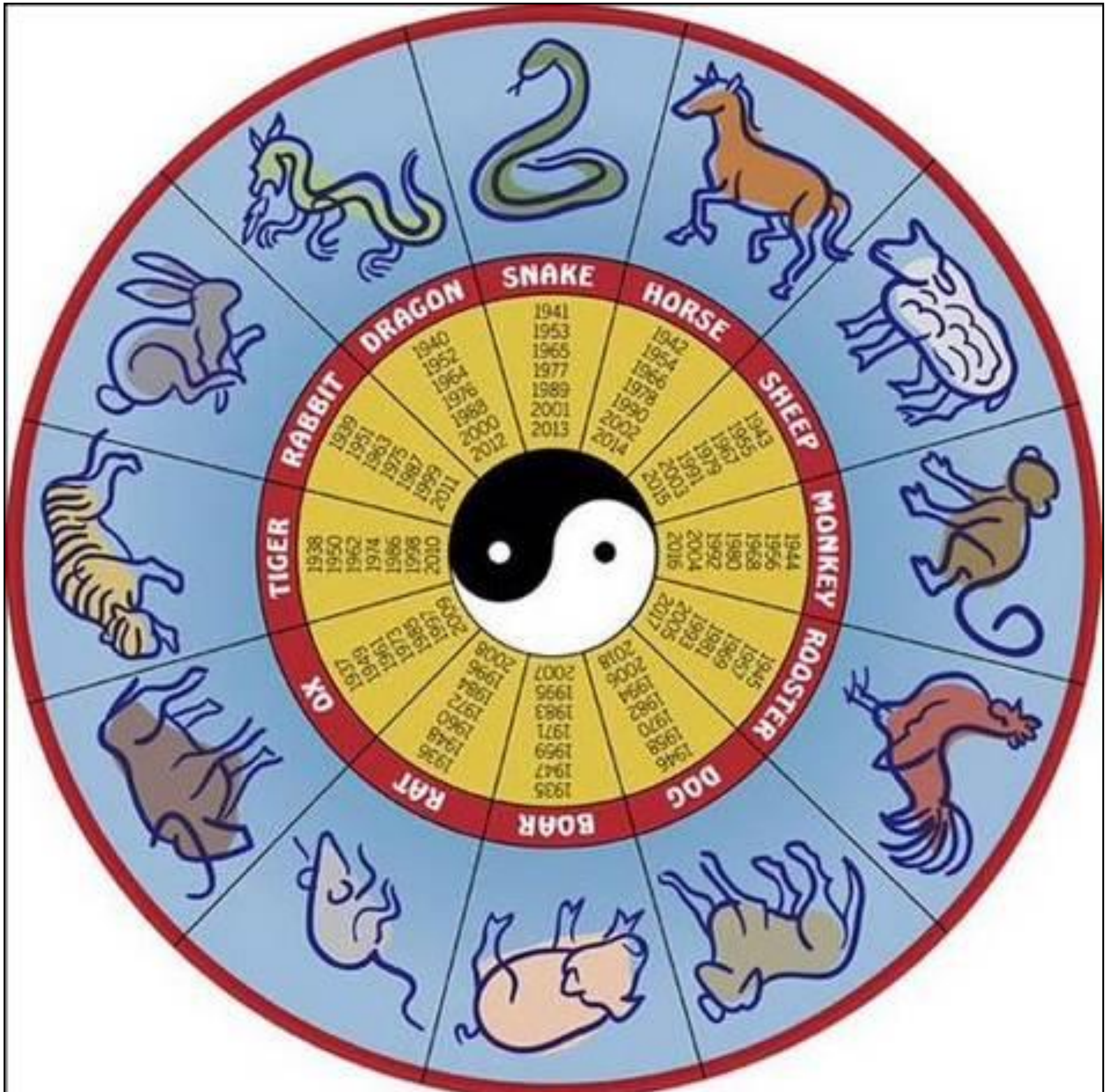
Gli **zodiaci** occidentale e cinese utilizzano **12 segni**.

