МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра программного обеспечения информационных технологий

Дисциплина: Методы оптимизации(МОптим)

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2

Тема работы: “Модели распределения ресурсов. Элементы теории двойственности”

Вариант 25

Выполнил студент: гр. 551004 Ермошин М. А.

Проверила: Можей Н.П.

Минск, 2017

**Задание 1:** На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 30 тыс. ден. ед. И помещение площадью в 45 м кв. Участок может быть оснащен машинами двух типов, характеристики которых приведены в таблице:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Марка машины | Стоимость машины, тыс. ден. ед. | Занимаемая площадь, м кв. | Производительность за смену, тыс. ед. |
| М1 | 6 | 9 | 8 |
| М2 | 3 | 4 | 5 |

Найти оптимальный план приобретения машин, обеспечивающий новому производственному участку максимальную производительность.

1. Составить математическую модель задачи. Объяснить смысл переменных.

2. Составить математическую модель двойственной задачи. Объяснить смысл двойственных переменных.

3. Найти оптимальный план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль:

**а) графически,**

**б) симплекс-методом,**

**в) на компьютере, например, используя надстройку «Поиск решения».**

4. Провести анализ оптимальных решений прямой и двойственной задач, используя отчеты трех типов (по результатам, по устойчивости, по пределам):

а) указать, какая продукция вошла в оптимальный план, и насколько невыгодно производство продукции, не вошедшей в оптимальный план,

б) указать дефицитные и избыточные ресурсы,

в) выписать оптимальное решение двойственной задачи,

г) указать наиболее дефицитный ресурс, исходя из оптимального решения двойственной задачи,

д) указать интервал устойчивости двойственных оценок,

5. Решить двойственную задачу. Сравнить решение с полученным в пункте 4.

6. Выяснить, как изменится выпуск продукции и значение целевой функции, при изменении каждого из имеющихся ресурсов на единицу. Оценить раздельные и суммарное изменения.

Математическая модель прямой задачи:

Количество машин М1 – x1; Количество машин М2 – х2; Z – Производительность;

Max Z = 8\*x1 + 5\*x2;

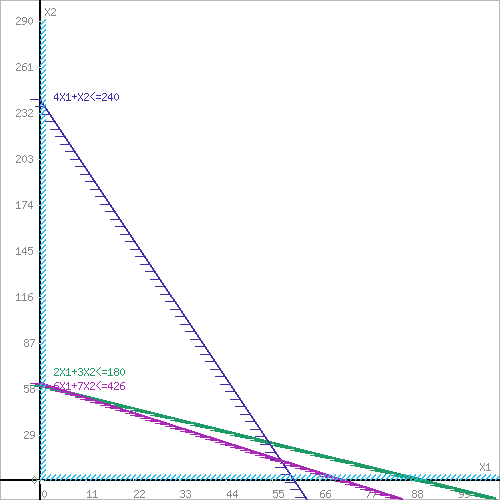
Составим двойственную задачу. Транспонируем таблицу:

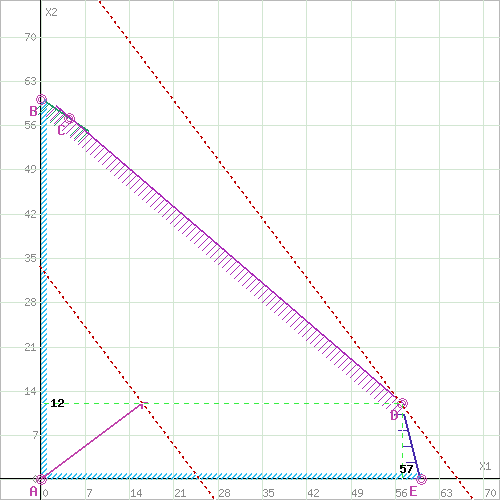
Стоимость денег – y1; Оценка площади – y2; F – Общая стоимость ресурсов;

Min F = 30\*y1 + 45\*y2;

Способ 1. Графическое решение задачи:

Grad Z={16;12}





**Ответ 1:** Количество лисиц на ферме: 57; Количество писцов на ферме: 12;

Всего дохода, при таком способе ведения фермы: 1056;

Способ 2. Симплекс-метод решения задачи:

Лисица – x1; Песец – х2; Z – Доход;

Max Z = 16\*x1 + 12\*x2;

2\*x1 + 3\*x2 <= 180;

4\*x1 + 1\*x2 <= 240;

6\*x1 + 7\*x2 <= 426.

