

19.01.2024r.



Projekt 2

Analiza zmienności temperatur oraz zanieczyszczenia
powietrza pyłem zawieszonym PM2.5 w Krakowie

Emilia Brandys, nr albumu: 409963

Zuzanna Sabat, nr albumu: 410176

Natalia Abramowicz, nr albumu: 410635

Spis treści

1.	Wstęp	3
2.	Dane i metody	3
2.1.	Materiały	3
2.2.	Kriging i modele geostatystyczne	4
3.	Wyniki	4
3.1.	Rozkład czujników	4
3.2.	Pomiary z dnia 21.01.2024r. (niedziela)	8
	Godzina 9:00.....	8
	Godzina 15:00.....	11
	Godzina 21:00.....	14
3.3.	Pomiary z dnia 23.01.2024r. (wtorek)	18
	Godzina 9:00.....	18
	Godzina 15:00.....	21
	Godzina 21:00.....	24
3.4.	Pomiary z dnia 25.01.2024r. (czwartek)	27
	Godzina 9:00.....	27
	Godzina 15:00.....	29
	Godzina 21:00.....	32
4.	Podsumowanie	35
5.	Wnioski	37
6.	Metodyka	37

1. Wstęp

Zanieczyszczenie powietrza stanowi obecnie jedno z najpoważniejszych wyzwań środowiskowych. Jednym z miast, które szczególnie boryka się z tym problemem jest Kraków, miasto położone w województwie Małopolskim w południowej Polsce na wysokości od 188 do 383 m.n.p.m. Wraz z dynamicznym wzrostem przemysłu i liczby pojazdów mechanicznych oraz niewłaściwymi metodami ogrzewania wzrosło stężenie pyłu zawieszonego pochodzenia antropogenicznego. Jego połączenie z pyłem pochodzenia naturalnego sprawiło, że mieszanina cząstek stałych i ciekłych w powietrzu osiągnęła poziomy zagrażające zdrowiu mieszkańców. Najgroźniejsze z nich – pyły wtórne, o frakcji PM_{2.5} zawierają największą grupę związków chemicznych o udowodnionym działaniu rakotwórczym. Przenikają do odcinka tchawicowo - oskrzelowego ludzi i zwierząt powodując wiele negatywnych skutków zdrowotnych. Celem pracy było przeprowadzenie analizy poziomu zanieczyszczenia powietrza oraz próba określenia czynników związanych z jego intensywnością.

2. Dane i metody

Analizę przeprowadzono w oparciu o dane temperaturowe, dane na temat prędkości i kierunku wiatru oraz wartości stężenia pyłu PM_{2.5} z trzech następujących dni: 21.01.24r. (niedziela), 23.01.24r. (wtorek) oraz 25.01.24r. (czwartek). W tych dniach dane były pobierane o godzinach: 9.00, 15.00, 21.00.

W niniejszej analizie, jeśli wspomniano o indeksie jakości powietrza, to odwoływano się do norm przedstawionych przez Główny Inspektorat Ochrony Środowiska w Polsce. Poszczególne przedziały stężenia pyłu i ich przypisanie do indeksów przedstawiono na Rysunku 1.

Indeks jakości powietrza	PM ₁₀ [µg/m ³]	PM _{2,5} [µg/m ³]	O ₃ [µg/m ³]	NO ₂ [µg/m ³]	SO ₂ [µg/m ³]
Bardzo dobry	0 - 20	0 - 13	0 - 70	0 - 40	0 - 50
Dobry	20,1 - 50	13,1 - 35	70,1 - 120	40,1 - 100	50,1 - 100
Umiarkowany	50,1 - 80	35,1 - 55	120,1 - 150	100,1 - 150	100,1 - 200
Dostateczny	80,1 - 110	55,1 - 75	150,1 - 180	150,1 - 230	200,1 - 350
Zły	110,1 - 150	75,1 - 110	180,1 - 240	230,1 - 400	350,1 - 500
Bardzo zły	> 150	> 110	> 240	> 400	> 500
Brak indeksu	Indeks jakości powietrza nie jest wyznaczony z powodu braku pomiaru zanieczyszczenia dominującego w województwie.				

Rysunek 1. Tabela z Indeksami Jakości Powietrza przedstawiona przez Główny Inspektorat Ochrony Środowiska w Polsce.

2.1. Materiały

Informacje o wartościach stężenia pyłu PM_{2.5} oraz temperatury pochodzą z czujników *Airly*. Dostęp do danych umożliwił interfejs API serwisu [Airly Developer](#).

Do analizy wykorzystano również dane meteorologiczne pod postacią map wiatrów w badanych dniach i godzinach. W tym zakresie wykorzystano informacje udostępniane przez serwis [METEO.PL](#).

2.2. Kriging i modele geostatystyczne

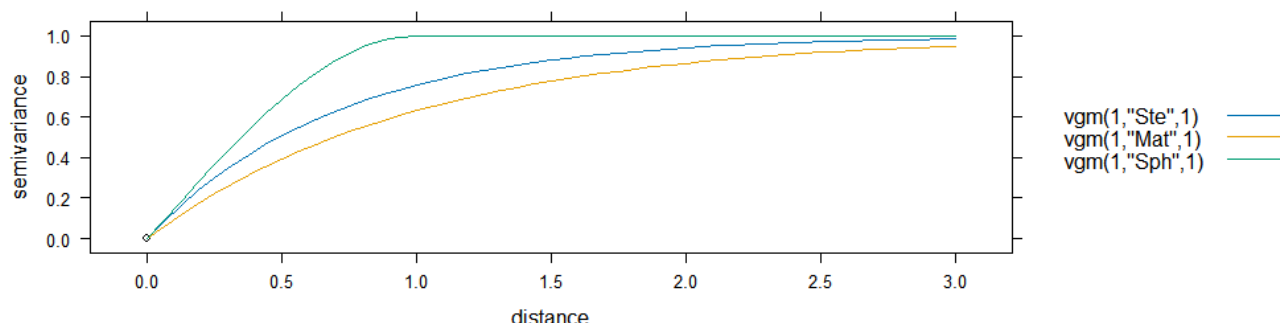
Mapy przedstawione w analizie zostały zbudowane na bazie krigingu zwykłego (OK, *ordinary kriging*). Metoda ta służy do oszacowywania wartości w danej lokalizacji, dla której znany jest wariogram, na podstawie punktów sąsiadujących. Założeniem krigingu zwykłego jest stała, ale nieznana średnia.

Wariogram jest narzędziem do analizy zmienności przestrzennej danych punktowych. Oś odciętych informuje o odległościach przestrzennych między punktami pomiarowymi, zaś oś rzędnych wyrażona jest przez wartość funkcji semiwariancji, wyraża średnią różnicę między danymi odległymi od siebie o daną odległość. Na wariogram składają się trzy podstawowe parametry:

- *Nugget* – reprezentuje zmienność na bardzo małych odległościach przestrzennych; może wynikać z mikroskalowych nieregularności, błędów pomiarowych lub innych składników, które nie są uchwycone przez dostępne dane,
- *Range* (zasięg) – określa odległość, powyżej której nie istnieją korelacje przestrzenne; zasięg powyżej którego wartość semiwariancji jest stała,
- *Sill* (próg) - jest to wartość, do jakiej zmienność przestrzenna może wzrastać po przekroczeniu zasięgu.

W niniejszej analizie, do każdego wariogramu dopasowano trzy modele geostatystyczne (Rysunek 2), na podstawie których dokonano interpolacji wartości stężenia pyłu PM2.5 oraz temperatury:

- 1) Matern model,
- 2) M.Stein's parametrization model,
- 3) Spherical model.