Alcune culture pagane utilizzavano **calendari** (su base lunare) di **13 mesi**.

Triscaidecafobia: paura irrazionale del numero 13.

Parascevedecatriafobia: paura del Venerdì 13!

Zodiaco Cinese



Rappresentazione dei Numeri

Lezione I: Numeri Naturali

2. Sistemi di Numerazione Posizionali

I Sistemi Posizionali (I)

Ciascun numero è rappresentato da una **sequenza di simboli**, il cui valore è determinato, oltre che dal **simbolo** stesso, anche dalla **posizione** che occupa nella sequenza.

Il peso delle cifre aumenta, nella rappresentazione, da destra (**LSB**) verso sinistra (**MSB**).

123

100, **MSB** 20 3, **LSB**

Si definisce **base (o radice)-R** del sistema il numero di simboli messi a disposizione per la rappresentazione.

{0, 1, … R-1}

Base-2 = {0,1}, **Base-10 = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}**

I Sistemi Posizionali (II)

Un numero naturale d $\in$ N, viene indicato in base-R tramite una **sequenza ordinata** di n simboli

$$\mathbf{d = (d_{n-1}d_{n-2}\ldots d_2 d_1 d_0)_R}$$

dove $d_i \in \{0, 1, \ldots R\text{-}1\}$.

$$d = \sum_{i=0}^{n-1} d_i R^i$$

Dati due numeri a e b $\in$ N rappresentati come

$$a = \sum_{i=0}^{n-1} a_i R^i \qquad b = \sum_{i=0}^{m-1} b_i R^i$$

Possiamo calcolare le operazioni di **somma** e **prodotto**:

$$a + b = \sum_{k=0}^{h-1} (a_k + b_k) R^k \quad \text{, h = max\{m,n\}} \qquad a \bullet b = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} (a_i \bullet b_j) R^{i+j}$$

Il Sistema Numerico Binario (R=2)

Sistema numerico posizionale che utilizza solo **2 simboli, {0,1}**.

Il sistema binario è usato in **informatica** per la rappresentazione interna dei numeri, grazie alla semplicità nella realizzazione di un elemento con **due soli stati** e per la corrispondenza con i **valori logici di vero e falso**.

Le tabelline di somma e prodotto sono le seguenti:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

×	0	1
0	0	0
1	0	1

$$
\begin{array}{lcccccc}
\text{riporto} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \\
 & & 1 & 1 & 1_2 & + \\
 & & 1 & 0 & 1_2 & = \\
\hline
 & 1 & 1 & 0 & 0_2 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & 1 & 1 & 1_2 & \times \\
 & & & 1 & 0 & 1_2 & = \\
\cline{4-6}
 & & & 1 & 1 & 1 & \\
 & & 0 & 0 & 0 & - & \\
 & 1 & 1 & 1 & - & & \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1_2 &
\end{array}
$$

Il Sistema Numerico Ottale (R=8)

Sistema numerico posizionale che utilizza **8 simboli, {0,1,2,3,4,5,6,7}**.

Le tabelline che regolano somma e prodotto sono le seguenti:

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

×	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

$$\begin{array}{lccc}
\text{riporto} & 1 & & \\
 & 4 & 5_8 & + \\
 & 1 & 7_8 & = \\
\hline
 & 6 & 4_8 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc}
 & & 4 & 5_8 & \times \\
 & & 1 & 7_8 & = \\
\hline
 & 4 & 0 & 3 & \\
 & 4 & 5 & - & \\
\hline
1 & 0 & 5 & 3_8 &
\end{array}$$

Il Sistema Numerico Esadecimale (R=16)

Sistema numerico posizionale che utilizza **16 simboli, {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F}**.

E’ molto utilizzato in **informatica**, una cifra esadecimale corrisponde direttamente a **quattro cifre binarie**:

1 byte è rappresentabile con **due cifre esadecimali**.