Приводим к канонической форме:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A = | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | | 4 | 1 | 0 | 1 | 0 | | 6 | 7 | 0 | 0 | 1 | | |
|  |  |

Для решения уравнения нужно добавить x3,x4,x5;

Составляем таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | 180 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 |
| x4 | 240 | 4 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| x5 | 426 | 6 | 7 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -16 | -12 | 0 | 0 | 0 |

До тех пор, пока у нас будет отрицательное значение в графе F, будем определять новое значение этих переменных.

Min (180 : 2 , 240 : 4 , 426 : 6 ) = 60;

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | min |
| x3 | 180 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 90 |
| x4 | 240 | **4** | 1 | 0 | 1 | 0 | **60** |
| x5 | 426 | 6 | 7 | 0 | 0 | 1 | 71 |
| F(X1) | 0 | **-16** | -12 | 0 | 0 | 0 |  |

Для расчёта новых коэффициентов используем формулу НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ, где НЭ – новый элемент, СЭ – старый элемент, А и В – старые переменные, РЭ – Разрешающий элемент(элемент, имеющий минимальное частное от допустимого предела решения).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| 180-(240 • 2):4 | 2-(4 • 2):4 | 3-(1 • 2):4 | 1-(0 • 2):4 | 0-(1 • 2):4 | 0-(0 • 2):4 |
| 240 : 4 | 4 : 4 | 1 : 4 | 0 : 4 | 1 : 4 | 0 : 4 |
| 426-(240 • 6):4 | 6-(4 • 6):4 | 7-(1 • 6):4 | 0-(0 • 6):4 | 0-(1 • 6):4 | 1-(0 • 6):4 |
| 0-(240 • -16):4 | -16-(4 • -16):4 | -12-(1 • -16):4 | 0-(0 • -16):4 | 0-(1 • -16):4 | 0-(0 • -16):4 |

Новая таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | 60 | 0 | 5/2 | 1 | -1/2 | 0 |
| x1 | 60 | 1 | 1/4 | 0 | 1/4 | 0 |
| x5 | 66 | 0 | 11/2 | 0 | -3/2 | 1 |
| F(X1) | 960 | 0 | -8 | 0 | 4 | 0 |

Так как всё ещё есть отрицательные элементы, продолжаем цикл.

min (60 : 21/2 , 60 : 1/4 , 66 : 51/2 ) = 12

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | min |
| x3 | 60 | 0 | 5/2 | 1 | -1/2 | 0 | 24 |
| x1 | 60 | 1 | 1/4 | 0 | 1/4 | 0 | 240 |
| x5 | 66 | 0 | **51/2** | 0 | -3/2 | 1 | **12** |
| F(X2) | 960 | 0 | **-8** | 0 | 4 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| 60-(66 • 21/2):51/2 | 0-(0 • 21/2):51/2 | 21/2-(51/2 • 21/2):51/2 | 1-(0 • 21/2):51/2 | -1/2-(-11/2 • 21/2):51/2 | 0-(1 • 21/2):51/2 |
| 60-(66 • 1/4):51/2 | 1-(0 • 1/4):51/2 | 1/4-(51/2 • 1/4):51/2 | 0-(0 • 1/4):51/2 | 1/4-(-11/2 • 1/4):51/2 | 0-(1 • 1/4):51/2 |
| 66 : 51/2 | 0 : 51/2 | 51/2 : 51/2 | 0 : 51/2 | -11/2 : 51/2 | 1 : 51/2 |
| 960-(66 • -8):51/2 | 0-(0 • -8):51/2 | -8-(51/2 • -8):51/2 | 0-(0 • -8):51/2 | 4-(-11/2 • -8):51/2 | 0-(1 • -8):51/2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | 30 | 0 | 0 | 1 | 2/11 | -5/11 |
| x1 | 57 | 1 | 0 | 0 | 7/22 | -1/22 |
| x2 | 12 | 0 | 1 | 0 | -3/11 | 2/11 |
| F(X2) | 1056 | 0 | 0 | 0 | 20/11 | 16/11 |

**Ответ 2:** Количество лисиц на ферме: 57; Количество писцов на ферме: 12; Всего дохода, при таком способе ведения фермы: 1056;

Способ 3. Метод “Поиск решения”:



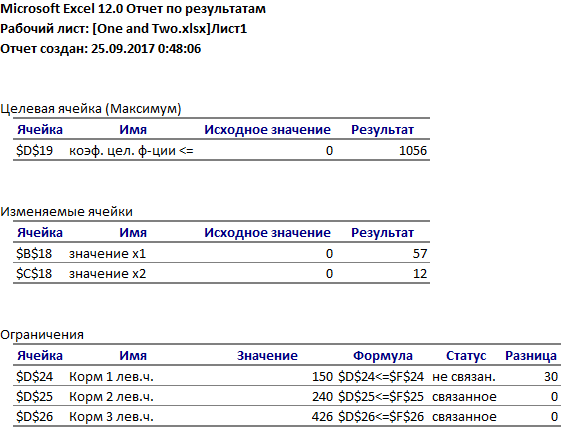
**Ответ 3:** Количество лисиц на ферме: 57; Количество писцов на ферме: 12; Всего дохода, при таком способе ведения фермы: 1056;

**Анализ оптимальных решений:**

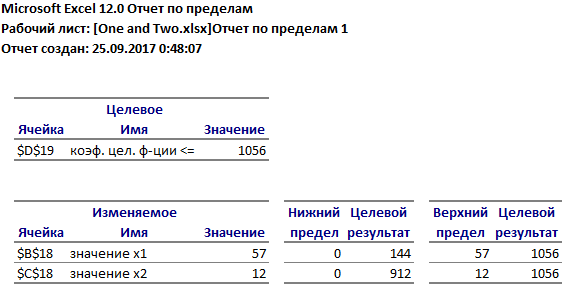
Отчет об устойчивости:



Отчет о результатах:



Отчет о пределах:



А) Вся продукция вошла в целевой план.

Б,Г) Первый корм не является дефицитным ресурсом. Корм два – самый дефицитный ресурс(y2=1,(81)). Третий корм менее дефицитен(y3=1,(45)).

В) Оптимальное решение:

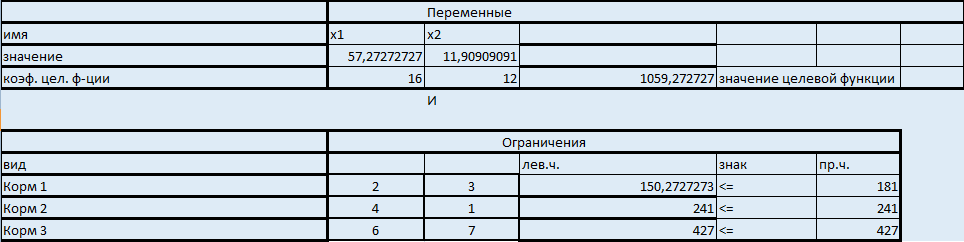
y1(оценка кг первого корма)=0; y2(оценка кг второго корма)=20/11;

y3(оценка кг третьего корма)=16/11;

f(y)=180\*0+240\*20/11+426\*16/11=1055,996;

Д) y1: (180-30; 180+∞); y2: (240-165; 240+44); y3: (426-66; 426+66)

Оценка изменённого результата:



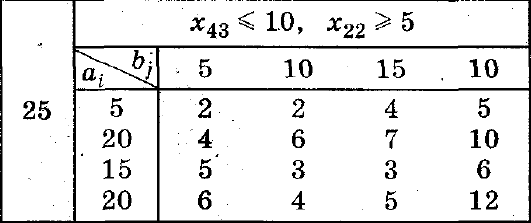
Отчет об устойчивости:

Вывод: так как у нас ни один из ограничений не выходило из зоны допустимых значений (y1: (180-30; 180+∞); y2: (240-165; 240+44); y3: (426-66; 426+66)), то значение от изменения количества на один не сильно изменилось. Теневая цена осталась прежней.

**Задача 2. Транспортная задача.**

Задание:

Требуется определить оптимальный план перевозок транспортной задачи, заданной транспортной таблицей.

****

1) Составить математическую модель транспортной задачи;

2) Решить транспортную задачу без учета дополнительных ограничений на перевозки;

**а) вручную,**

**б) на компьютере;**

3) Решить транспортную задачу с дополнительными ограничениями на перевозки.

4) Сделать выводы.