Rysunek 2. Zestawienie ze sobą wybranych trzech modeli geostatystycznych na wariogramie (linia niebieska – Matern, M.Stein's parametrization, linia żółta – Matern, linia zielona - spherical)

3. Wyniki

3.1. Rozkład czujników

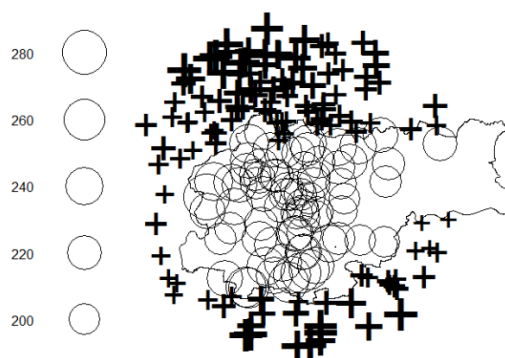
W celu zidentyfikowania źródeł zmienności zanieczyszczenia powietrza pyłami zawieszonymi zdecydowano dokładnie przeanalizować rozmieszczenie czujników pomiarowych. Aby to zrobić przedstawiono lokalizację czujników w odległości 15 kilometrów od ratusza, wyróżniając te w obszarze miasta jak i poza (Rysunek 3). Dodatkowo utworzono mapę cechy wysokości (Rysunek 4).

Lokalizacja czujników w Krakowie i poza obszarami miasta



Rysunek 3. Mapa lokalizacji czujników pomiarowych. Kółkami oznaczono czujniki znajdujące się w obrębie miasta, natomiast krzyżykami, te poza obszarami Krakowa.

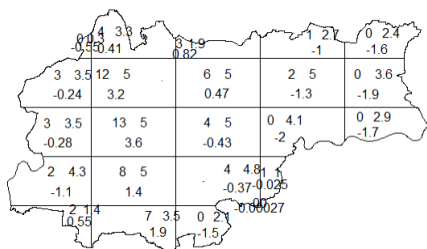
Lokalizacja czujników w Krakowie z uwzględnieniem wysokości



Rysunek 4. Mapa lokalizacji czujników pomiarowych z wysokością.

Kolejnym krokiem było sprawdzenie losowości rozmieszczenia czujników poprzez przystąpienie do testów statystycznych. Na początku wykonano test kwadrantowy (Rysunek 5), który miał na celu zbadanie liczby punktów, które powinny być w poszczególnych sektorach w stosunku do tych, które rzeczywiście tam występują. Z mapy można odczytać, że nadmiar czujników nad oczekiwaną wartością ich ilości występuje głównie w centrum Krakowa, a niedomiar we wschodniej części miasta. Dodatkowo odczytano w konsoli wynik testu, o wartości p-value równej 0.001193. Tak mała wartość potwierdza to co jest widoczne na mapie, czyli brak losowości przestrzennej. Oznacza to, że punkty nie są rozmieszczone przypadkowo. Innym sposobem zbadania losowości przestrzennej było utworzenie histogramu odległości do najbliższego punktu (Rysunek 6). Rozkład równomierny, bądź jednostajny sugerowałby, że punkty są rozmieszczone losowo, natomiast histogram uzyskany dla lokalizacji czujników pomiarowych w pierwszej połowie zakresu przypomina delikatnie krzywą Gaussa, co można odczytać jako nagromadzenie punktów wokół odległości 1000 metrów, co w statystyce można nazwać klastrami punktów.

Test kwadrantowy

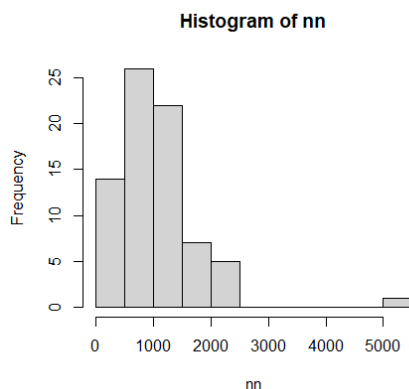


Rysunek 5. Test kwadrantowy lokalizacji przestrzennej czujników. Pierwsza liczba od lewej oznacza ilość czujników, druga ile powinno ich być, a trzecia roboczą wartość statystyki Chi.

Chi-squared test of CSR using quadrat counts

```
data: data15_ppp
X2 = 49.946, df = 22, p-value = 0.001193
alternative hypothesis: two.sided
Quadrats: 23 tiles (irregular windows)
```

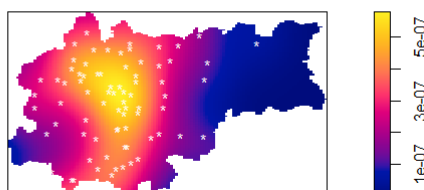
Rysunek 6. Wyniki testu kwadrantowego.



Rysunek 7. Histogram rozmieszczenia czujników pomiarowych.

Aby jeszcze lepiej zobrazować rozkład czujników przedstawiono gęstość prawdopodobieństwa, że punkt występuje w danym miejscu (Rysunek 7). Przyjęto skalę kolorystyczną od granatowego w miejscu najmniejszej gęstości prawdopodobieństwa do żółtego w miejscu największej gęstości występowania czujników. Jak zostało udowodnione w poprzednich testach, rozkład punktów pomiarowych nie jest równomierny. Największa gęstość prawdopodobieństwa jest w okolicach rynku, a najmniejsza we wschodniej części miasta- dzielnicach: Wzgórzach Krzesławickich i Nowej Hucie.

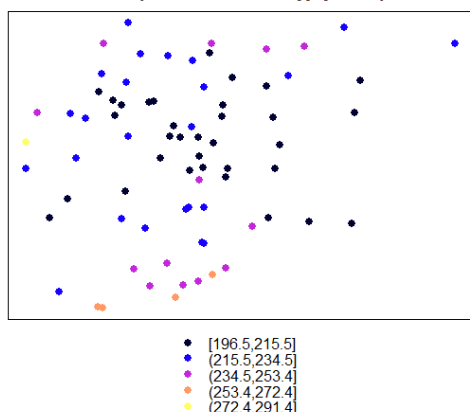
Gęstość prawdopodobieństwa rozkładu czujników



Rysunek 8. Wykres gęstości prawdopodobieństwa wystąpienia punktów pomiarowych.

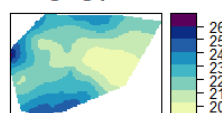
Z tak sformułowaną tezą można było przejść do dalszych kroków, czyli utworzenia obiektu do geostatystyki. Dzięki estymacji wykonano mapę wysokości na podstawie pomiarów w punktach pomiarowych (Rysunek 8). Najmniejsza wartość wysokości wynosiła 196.53 m.n.p.m, a największa 291.38 m.n.p.m. Największa ilość czujników była położona w najniższym zakresie wysokościowym: 196.5 – 215 m.n.p.m (33 czujniki), a najmniejsza w najwyższym zakresie 272.4 – 291.4 mn.p.m (tylko 1 czujnik). Dodatkowo wykorzystano kriging zwykły (Rysunek 9), który przedstawia prognozę wysokości, na podstawie estymacji punktów w przestrzeni, błąd standardowy, czyli miarę niepewności związanej z prognozą oraz dwa modele: eksperymentalny, pokazujący zmienność przestrzenną danych oraz matematyczny, opisujący dopasowanie eksperymentalnego wariogramu.

Rozmieszczenie punktów lokalizacyjnych w przestrzeni

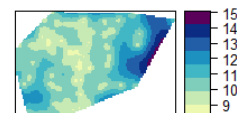


Rysunek 9. Mapa wysokości punktów pomiarowych wyrażona w metrach nad poziomem morza. Zakresy wysokości (stanowiące około 20 m) zostały oznaczone poszczególnymi kolorami, co zostało przedstawione pod wykresem.

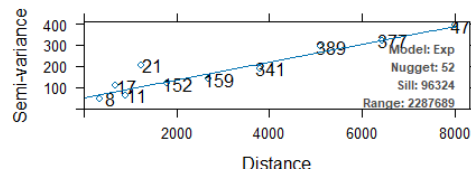
Kriging prediction



Kriging standard error



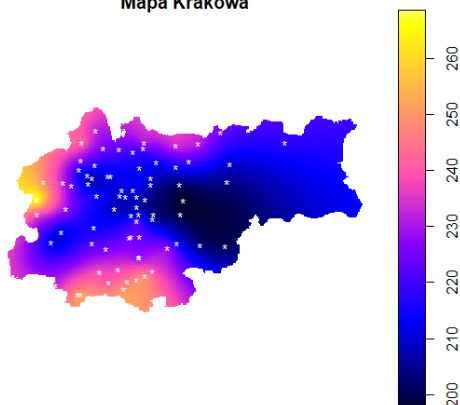
Experimental variogram and fitted variogram mode



Rysunek 10. Mapa cechy wysokości metodą krigingu zwykłego. W lewym górnym rogu znajduje się mapa prognozy, w prawym górnym błędu standardowego, a poniżej modele: eksperymentalny oraz dopasowania.