La tabellina che governa la somma è la seguente:

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Il Sistema Numerico Esadecimale (R=16)

La tabellina che regola la moltiplicazione:

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

$$\begin{array}{lcc l}
\text{riporto} & 1 & & \\
 & 2 & 5_{16} & + \\
 & & F_{16} & = \\
\hline
 & 3 & 4_{16} &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{ccc l}
 & 2 & 5_{16} & \times \\
 & & F_{16} & = \\
\hline
2 & 2 & B_{16} &
\end{array}$$

Confronto Sinottico

I primi 20 numeri naturali nelle basi decimale (**R=10**), binario (**R=2**), ottale (**R=8**) ed esadecimale (**R=16**).

$R=10$	$R=2$	$R=8$	$R=16$
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13

Alcune Proprietà (I)

1. La **potenza n-esima** di una **base R** è sempre rappresentata dal **numero 1** seguito da **n zeri**
   1. $2^4 = 10000_2 = 16_{10}$
   2. $8^3 = 1000_8 = 512_{10}$
   3. $10^6 = 1000000_{10}$
   4. $16^3 = 1000_{16} = 4096_{10}$
2. Data una base R, **il massimo numero** rappresentabile **con n cifre è R^n -1**.
   1. $R = 2$, $n = 7$, $2^7 = 128_{10} \rightarrow [0,127_{10}]$ (C: char)
   2. $R = 2$, $n = 15$, $2^{15} = 32768_{10} \rightarrow [0,32767_{10}]$ (C: int)

Alcune Proprietà (II)

1. La **moltiplicazione** di un numero naturale rappresentato in base-R **per la base stessa**, si ottiene **traslando** tutte le cifre significative **verso sinistra** ed **inserendo** uno **0 come LSB**.
    1. $FE8_{16} \times 16^1_{10} = FE80_{16}$
    2. $65403_8 \times 8^3_{10} = 65403000_8$
    3. $11001_2 \times 2^3_{10} = 11001000_2$
2. La (parte intera della) **divisione** di un numero naturale rappresentato in base-R **per la base stessa** si ottiene **eliminando** la cifra meno significativa (**LSB**) e **traslando** tutte le altre cifre **verso destra**.
    1. $65403_8 / 8^1_{10} = 65403_8 / 10_8 = 6540_8$
    2. $65403_8 / 8^3_{10} = 65403_8 / 1000_8 = 65_8$
    3. $11001_2 / 2^3_{10} = 11001_2 / 1000_2 = 11_2$

Rappresentazione dei Numeri

Lezione I: Numeri Naturali

3. Cambiamenti di Base

Cambiamento di Base

La **conversione**, o **cambiamento**, **di base** è il passaggio dalla rappresentazione di un numero da una base all'altra.

Dato un numero naturale q ∈ N, espresso in **base-R_1** con dei **coefficienti a_i**. Trovare la sua rappresentazione in **base-R_2** significa determinare i **coefficienti b_j** del polinomio nella nuova base.

$$q = \sum_{i=0}^{n-1} a_i R_1^i = \sum_{j=0}^{m-1} b_j R_2^j$$

Supponiamo di voler esprimere il numero 17_{10} nei sistemi di numerazione binario, ottale ed esadecimale.

$$\begin{aligned} 17_{10} &= 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 1 \rightarrow 10001_2 \\ 17_{10} &= 2 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 16 + 1 \rightarrow 21_8 \\ 17_{10} &= 1 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 16 + 1 \rightarrow 11_{16} \end{aligned}$$

Formula Ricorsiva (I)

$$q = q_0 = b_0 + b_1 R_2 + b_2 R_2^2 + \ldots + b_{m-2} R_2^{m-2} + b_{m-1} R_2^{m-1}$$

$$q_0 = b_0 + R_2 \underbrace{(b_1 + b_2 R_2 + \ldots + b_{m-2} R_2^{m-3} + b_{m-1} R_2^{m-2})}_{q_1}$$

$$q_0 = b_0 + R_2 (b_1 + R_2 \underbrace{(b_2 + \ldots + b_{m-2} R_2^{m-4} + b_{m-1} R_2^{m-3})}_{q_2})$$