Решение задачи:

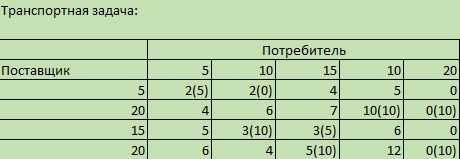
∑a = 5 + 20 + 15 + 20 = 60

∑b = 5 + 10 + 15 + 10 = 40

a>b -> нужно дополнить условие.



Затем, выбираем строки с наименьшей стоимостью, где потребность будет удовлетворена. Получаем такой план:



Значение целевой функции для этого плана равно:  
F(x) = 2\*5 + 10\*10 + 0\*10 + 3\*10 + 3\*5 + 5\*10 + 0\*10 = 205

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1 + v1 = 2; 0 + v1 = 2; v1 = 2  
u1 + v2 = 2; 0 + v2 = 2; v2 = 2  
u3 + v2 = 3; 2 + u3 = 3; u3 = 1  
u3 + v3 = 3; 1 + v3 = 3; v3 = 2  
u4 + v3 = 5; 2 + u4 = 5; u4 = 3  
u4 + v5 = 0; 3 + v5 = 0; v5 = -3  
u2 + v5 = 0; -3 + u2 = 0; u2 = 3  
u2 + v4 = 10; 3 + v4 = 10; v4 = 7

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=2 | v2=2 | v3=2 | v4=7 | v5=-3 |
| u1=0 | 2[5] | 2[0] | 4 | 5 | 0 |
| u2=3 | 4 | 6 | 7 | 10[10] | 0[10] |
| u3=1 | 5 | 3[10] | 3[5] | 6 | 0 |
| u4=3 | 6 | 4 | 5[10] | 12 | 0[10] |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(1;4): 0 + 7 > 5; ∆14 = 0 + 7 - 5 = 2  
(2;1): 3 + 2 > 4; ∆21 = 3 + 2 - 4 = 1  
(3;4): 1 + 7 > 6; ∆34 = 1 + 7 - 6 = 2  
(4;2): 3 + 2 > 4; ∆42 = 3 + 2 - 4 = 1

Для этого в перспективную клетку (1;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2[5] | 2[0][-] | 4 | 5[+] | 0 | 5 |
| 2 | 4 | 6 | 7 | 10[10][-] | 0[10][+] | 20 |
| 3 | 5 | 3[10][+] | 3[5][-] | 6 | 0 | 15 |
| 4 | 6 | 4 | 5[10][+] | 12 | 0[10][-] | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 | 20 |  |

u1 + v1 = 2; 0 + v1 = 2; v1 = 2  
u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5  
u2 + v4 = 10; 5 + u2 = 10; u2 = 5  
u2 + v5 = 0; 5 + v5 = 0; v5 = -5  
u4 + v5 = 0; -5 + u4 = 0; u4 = 5  
u4 + v3 = 5; 5 + v3 = 5; v3 = 0  
u3 + v3 = 3; 0 + u3 = 3; u3 = 3  
u3 + v2 = 3; 3 + v2 = 3; v2 = 0

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=2 | v2=0 | v3=0 | v4=5 | v5=-5 |
| u1=0 | 2[5] | 2 | 4 | 5[0] | 0 |
| u2=5 | 4 | 6 | 7 | 10[10] | 0[10] |
| u3=3 | 5 | 3[10] | 3[5] | 6 | 0 |
| u4=5 | 6 | 4 | 5[10] | 12 | 0[10] |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(2;1): 5 + 2 > 4; ∆21 = 5 + 2 - 4 = 3  
(3;4): 3 + 5 > 6; ∆34 = 3 + 5 - 6 = 2  
(4;1): 5 + 2 > 6; ∆41 = 5 + 2 - 6 = 1  
(4;2): 5 + 0 > 4; ∆42 = 5 + 0 - 4 = 1

Для этого в перспективную клетку (2;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2[5][-] | 2 | 4 | 5[0][+] | 0 | 5 |
| 2 | 4[+] | 6 | 7 | 10[10][-] | 0[10] | 20 |
| 3 | 5 | 3[10] | 3[5] | 6 | 0 | 15 |
| 4 | 6 | 4 | 5[10] | 12 | 0[10] | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 | 20 |  |