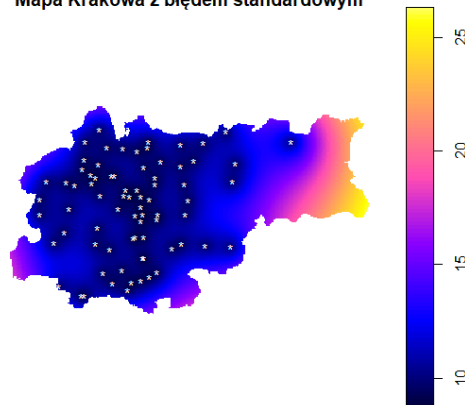
Następnie na podstawie wyników krigingu utworzono dwie nowe mapy: mapę prognozy wysokości (Rysunek 10.1), oraz mapę błędu standardowego (Rysunek 10.2) docięte do granic Krakowa. Na każdej z nich umieszczono dodatkowo punkty lokalizacyjne czujników pomiarowych. Na mapie prognozy można odczytać, że największe wysokości nad poziomem morza występują na południowej i zachodniej granicy miasta, a najmniejsze we wschodniej części centrum. Z wykresu błędu standardowego wyraźnie widać, że błąd standardowy nie jest tam wysoki (w granicach 9-12), dlatego przewidywania są dość dokładne. Natomiast we wschodniej części miasta z powodu braku dostatecznej ilości czujników błąd standardowy jest najwyższy (15).

Mapa Krakowa



Rysunek 10.1. Mapa wysokościowa Krakowa docięta do granic miasta.

Mapa Krakowa z błędem standardowym



Rysunek 10.2. Mapa błędu dopasowania Krakowa docięta do granic miasta.

Dzięki przeprowadzonym w tym rozdziale zabiegom udowodniono, że punkty pomiarowe nie są rozłożone równomiernie w obszarze miasta oraz na jego obrzeżach. Może być to spowodowane zagęszczeniem ludności oraz ruchu drogowego i przemysłu, które są zazwyczaj największe w centrum miasta, a zatem mają największe zapotrzebowanie na monitorowanie jakości powietrza. Dzięki

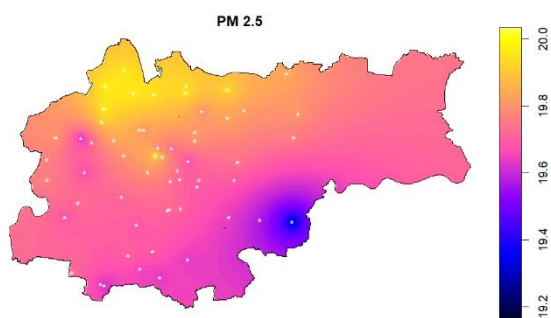
informacji o wysokości ich położenia udało się estymować wysokość nad poziomem morza w obrębie całego miasta, którą w połączeniu z wynikiem błędu standardowego można było zakwalifikować jako dokładną bądź wątpliwą. Znajomość wysokości danego terenu może pomóc w dalszej analizie zanieczyszczenia, ponieważ w zależności od hipsometrii terenu pył zawieszony ma większe tendencje do osadzania się bądź ułatniania z powietrza.

3.2. Pomiary z dnia 21.01.2024r. (niedziela)

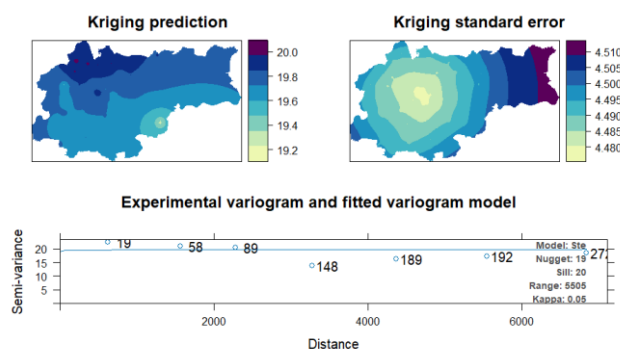
Godzina 9:00

Na podstawie map przedstawionych na Rysunkach 11, 13, 15 można stwierdzić, że stężenie pyłu PM_{2.5} miało poziom dobry. Wszystkie trzy mapy charakteryzuje anomalia zlokalizowana na południe od centrum miasta (niebieski kolor). Jej zasięg jest jednak znacznie większy na mapie na Rysunku 11, względem dwóch pozostałych. Na danej mapie można także dostrzec najszerzej zakreślony obszar kolorem żółtym, co wg skali odpowiada największym wartościom PM_{2.5}. Na pozostałych dwóch dominuje barwa różowa odpowiadająca wartościom z zakresu 19-20 $\mu\text{m}/\text{m}^3$. Zmiany wartości można zaobserwować w postaci okręgów przy punktach z lokalizacją czujników. Należy dostrzec, iż promień tych obszarów jest większy dla modelu sferycznego (Rysunek 15) niż modelu Matern (Rysunek 13). Na żadnej z map wartości nie są wyraźnie zwrócone ku konkretnemu kierunkowi, co miało związek z niemalże bezwietrzną pogodą o badanej godzinie (Rysunek 17). Co ciekawe, zgodnie z mapą wysokościową (Rysunek 10.1) miejsce o najniższym stężeniu pyłem było również miejscem o jednej z mniejszych wysokości bezwzględnych w granicach miasta.

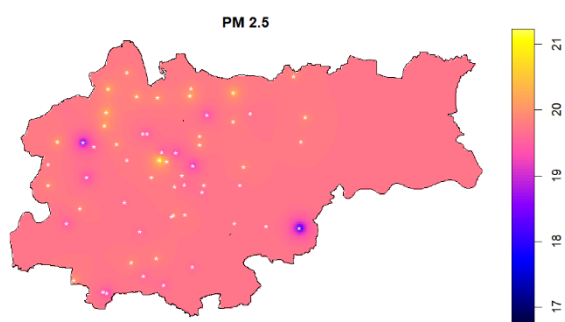
Na obrazie z *kriging standard error* modelu M.Stein's parametrization (Rysunek 12) można dostrzec, że największa wartość błędu pojawia się w zachodniej części badanego obszaru. Jest ona stosunkowo mała, w porównaniu do adekwatnych obrazów dla modelu Matern oraz sferycznego (kolejno Rysunek 14 oraz Rysunek 16), a o bardzo dużym zasięgu skorelowania zmiennych informuje parametr *range* wynoszący 5505 m. Obszary dwóch pozostałych map błędu standardowego są w zdecydowanej większości objęte największą wartością błędu, wynoszącą średnio 4.5. Porównując te dwie mapy z odpowiadającymi im mapami stężenia pyłu, zauważyć można ich duże podobieństwo, gdzie największej wartości błędu (kolor granatowy) odpowiadają obszary ze średnią wartością stężenia pyłu (kolor różowy).



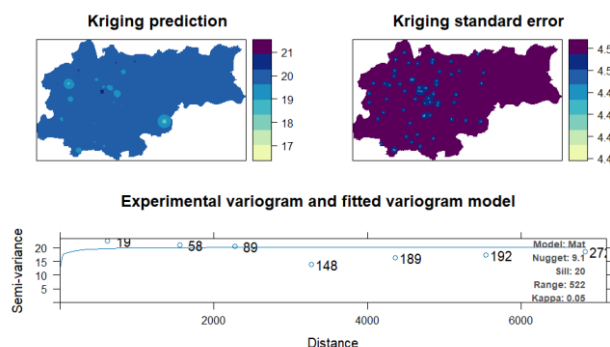
Rysunek 11. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz.9:00 z dnia 21.01 na obszarze Miasta Krakowa.
Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



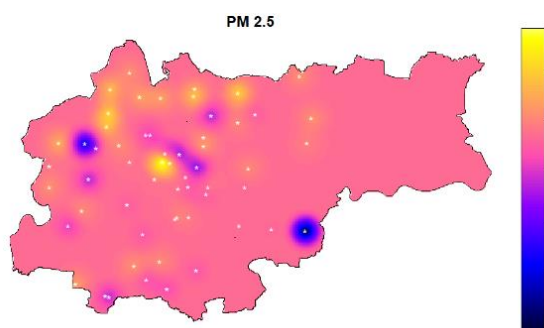
Rysunek 12. Kriging prediction, błąd standardowy krzygu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 16.



