L8 Z1

$a_n = a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n$

Funkcja tworząca:

$$a_0 + (a_0+a_1)x + (a_0+a_1+a_2)x^2 + \ldots + (a_0+a_1+a_2+\ldots+a_n)x^n + \ldots =$$

$$= a_0 + a_0x + a_1x + a_0x^2 + a_1x^2 + a_2x^2 + \ldots =$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i + \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^{i+1} + \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^{i+2} + \ldots =$$

$$= A(x) + xA(x) + x^2 A(x) + \ldots =$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} A(x) x^i = A(x) \sum_{i=0}^{\infty} x^i = A(x) \left(\frac{1}{1-x}\right)$$

L8 Z#2

a) $a_n = n^2$

$(0, 1, 4, 9, 16, \dots)$

$$1 + x + x^2 + \dots = \frac{1}{1-x} \quad / ()'$$

$$0 + 1 + 2x + 3x^2 + \dots = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$0 + x + 2x^2 + 3x^3 + \dots = \frac{x}{(1-x)^2} = \sum_{i=0} i \cdot x^i$$

Kolejny raz różniczkuję

$$0 + 1 + 4x + 9x^2 + 16x^3 + \dots = \frac{1+x}{(1-x)^3} \quad / \cdot x$$

$$0 + x + 4x^2 + 9x^3 + 16x^4 + \dots = \frac{(1+x)x}{(1-x)^3} = \sum_{i=0}^{\infty} i^2 \cdot x^i$$

b) Biorąc z a)

$$0+x+4x^2+9x^3+16x^4+\ldots=\frac{(1+x)\cdot x}{(1-x)^3} \quad /\,()'$$

$$0+1+8x+27x^2+64x^3+\ldots=\frac{x^2+4x+1}{(1-x)^4} \quad /\cdot x$$

$$0+x+8x^2+27x^3+64x^4+\ldots=\frac{x(x^2+4x+1)}{(1-x)^4}=\sum_{i=0}^{\infty} i^3\cdot x^i$$

c)

$$a_n = \binom{n+k}{k}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{1-x}$$ // k razy różniczkujemy

$$\sum_{i=k}^{\infty} i\cdot(i-1)\cdot\ldots\cdot(i-k+1)\cdot x^{i-k} = \left(\frac{1}{1-x}\right)^{(k)}$$

$$\sum_{i=k}^{\infty} i\cdot(i-1)\cdot\ldots\cdot(i-k+1)\cdot x^{i-k} = \frac{k!}{(1-x)^{k+1}} \quad / :k!$$

$$\sum_{i=k}^{\infty} \frac{i\cdot(i-1)\cdot\ldots\cdot(i-k+1)}{k!} x^{i-k} = \frac{1}{(1-x)^{k+1}}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(i+k)(i+k-1)\cdot\ldots\cdot(i+1)}{k!} x^i = \frac{1}{(1-x)^{k+1}}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \binom{i+k}{k} x^i = \frac{1}{(1-x)^{k+1}}$$

L8 Z6

Wierzchołki - 2^k // liczba wszystkich ciągów k-elementowych
// złożonych z 0 i 1

Krawędzie:

$$\sum_{i=1}^{n} \deg(v_i) = 2|E|$$

Wierzchołek jest reprezentowany przez k-elementowy ciąg 0-1.
Istnieje k ciągów różniących się tylko jednym elementem.

$$\forall_{v \in V} \deg(v) = k$$

$$\sum_{i=0}^{n} \deg(v_i) = 2^k \cdot \deg(v_i) = 2|E|$$

$$|E| = 2^{k-1} \cdot k$$

L8 Z8

	macierzowa	listowa
a)	$O(\|E\|)$	$O(\|E\|)$
b)	$O(\|V\|^2)$	$O(\|V\|+\|E\|)$
c)	$O(1)$	$O(\|E\|)$
d)	$O(1)$	$O(\|E\|)$
e)	$O(1)$	$O(1)$