Прибавляем 5 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 5 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 | 5 |
| 2 | 4[5] | 6 | 7 | 10[5] | 0[10] | 20 |
| 3 | 5 | 3[10] | 3[5] | 6 | 0 | 15 |
| 4 | 6 | 4 | 5[10] | 12 | 0[10] | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 | 20 |  |

u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5  
u2 + v4 = 10; 5 + u2 = 10; u2 = 5  
u2 + v1 = 4; 5 + v1 = 4; v1 = -1  
u2 + v5 = 0; 5 + v5 = 0; v5 = -5  
u4 + v5 = 0; -5 + u4 = 0; u4 = 5  
u4 + v3 = 5; 5 + v3 = 5; v3 = 0  
u3 + v3 = 3; 0 + u3 = 3; u3 = 3  
u3 + v2 = 3; 3 + v2 = 3; v2 = 0

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=-1 | v2=0 | v3=0 | v4=5 | v5=-5 |
| u1=0 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 |
| u2=5 | 4[5] | 6 | 7 | 10[5] | 0[10] |
| u3=3 | 5 | 3[10] | 3[5] | 6 | 0 |
| u4=5 | 6 | 4 | 5[10] | 12 | 0[10] |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 | 5 |
| 2 | 4[5] | 6 | 7 | 10[5][-] | 0[10][+] | 20 |
| 3 | 5 | 3[10] | 3[5][-] | 6[+] | 0 | 15 |
| 4 | 6 | 4 | 5[10][+] | 12 | 0[10][-] | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 | 20 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 | 5 |
| 2 | 4[5] | 6 | 7 | 10[0] | 0[15] | 20 |
| 3 | 5 | 3[10] | 3 | 6[5] | 0 | 15 |
| 4 | 6 | 4 | 5[15] | 12 | 0[5] | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 | 20 |  |

u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5  
u2 + v4 = 10; 5 + u2 = 10; u2 = 5  
u2 + v1 = 4; 5 + v1 = 4; v1 = -1  
u2 + v5 = 0; 5 + v5 = 0; v5 = -5  
u4 + v5 = 0; -5 + u4 = 0; u4 = 5  
u4 + v3 = 5; 5 + v3 = 5; v3 = 0  
u3 + v4 = 6; 5 + u3 = 6; u3 = 1  
u3 + v2 = 3; 1 + v2 = 3; v2 = 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=-1 | v2=2 | v3=0 | v4=5 | v5=-5 |
| u1=0 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 |
| u2=5 | 4[5] | 6 | 7 | 10[0] | 0[15] |
| u3=1 | 5 | 3[10] | 3 | 6[5] | 0 |
| u4=5 | 6 | 4 | 5[15] | 12 | 0[5] |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 | 5 |
| 2 | 4[5] | 6 | 7 | 10[0][-] | 0[15][+] | 20 |
| 3 | 5 | 3[10][-] | 3 | 6[5][+] | 0 | 15 |
| 4 | 6 | 4[+] | 5[15] | 12 | 0[5][-] | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 | 20 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 | 5 |
| 2 | 4[5] | 6 | 7 | 10 | 0[15] | 20 |
| 3 | 5 | 3[10] | 3 | 6[5] | 0 | 15 |
| 4 | 6 | 4[0] | 5[15] | 12 | 0[5] | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 | 20 |  |

u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5  
u3 + v4 = 6; 5 + u3 = 6; u3 = 1  
u3 + v2 = 3; 1 + v2 = 3; v2 = 2  
u4 + v2 = 4; 2 + u4 = 4; u4 = 2  
u4 + v3 = 5; 2 + v3 = 5; v3 = 3  
u4 + v5 = 0; 2 + v5 = 0; v5 = -2  
u2 + v5 = 0; -2 + u2 = 0; u2 = 2  
u2 + v1 = 4; 2 + v1 = 4; v1 = 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=2 | v2=2 | v3=3 | v4=5 | v5=-2 |
| u1=0 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 |
| u2=2 | 4[5] | 6 | 7 | 10 | 0[15] |
| u3=1 | 5 | 3[10] | 3 | 6[5] | 0 |
| u4=2 | 6 | 4[0] | 5[15] | 12 | 0[5] |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 | 5 |
| 2 | 4[5] | 6 | 7 | 10 | 0[15] | 20 |
| 3 | 5 | 3[10][-] | 3[+] | 6[5] | 0 | 15 |
| 4 | 6 | 4[0][+] | 5[15][-] | 12 | 0[5] | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 | 20 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 | 5 |
| 2 | 4[5] | 6 | 7 | 10 | 0[15] | 20 |
| 3 | 5 | 3 | 3[10] | 6[5] | 0 | 15 |
| 4 | 6 | 4[10] | 5[5] | 12 | 0[5] | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 | 20 |  |