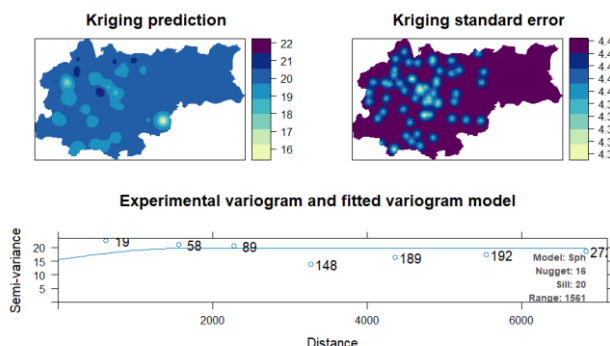
Rysunek 13. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz.9:00 z dnia 21.01 na obszarze Miasta Krakowa.
Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 14. Kriging prediction, błąd standardowy krzygu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 18.



Rysunek 15. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz.9:00 z dnia 21.01 na obszarze Miasta Krakowa.
Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



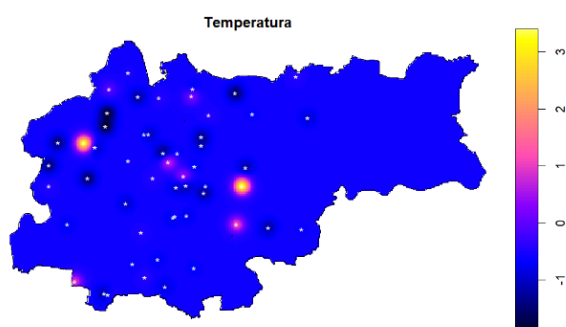
Rysunek 16. Kriging prediction, błąd standardowy krzygu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 20.



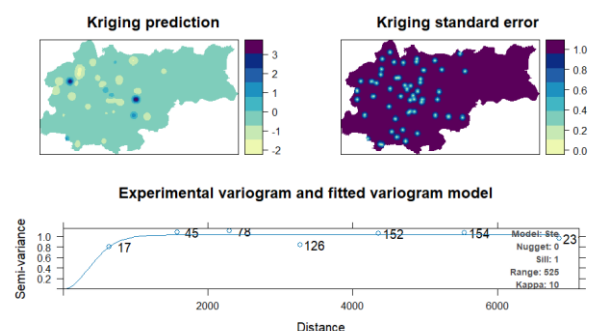
Rysunek 17. Mapa wiatrów na obszarze Miasta Kraków oraz jego okolic z dnia 21.01.2024r. z godziny 9:00.

Mapy temperatury powietrza zilustrowane na Rysunku 18 i Rysunku 20 wskazują, że temperatura na obszarze Miasta Krakowa o godzinie 9:00 wahała się między około -1.5°C a 3°C . Na Rysunku 22 zakres ten jest mniejszy i przyjmuje wartości od około -1.5°C do 1.5°C . Każda ze wspomnianych map temperatury powietrza charakteryzuje się drobnymi anomaliami, które są ściśle powiązane z lokalizacją czujników. Anomalie przyjmują większe rozmiary na mapie wykorzystującej model sferyczny (Rysunek 22), niż na mapach z modelem M.Stein's parametrization (Rysunek 18) oraz modelem Matern (Rysunek 20). Wyinterpolowane wartości wynoszą około od -1°C do 0°C (kolor niebieski). Odznaczają się one największą wartością błędu, który jest przedstawiony na obrazach błędu standardowego kriginu na Rysunkach 19, 21, 23 odpowiednio dla każdej z map.

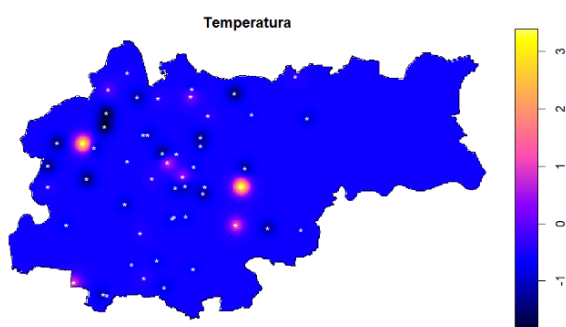
Każdy z wykorzystanych modeli geostatystycznych na wariogramie prezentuje się w podobny sposób. Kwestią wyróżniającą model sferyczny (Rysunek 21) od pozostałych dwóch, jest wartość semiwariancji na dystansie 0 metrów – wynosi ona 0.45 na co wskazuje wartość *nugget* oraz największy zasięg równy 1508 m. Oznacza to, że istnieje zmienność przestrzenna na bardzo małej skali i dane są skorelowane przestrzennie w promieniu 1508 m, co potwierdza największy zasięg wcześniej omawianych anomalii na Rysunku 22.



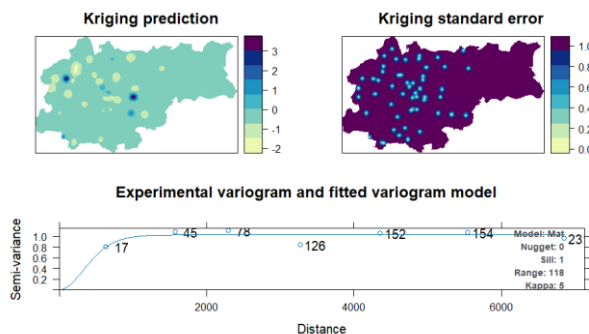
Rysunek 18. Mapa temperatury z godziny 9:00 dnia 21.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



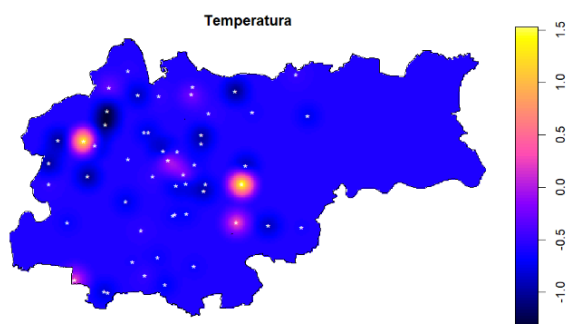
Rysunek 19. Kriging prediction, błąd standardowy kriginu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 18.



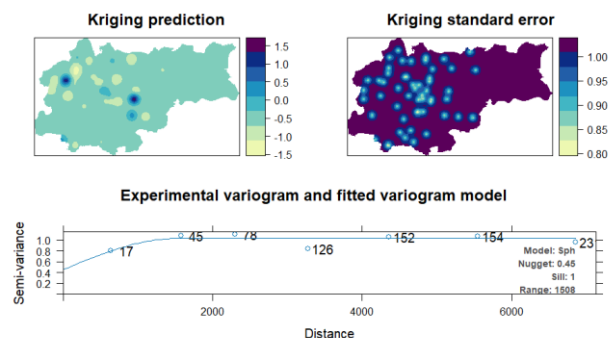
Rysunek 20. Mapa temperatury z godziny 9:00 dnia 21.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 21. Kriging prediction, błąd standardowy kriginu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 20.



Rysunek 22. Mapa temperatury z godziny 9:00 dnia 21.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



Rysunek 23. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 22.