Possiamo individuare una formula ricorsiva:

$$q_j = b_j + R_2 q_{j+1}$$

Con j = 0, 1, …, m-1 e $q_m = 0$.

$$q = q_0 = b_0 + R_2 q_1$$

$$q = q_0 = b_0 + R_2 (b_1 + q_2 R_2)$$

$$q = q_0 = b_0 + R_2 (b_1 + R_2 (b_2 + q_3 R_2))$$

$$q = q_0 = \sum_{j=0}^{m-1} b_j R_2^j$$

Formula Ricorsiva (II)

$$q_j = b_j + q_{j+1} R_2$$

Dividendo ambo i membri **per R_2**, si individua un metodo ricorsivo per calcolare i **parametri b_j**, partendo da $q_0 = q$.

$$\frac{q_j}{R_2} = q_{j+1} + \frac{b_j}{R_2}$$

Resto

Quoziente

I coefficienti di q nella nuova base, b_j, si ottengono **dividendo il numero di partenza** (ricordando che $q_0 = q$) **per la nuova base** e associando ai **coefficienti** il **resto** delle divisioni. Il processo si arresta quando si ottiene un **quoziente nullo**.

$$\frac{q_0}{R_2} = \frac{q}{R_2} = q_1 + \frac{b_0}{R_2}$$

Formula Ricorsiva (III)

$$\frac{q_0}{R_2} = \frac{q}{R_2} = q_1 + \frac{b_0}{R_2}$$

b_0 è il **resto** della divisione di **q / R_2**,
q_1 è il **quoziente** (intero) della divisione **q / R_2**.

$$\frac{q_1}{R_2} = q_2 + \frac{b_1}{R_2}$$

b_1 è il **resto** della divisione di **q_1 / R_2**,
q_2 è il **quoziente** (intero) della divisione **q_1 / R_2**.

Si itera il procedimento finché il **quoziente q_m è nullo**.

Esempio 1

$$
\begin{array}{rcrl}
46\ (q_0) / 2\ (R_2) & = & 23\ (q_1) & +\ 0\ (b_0) / 2 \\
23\ (q_1) / 2\ (R_2) & = & 11\ (q_2) & +\ 1\ (b_1) / 2 \\
11\ (q_2) / 2\ (R_2) & = & 5\ (q_3) & +\ 1\ (b_2) / 2 \\
5\ (q_3) / 2\ (R_2) & = & 2\ (q_4) & +\ 1\ (b_3) / 2 \\
2\ (q_4) / 2\ (R_2) & = & 1\ (q_5) & +\ 0\ (b_4) / 2 \\
1\ (q_5) / 2\ (R_2) & = & 0\ (q_6) & +\ 1\ (b_5) / 2
\end{array}
$$

$q_6 = 0$, il procedimento iterativo termina.

$46_{10} = b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 b_0 = 101110_2$

