Lista 2 Zadanie 6

Dominik Budzki, nr. indeksu 314625

October 19, 2020

Załózmy, ze x, y sa liczbami maszynowymi. Podaj przykład pokazujacy, ze przy obliczaniu wartosci d:= $\sqrt{x^2+y^2}$ algorytmem postaci
u:= $x * x$
u:=$u + y * y$
d:=sqrt(u)
moze wystapic zjawisko nadmiaru, mimo tego, ze szukana wielkosc d nalezy do zbioru X_{fl}. Nastepnie zaproponuj algorytm wyznaczania d pozwalajacy unikac zjawiska nadmiaru, jesli $\sqrt{2}$ max$(|x|, |y|) \in X_{fl}$. Na koniec podaj skuteczna metode wyznaczania długosci euklidesowej wektora $v \in R^n$.

Rozwiazanie:
Zalozmy ze najwieksza wartosc X_{fl} to 2^{32} i wezmy takie x i y, że:
$x = y = 2^{30}$
$u = 2^{60}$
$u = 2^{60} + 2^{60}(*)$
$d = 2^{30}\sqrt{2}$

Przy rownaniu oznaczonym gwiazdka widac ze wykonujemy obliczenia na liczbie spoza X_{fl}, wiec wystepuje nadmiar mimo ze $2^{30}\sqrt{2} \in X_{fl}$

Mozna przekształcic rownanie d w taki sposob:
$d = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{x^2(1+\frac{y^2}{x^2})} = |x|\sqrt{1+\frac{y^2}{x^2}}$
gdy $x \geq y$ to $\sqrt{1+\frac{y^2}{x^2}} \leq \sqrt{2}$
x i y mozna traktowac zamiennie, wylaczamy wieksza z nich. Wtedy mamy $\sqrt{2}$ max$(|x|, |y|) \in X_{fl}$ i nie wystepuje zjawisko nadmiaru.

Wyznaczanie dlugosci euklidesowej wektora $v \in R^n$.
$v = (x_1, x_2, ..., x_n)$
$||v|| = \sqrt{\Sigma_{i=1}^n x_i^2}$
teraz podobnie jak wyzej z wartoscia d wylaczamy przed nawias najwieksze x_k
$\sqrt{x_1^2+x_2^2+...+x_n^2} = \sqrt{x_k^2(\frac{x_1^2}{x_k^2}+\frac{x_2^2}{x_k^2}+...+\frac{x_n^2}{x_k^2})} = |x_k|\sqrt{(\frac{x_1^2}{x_k^2}+\frac{x_2^2}{x_k^2}+...+\frac{x_n^2}{x_k^2})} \approx$
$\approx |x_k|\sqrt{n}$

$v = max(x_1, x_2, ..., x_n)\sqrt{n}$