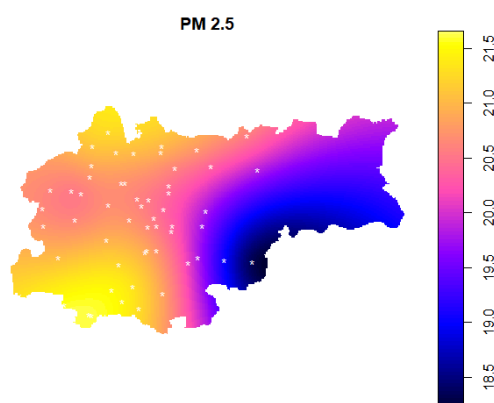
Godzina 15:00

Stężenie pyłu PM_{2.5} o godzinie 15.00 także można było uznać za dobre, jednak mapy przedstawione na Rysunkach 24, 26, 28 prezentują się zupełnie inaczej niż z godziny 9.00.

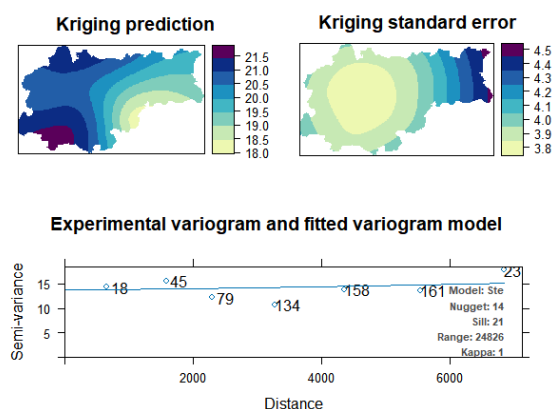
Na mapie bazującej na modelu M.Stein's parametrization (Rysunek 24) najniższe stężenia pyłu zajmują południowo-wschodni obszar i przybierają kształt łuku wykrzywionego ku zachodowi. Największe stężenia PM_{2.5} obejmują południowo-zachodni i północno-zachodni obszar. Na takie rozmieszczenie pyłów mogły wpłynąć łagodne wiatry, które wiały ze wschodu i południowego wschodu (Rysunek 30). Mapa standardowego błędu krigingu (Rysunek 25) wskazuje, że większość terenu objęta była błędem mniejszym niż 4. Model na wariogramie nie jest wypłaszczony, co świadczy o bardzo dużym zasięgu, wynoszącym blisko 2.5 km. Wartość *sill* to 21, zaś wartość *nugget* równa się 14, więc oznacza to duży wpływ zmienności na bardzo małej skali. Ponownie najniższe stężenie pyłu było w okolicy jednej z mniejszych wysokości bezwzględnych w granicach miasta.

Podobnie przedstawia się mapa z modelem Matern (Rysunek 26). Najmniejsze wartości pyłu zajmują znacznie mniejszy obszar, lecz także przybierają półkolisty kształt. Kolejnym elementem wyróżniającym jest intensywniej zaznaczony obszar kolorem różowym (odpowiada to wartościom około 19.5 $\mu\text{m}/\text{m}^3$) wokół trzech czujników zlokalizowanych na północnym-zachodzie. Wartość zasięgu skorelowania danych jest także bardzo wysoka, wynosząca ponad 2.1 km, a wartość *nugget* to 13 (Rysunek 27). Mapa błędu standardowego krigingu także prezentuje się podobnie do tej z Rysunku 25, lecz obszar z wartością najmniejszego błędu jest mniejszy, a granice zmian wartości błędu są mniej gładkie.

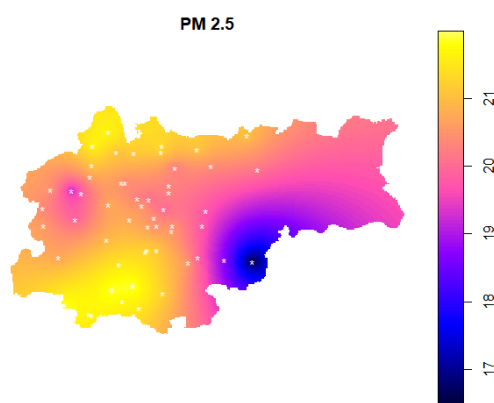
Mapa zbudowana na podstawie modelu sferycznego (Rysunek 28) zdecydowanie wyróżnia się względem dwóch poprzednich. Wyraźne zmiany wartości stężenia pyłu są związane z lokalizacją czujników oraz przyjmują postać małych okręgów. Znaczącą część obszaru wypełnia kolor pomarańczowy odpowiadający wartościom około 21 $\mu\text{m}/\text{m}^3$. Tereny objęte tym kolorem są także objęte największą wartością błędu standardowego krigingu (Rysunek 29). Na wariogramie można dostrzec wypłaszczenie się modelu po odległości ponad 1.5 km. Charakteryzuje się on także najmniejszą wartością *nugget* (11) oraz *sill* (15) spośród wszystkich trzech omawianych modeli.



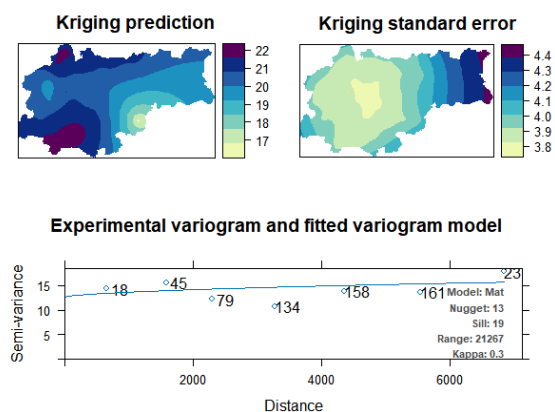
Rysunek 24. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz.15:00 z dnia 21.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



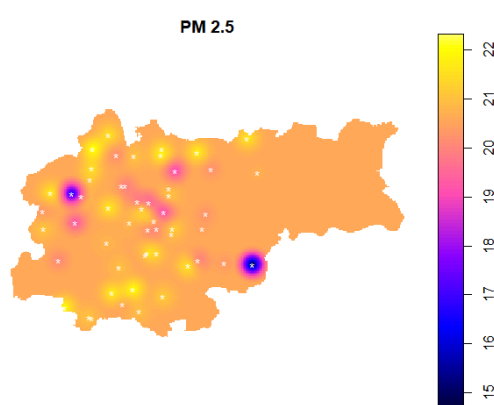
Rysunek 25. Kriging prediction, błąd standardowy kriginu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 24.



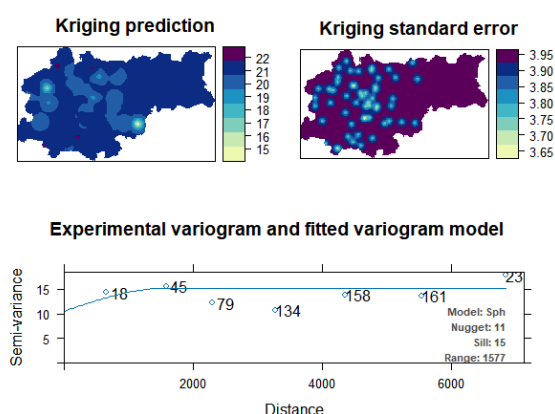
Rysunek 26. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz.15:00 z dnia 21.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 27. Kriging prediction, błąd standardowy kriginu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 26.



Rysunek 28. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz.15:00 z dnia 21.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



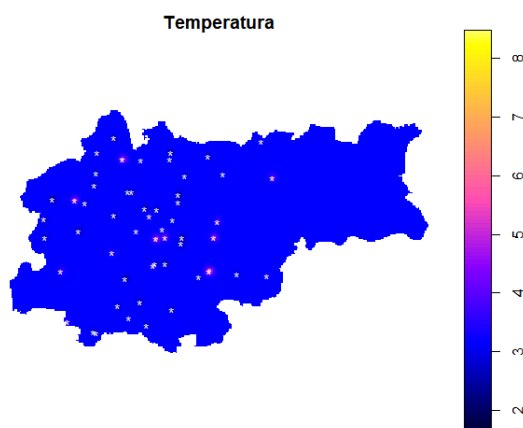
Rysunek 29. Kriging prediction, błąd standardowy kriginu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 28.