$1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 =$

$32 + 0 + 8 + 4 + 2 + 0 = 46$

Esempio 2

$7\ (q_0)\ /\ 2\ (R_2)\ = 3\ (q_1) + 1\ (b_0)\ /\ 2$

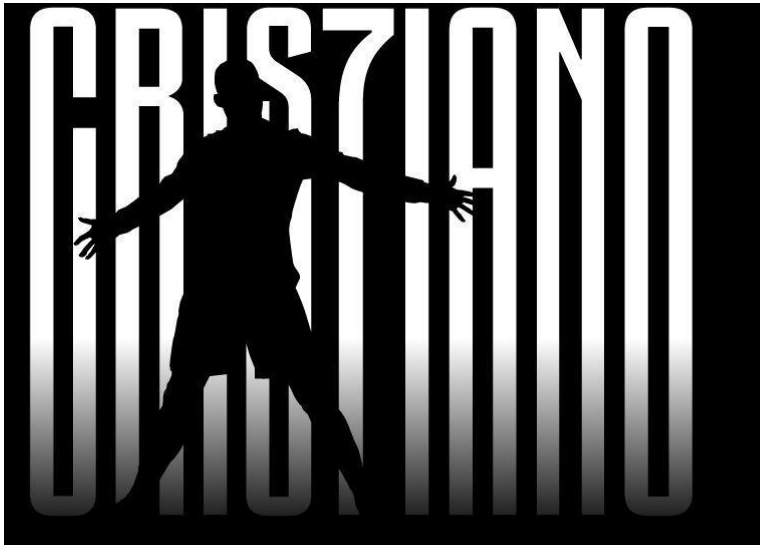
$3\ (q_1)\ /\ 2\ (R_2)\ = 1\ (q_2) + 1\ (b_1)\ /\ 2$

$1\ (q_2)\ /\ 2\ (R_2)\ = 0\ (q_3) + 1\ (b_2)\ /\ 2$

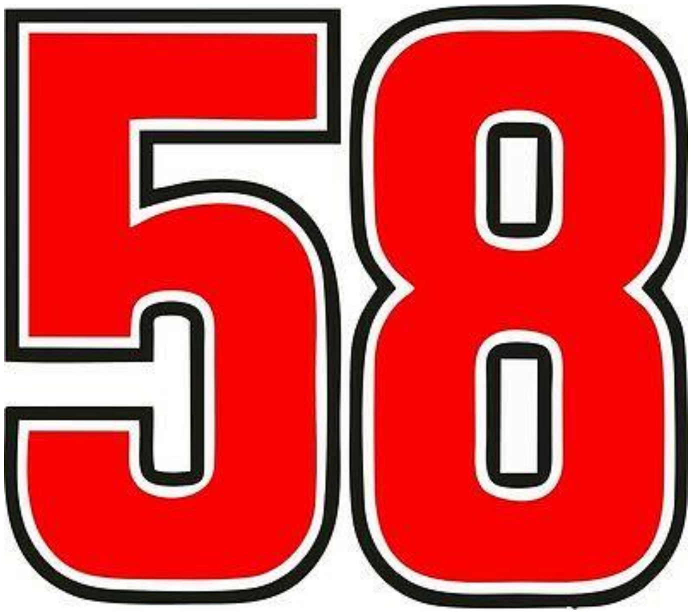
$q_3 = 0$, il procedimento termina.

$7_{10} = b_2 b_1 b_0 = 111_2$

$1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 4 + 2 + 1 = 7$



Esempio 3



Convertire il numero 58 in binario.

Soluzione: 111010_2

Verifica: $1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 = 32 + 16 + 8 + 2 = 58_{10}$

Esempio 4

Convertiamo il numero 19_{10} in base-2:

operazione					resto	coefficienti
19_{10}	:	2_{10}	=	9_{10}	1_{10}	$a_0 = 1_2$
9_{10}	:	2_{10}	=	4_{10}	1_{10}	$a_1 = 1_2$
4_{10}	:	2_{10}	=	2_{10}	0_{10}	$a_2 = 0_2$
2_{10}	:	2_{10}	=	1_{10}	0_{10}	$a_3 = 0_2$
1_{10}	:	2_{10}	=	0_{10}	1_{10}	$a_4 = 1_2$

$$\mathbf{19_{10} = 10011_2}$$

Convertiamo il numero 1632_{10} in base-8:

operazione					resto	coefficienti
1632_{10}	:	8_{10}	=	204_{10}	0_{10}	$b_0 = 0_8$
204_{10}	:	8_{10}	=	25_{10}	4_{10}	$b_1 = 4_8$
25_{10}	:	8_{10}	=	3_{10}	1_{10}	$b_2 = 1_8$
3_{10}	:	8_{10}	=	0_{10}	3_{10}	$b_3 = 3_8$

$$\mathbf{1632_{10} = 3140_8}$$

Conversione dalla base-2 alla base-8/16

E' utile approfondire le **conversione** tra due basi nel caso in cui **una sia potenza dell'altra**.