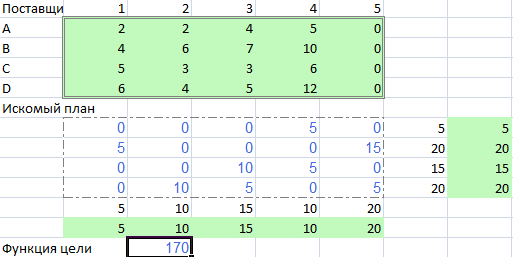
u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5  
u3 + v4 = 6; 5 + u3 = 6; u3 = 1  
u3 + v3 = 3; 1 + v3 = 3; v3 = 2  
u4 + v3 = 5; 2 + u4 = 5; u4 = 3  
u4 + v2 = 4; 3 + v2 = 4; v2 = 1  
u4 + v5 = 0; 3 + v5 = 0; v5 = -3  
u2 + v5 = 0; -3 + u2 = 0; u2 = 3  
u2 + v1 = 4; 3 + v1 = 4; v1 = 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=1 | v2=1 | v3=2 | v4=5 | v5=-3 |
| u1=0 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 |
| u2=3 | 4[5] | 6 | 7 | 10 | 0[15] |
| u3=1 | 5 | 3 | 3[10] | 6[5] | 0 |
| u4=3 | 6 | 4[10] | 5[5] | 12 | 0[5] |

Опорный план – оптимальный, так как  ui + vj ≤ cij;

Тогда, F(x) = 5\*5 + 4\*5 + 0\*15 + 3\*10 + 6\*5 + 4\*10 + 5\*5 + 0\*5 = 170.

Решение, с помощью поиска решения:



Вывод:

Минимальный путь – 170.

Путь: Из 1-го места необходимо часть груза (5) направить в 4-ое место.  
Из 2-го места необходимо часть груза (5) направить в 1-ое место.  
Из 3-го места необходимо груз направить в 3-е место (10) и в 4-ое место (5).  
Из 4-го места необходимо груз направить во 2-ое место (10) и в 3-е место (5).  
На 2-ом складе остался невостребованным груз в количестве 15 ед.  
На 4-ом складе остался невостребованным груз в количестве 5 ед.

Xопт.=(0 0 0 5)

(5 0 0 0)

(0 0 10 5)

(0 10 5 0)

Транспортная задача с ограничениями:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | Запасы |
| 1 | 2 | 2 | 4 | 5 | 5 |
| 2 | 4 | 6 | 7 | 10 | 20 |
| 3 | 5 | 3 | 3 | 6 | 15 |
| 4 | 6 | 4 | 5 | 12 | 20 |
| Потребности | 5 | 10 | 15 | 10 |  |

При ограничениях: х43 ≤10, x22>=5

Для ограничения х22 ≥5 вычитаем 5 из запасов и потребностей.

Для ограничения х43 ≤10 добавляем 5-ый столбец со значениями столбца №4, но с запретом в (4,5).

Поскольку в матрице присутствуют запрещенные к размещению клетки, то для отыскания оптимального плана достаточно заменить их на максимальные тарифы (100).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 2 | 2 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 2 | 4 | 6 | 7 | 10 | 10 | 15 |
| 3 | 5 | 3 | 3 | 6 | 6 | 15 |
| 4 | 6 | 4 | 5 | 12 | 100 | 20 |
| Потребности | 5 | 5 | 15 | 10 | 10 |  |

∑a = 5 + 15 + 15 + 20 = 55  
∑b = 5 + 5 + 15 + 10 + 10 = 45

Конечный ответ:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=-1 | v2=1 | v3=2 | v4=5 | v6=-5 |
| u1=0 | 2 | 2 | 4 | 5[5] | 0 |
| u2=5 | 4[5] | 6[0] | 7 | 10[0] | 0[10] |
| u3=1 | 5 | 3 | 3 | 6[15] | 0 |
| u4=3 | 6 | 4[5] | 5[20] | 100 | 0 |

Минимальные затраты составят: F(x) = 5\*5 + 4\*5 + 0\*10 + 6\*10 + 6\*5 + 4\*5 + 5\*15 = 230