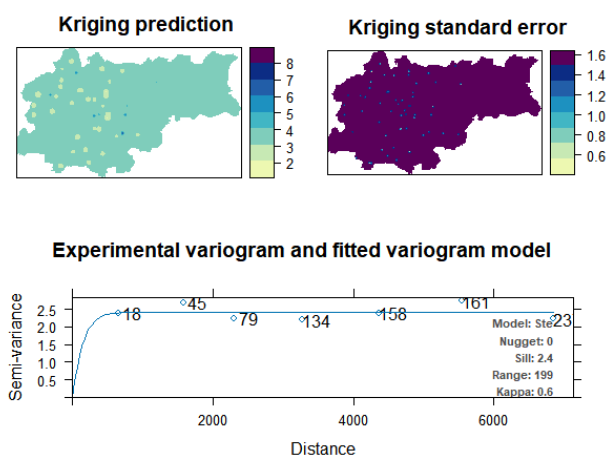
Rysunek 30. Mapa wiatrów na obszarze Miasta Kraków oraz jego okolic z dnia 21.01.2024r. z godziny 15:00.

Mapy temperatury powietrza dla modelu M.Stein's parametrization (Rysunek 31) oraz Matern (Rysunek 33) prezentują się w niemalże identycznie. Obszary map wypełnione są w znacznej części kolorem niebieskim odpowiadającym około 3°C . Zmiany wartości występują lokalnie i są to miejsca występowania czujników. Wartości wahają się z przedziału od 2°C do mniej więcej 8°C . Dane przedstawione dla wspomnianych map na odpowiednio Rysunku 32 i Rysunku 34 także wnoszą bardzo podobną informację. W obydwu przypadkach modele błędu standardowego są zdominowane przez największą wartość, a model przedstawiony na wariogramie szybko się wypłaszcza, co związane jest ze stosunkowo niską wartością zasięgu (poniżej 200 m).

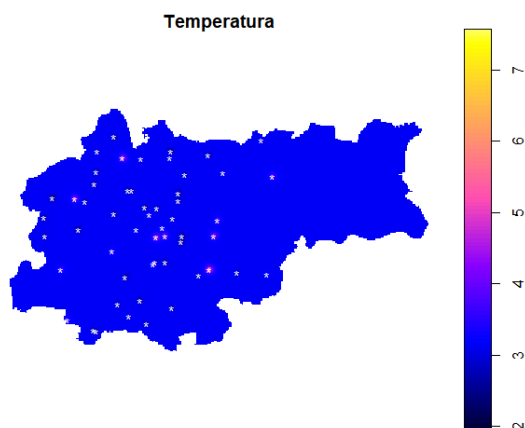
Podobnie jak w przypadku wcześniej omawianych map PM2.5, tak samo w przypadku map temperatur, mapa bazująca na modelu sferycznym wyróżnia się spośród reszty (Rysunek 35). Jest także wypełniona głównie kolorem niebieskim, jednak skala wartości temperatur jest mniejsza i przyjmuje ona wartości od niecałych 3°C do około 4°C . Zmiany temperatur występują również lokalnie, lecz obszary te charakteryzują się widocznie większym zasięgiem. Model na wariogramie z Rysunku 36 wypłaszcza się znacznie później względem dwóch pozostałych, w wyniku czego wartość zakresu jest także znacznie większa i wynosi 1577 m.



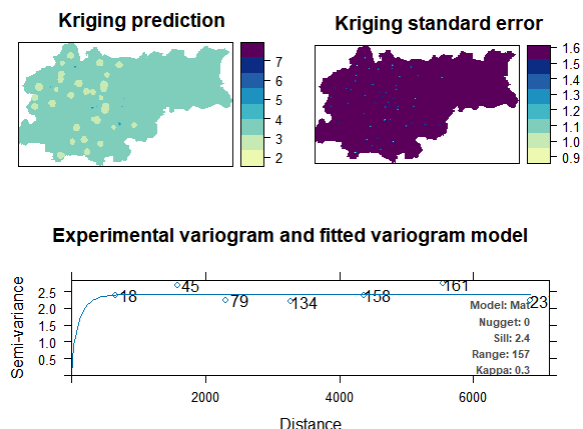
Rysunek 31. Mapa temperatury z godziny 15:00 dnia 21.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



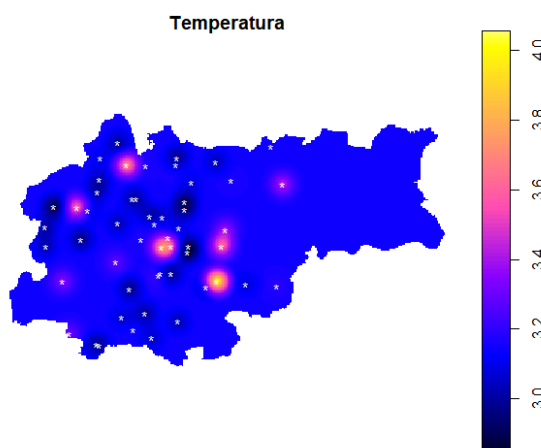
Rysunek 32. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 31.



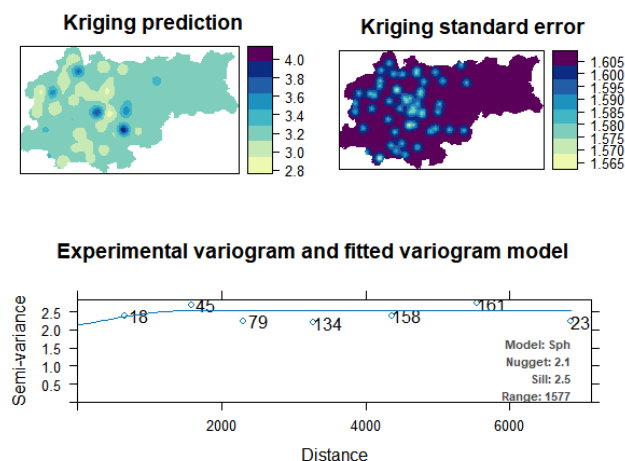
Rysunek 33. Mapa temperatury z godziny 15:00 dnia 21.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 34. Kriging prediction, błąd standardowy krugingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 33.



Rysunek 35. Mapa temperatury z godziny 15:00 dnia 21.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



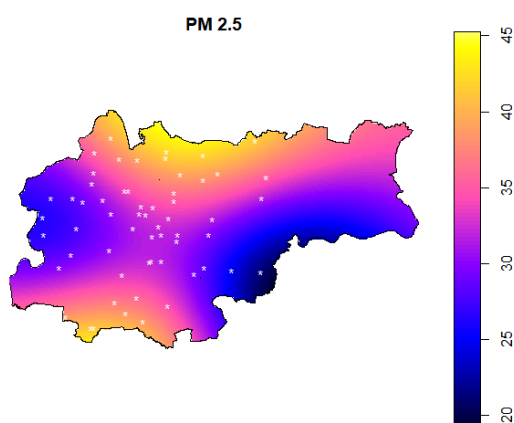
Rysunek 36. Kriging prediction, błąd standardowy krugingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 40.

Godzina 21:00

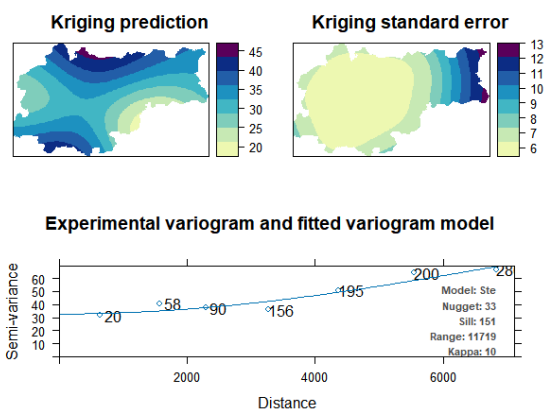
Mapy stężenia pyłu przedstawione na Rysunkach 37, 39, 41 przedstawiają wartości w bardzo podobny sposób. Obrazują one rozmieszczenie pyłu z zakresu niecałych 20 do około $45 \mu\text{m}/\text{m}^3$, co odpowiada indeksowi między dobrym a dostatecznym. Dostrzec można, że maksymalne wartości stężenia PM_{2.5} znajdują się w północnej i południowej części obszaru. Rozciągają się one ku centrum, tak samo jak najmniejsze wartości, których minimum znajduje się w południowo-wschodniej części mapy. Mapa bazująca na modelu sferycznym (Rysunek 41) wyróżnia się mniej gładkimi przejściami pomiędzy wartościami. Taki rozkład wartości mógł mieć wpływ wiatrów (Rysunek 43). Centrum obszaru pozostawało prawie bezwietrzne, zaś wschodnia część była objęta łagodnymi północno-zachodnimi wiatrami (kumulowanie największych wartości PM_{2.5} na południu), a zachodnie tereny - południowo-zachodnimi i południowo-zachodnimi wiatrami (kumulowanie największych wartości PM_{2.5} na północy).