1. **Conversione dalla base 2 alle base 8**:

$$q = \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i = \sum_{j=0}^{l-1} (a_{3j} 2^0 + a_{3j+1} 2^1 + a_{3j+2} 2^2) \bullet 8^j$$

dove **l** è la **parte intera** della divisione **n/3**.

2. **Conversione dalla base 2 alle base 16**:

$$q = \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i = \sum_{j=0}^{l-1} (a_{4j} 2^0 + a_{4j+1} 2^1 + a_{4j+2} 2^2 + a_{4j+3} 2^3) \bullet 16^j$$

dove **l** è la **parte intera** della divisione **n/4**.

Esempi di Conversione (I)

1. **Esempio di conversione dalla base 2 alle base 8**:

$$19_{10} = 10011_2$$
$$= (1*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0)$$
$$= (1*2^1 + 0*2^0)*2^3 + (0*2^2 + 1*2^1 + 1)*2^0$$
$$= (1*2^1 + 0*2^0)*8^1 + (0*2^2 + 1*2^1 + 1)*8^0$$
$$= 2*8^1 + 3*8^0 = 23_8$$

2. **Esempio di Conversione dalla base 2 alle base 16**:

$$42_{10} = 101010_2$$
$$= (1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0)$$
$$= (1*2^1 + 0*2^0)*2^4 + (1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0)*2^0$$
$$= (1*2^1 + 0*2^0)*16^1 + (1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0)*16^0$$
$$= 2*16^1 + 10*16^0 = 2A_{16}$$

Esempi di Conversione (II)

Convertiamo il numero 101011_2 (= 43_{10}) in base-8 e -16. **Si raggruppa** il numero di partenza, a partire dalla cifra meno significativa, **a gruppi di 3 e 4 cifre**.

$$101011_2 = 101_2\ 011_2 = 53_8\ ,$$

$$101011_2 = 10_2\ 1011_2 = 2B_{16}$$

Convertiamo il numero $1DA_{16}$ (= 474_{10}) in base-2 ed -8. Si convertono **singolarmente le cifre** nelle corrispondenti **sequenze binarie**.

$$1DA_{16} = 1_2\ 1101_2\ 1010_2 = 111011010_2$$

$$111011010_2 = 111_2\ 011_2\ 010_2 = 732_8$$

Confronto Sinottico

Dalla tavola sinottica si evince come convertire **"a gruppi"** i valori tra i sistemi binario (**R=2**), ottale (**R=8**) ed esadecimale (**R=16**).

$R = 10$	$R = 2$	$R = 8$	$R = 16$
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Esempi di Conversione (III)

Conversione del numero 361_8 in base-2:

$$361_8$$

$$3_8 6_8 1_8$$

$$011_2 110_2 001_2$$

$$11110001_2$$

Conversione del numero 1101001101_2 in base-8:

$$1101001101_2$$

$$(00)1_2 101_2 001_2 101_2$$

$$1_8 5_8 1_8 5_8$$

$$1515_8$$

Esempi di Conversione (IV)

Conversione del numero $A16BC9_{16}$ in base-2:

$$A16BC9_{16}$$

$$A_{16}1_{16}6_{16}B_{16}C_{16}9_{16}$$

$$1010_2 0001_2 0110_2 1011_2 1100_2 1001_2$$

$$101000010110101111001001_2$$

Conversione del numero 1001011111111001011_2 in base-16:

$$1001011111111001011_2$$

$$(00)10_2 0101_2 1111_2 1100_2 1011_2$$

$$2_{16}5_{16}F_{16}C_{16}B_{16}$$

$$25FCB_{16}$$