L10 Z1

Dowód nie wprost

Załóżmy że w grafie istnieją 2 <u>różne</u> minimalne drzewa rozpinające T_1 i T_2

Ze wszystkich krawędzi które znajdują się tylko w jednym MST weźmy najlżejszą. Nazwijmy ją e_1 i bez straty ogólności przyjmijmy że $e_1 \in T_1$.

Wtedy $T_2 \cup \{e_1\}$ posiada cykl. Jedna z krawędzi tego cyklu nie znajduje się w T_1, nazwijmy ją e_2.

Wiemy że waga(e_1) < waga(e_2). Możemy stworzyć drzewo T_3 takie że $T_3 = (T_2 \cup \{e_1\}) \setminus \{e_2\}$. T_3 jest drzewem rozpinającym o mniejszym koszcie niż T_2 co jest sprzeczne z założeniem że T_2 jest <u>minimalnym</u> drzewem rozpinającym

L10 Z2

Niech e będzie najcięższą krawędzią w C
Załóżmy że $e \in T$
Usunięcie e z T spowoduje podział T na dwa poddrzewa.
Jako że e należało do cyklu to istnieje jakaś krawędź f z tego samego cyklu, która może połączyć te dwa poddrzewa w jedno MST. Jako że e jest najcięższą krawędzią w C to nie może być w MST bo istnieje lżejsza krawędź (w tym przypadku f) która "pełni tę samą funkcję"

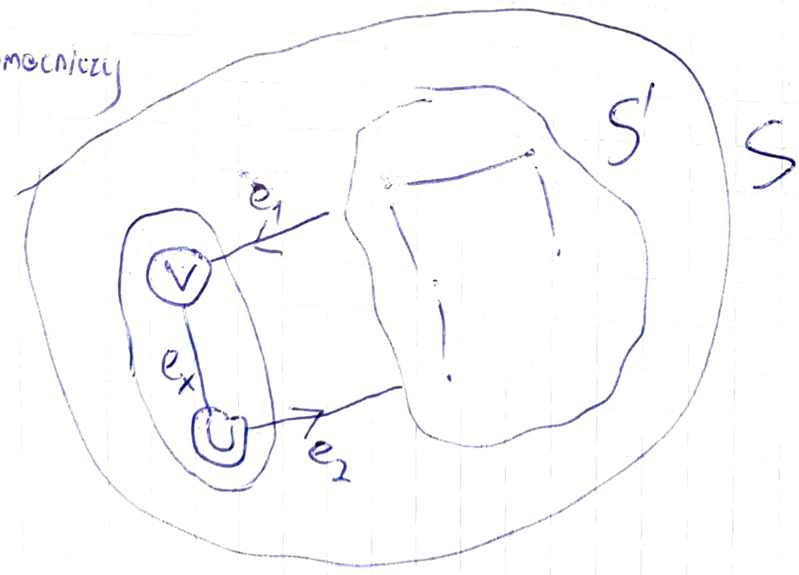
L10 Z5

Załóżmy nie wprost że w wyniku działania algorytmu Boruvki powstał cykl w jakiejś spójnej składowej S

Dwa przypadki:

- S powstała przez połączenie ~~[illegible]~~ dwóch wierzchołków v, u, w takim razie zostały dołączone krawędzie e_1, e_2. Skoro e_1 została dołączona jako najlżejsza krawędź łącząca spójną składową z v to waga(e_1) < waga(e_2). Ale skoro e_2 została dołączona jako najlżejsza krawędź łącząca u ze spójną składową to waga(e_2) < waga(e_1) - sprzeczność bo każda krawędź ma inną wagę

Rysunek pomocniczy



- S powstał...

• S powstała prez połączenie 3 lub więcej wierzchołków $v_1, v_2, \dots, v_l$
$l \geq 3$. ~~Dodane~~ Żeby powstał cykl to muszą zostać połączone
~~Wtedy podo~~ przynajmniej dwiema krawędziami e_1, e_2.
Ale wtedy ~~~~ zajdzie to samo co w przykładzie z dwoma
wierzchołkami

Dla połączenia z jednym wierzchołkiem jest oczywiste że nie
zajdzie cykl

L10 Z6

Można każdą krawędź oznaczyć indeksem

W momencie porównania krawędzi o tej samej wadze wybieramy tę z mniejszym indeksem

L10 Z10

Anna -> Skrzypce, Harfa, Kontrabas, Wiolonczela

Bartek -> Harfa, Fortepian

Cezary -> Fortepian

Dąbrówka -> Harfa

Elwira -> Kontrabas, ~~skrzypach~~ Skrzypce, Wiolonczela, Harfa

Nie istnieje skojarzenie doskonałe

Warunek Halla

$\forall_{A' \subseteq A} \; |N(A')| \geq |A'| \; \wedge \; \forall_{B' \subseteq B} \; |N(B')| \geq |B'|$

$A' = \{$Cezary, Dąbrówka, Bartek$\}$

$N(A') = \{$fortepian, Harfa$\}$

$|N(A')| < |A'|$

Warunek Halla nie zachodzi czyli nie istnieje skojarzenie dosk.