Model błędu standardowego dla mapy bazujących na modelach M.Stein's parametrization oraz Matern wyglądają identycznie i są zdominowane przez najmniejszą wartość błędu wynoszącą około 6

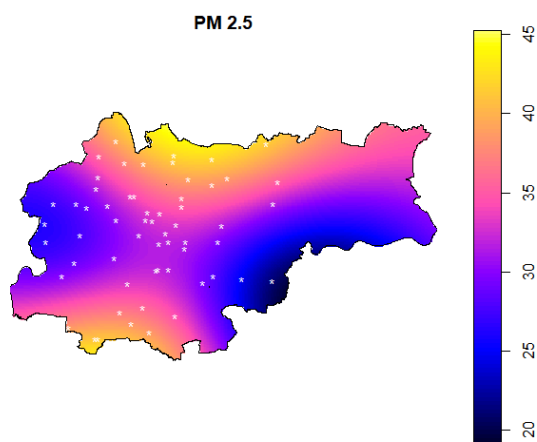
(kolejno Rysunek 38 i Rysunek 40). Wartości wzrastają promieniście. Modele przedstawione na wariogramach wspomnianych map przyjmują bardzo podobny kształt oraz parametry, poza wartością zasięgu – dla modelu M.Stein's parametrization jest ona ponad sześciokrotnie większa i wynosi ona blisko 12 km. Model sferyczny przedstawiony na wariogramie (Rysunek 42) odznacza się bardzo dużym zasięgiem wynoszącym prawie 62.5 km. Mapa błędu standardowego jest również zdominowana przez najmniejsze wartości skali, jednak granice pomiędzy zmianą (szczególnie w centrum) są mniej regularne.



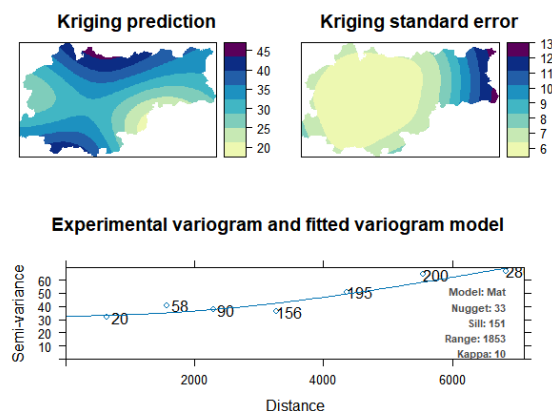
Rysunek 37. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz.21:00 z dnia 21.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



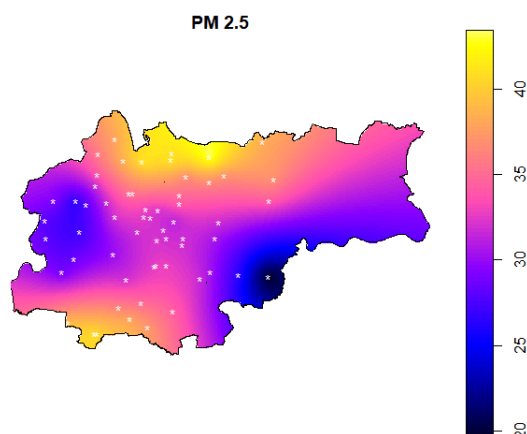
Rysunek 38. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla rysunku 42.



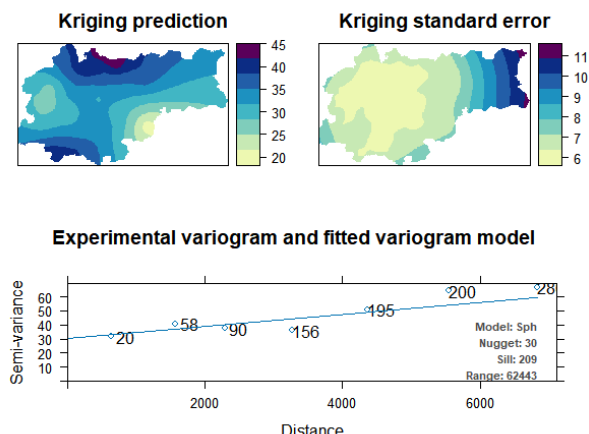
Rysunek 39. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz.21:00 z dnia 21.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



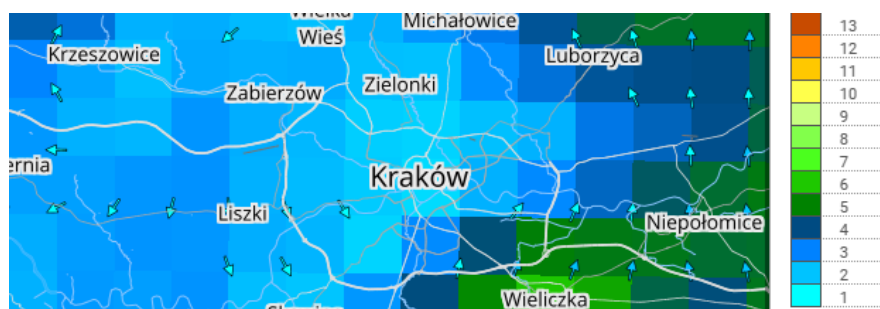
Rysunek 40. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla rysunku 44.



Rysunek 41. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz.21:00 z dnia 21.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.

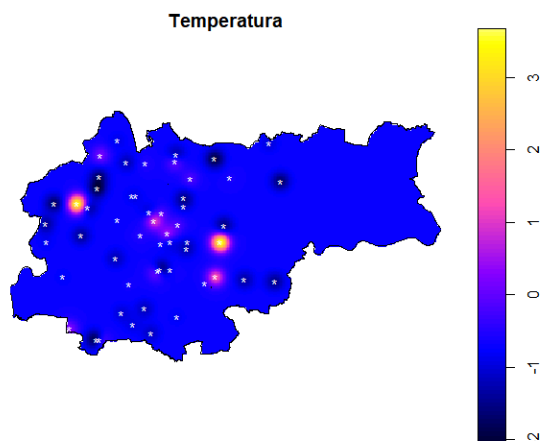


Rysunek 42. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla rysunku 46.

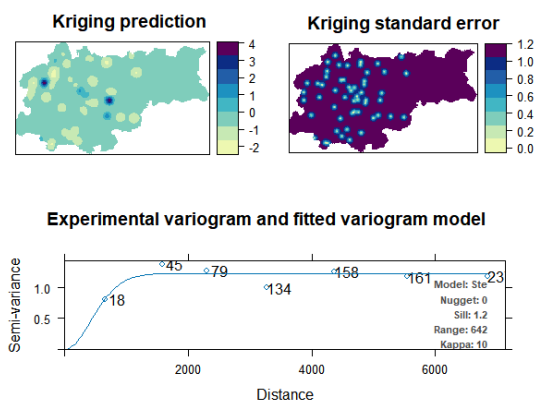


Rysunek 43. Mapa wiatrów na obszarze Miasta Kraków oraz jego okolic z dnia 21.01.2024r. z godziny 21:00.

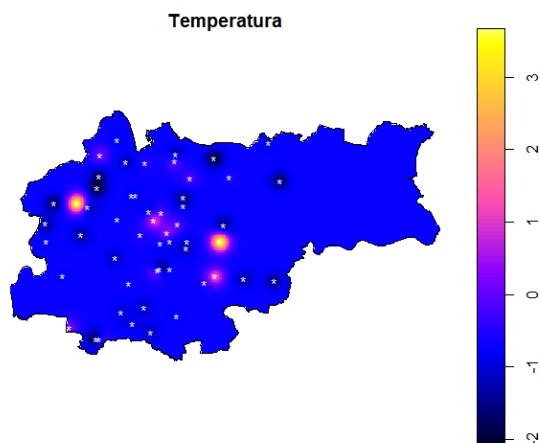
Mapy temperatury powietrza (Rysunki 44, 46, 48) są porównywalne względem siebie. Przyjmują wartości z zakresu od około -2°C do trochę ponad 3°C . Charakteryzują je lokalne zmiany wartości występujące w miejscach czujników. Każda z map zdominowana jest kolorem niebieskim temperaturze średnio -0.5°C . Obszary te pokrywają się z największą wartością błędu standardowego krigingu (Rysunek 45, 47, 49). Przedstawione na wariogramach modele M.Stein's parametrization (Rysunek 45) oraz Matern (Rysunek 47) przyjmują bardzo podobny kształt. Wartość *nugget* w obydwu przypadkach wynosi 0, *sill* to 21. Większym zakresem odznacza się pierwszy z modeli (642 m), zaś w modelu Matern dany parametr to 146 m. W przypadku modelu sferycznego (Rysunek 49) *sill* wynosi także 21, jednak zasięg, powyżej którego zanika korelacja przestrzenna to 1045 m.



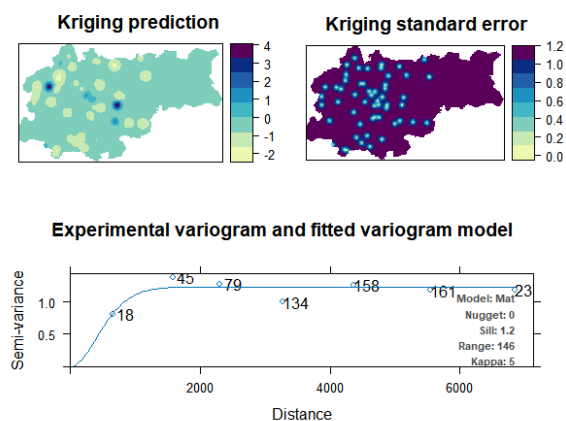
Rysunek 44. Mapa temperatury z godziny 21:00 dnia 21.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



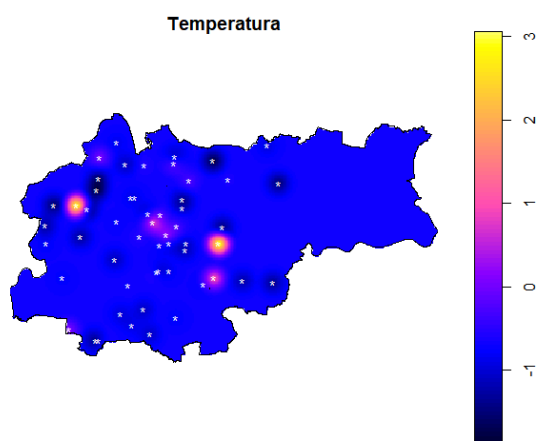
Rysunek 45. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 44.



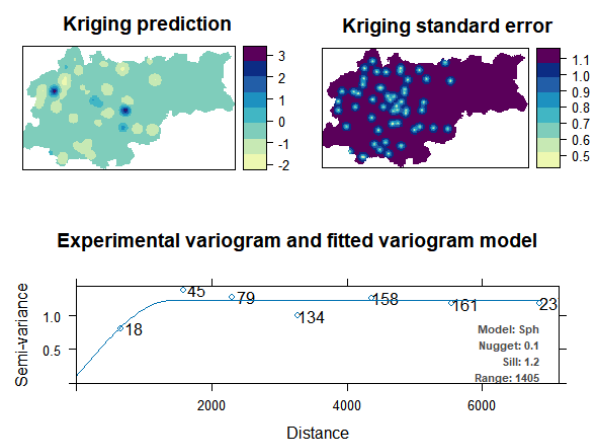
Rysunek 46. Mapa temperatury z godziny 21:00 dnia 21.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 47. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 46.



Rysunek 48. Mapa temperatury z godziny 21:00 dnia 21.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



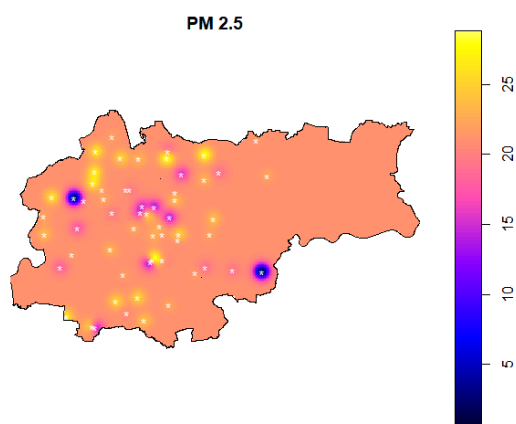
Rysunek 49. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z sferycznym dla Rysunku 48.

3.3. Pomiary z dnia 23.01.2024r. (wtorek)

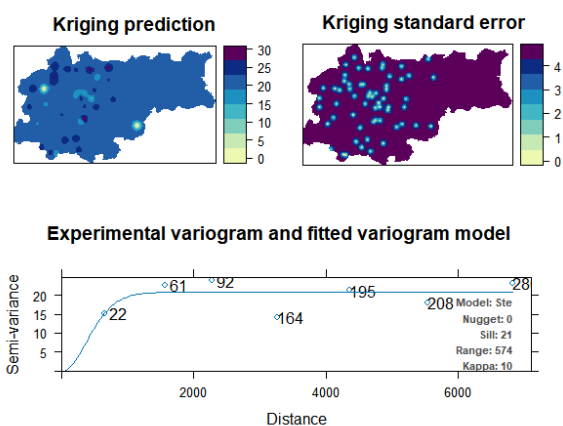
Godzina 9:00

Mapy stężenia pyłu przedstawione na Rysunkach 50, 52, 54 obrazują zjawisko w bardzo podobny sposób – zmiany wartości są lokalne, przyjmują kształt okręgów, a zgodnie z indeksem stężenie pyłu jest na poziomie bardzo dobrym - dobrym. Dostrzec można, że lokalizacja czujnika nie jest w centrum anomalii, zaś bliżej jej dolnej krawędzi. Sugeruje to, że pył został rozproszony, a jednym z czynników mogły być południowo-zachodnie wiatry (Rysunek 56). Na mapach dominują wartości około $22 \mu\text{m}/\text{m}^3$ (kolor pomarańczowy). Obszary ten pokrywają się z największą wartością błędu standardowego krigingu dla każdej z map (Rysunek 51, 53, 55).

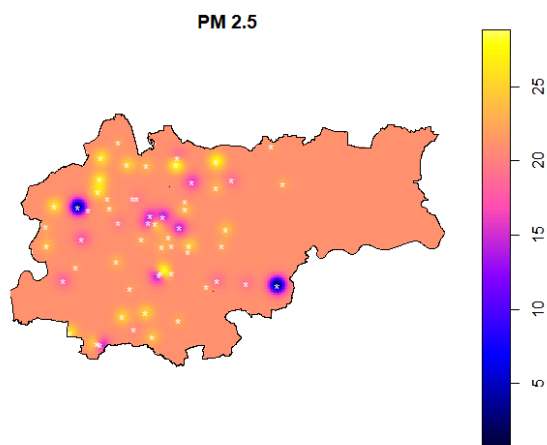
Model M.Stein's parametrization na wariogramie (Rysunek 51) prezentuje się niemal identycznie jak model Matren (Rysunek 52). Wyróżnia je jedynie wartość zasięgu, gdzie dla pierwszego ze wspomnianych modeli jest od większy i wynosi 574 m. Wartość *sill* to 21, co jest także wspólne dla modelu sferycznego (Rysunek 55). Pozostałe parametry są jednak inne, a w szczególności *nugget*, który nie jest równy 0, a 8.7. Wartość ta informuje, że występuje zmienność na bardzo małych odległościach przestrzennych na mapie bazującej na modelu sferycznym. Zasięg jest znacznie większy względem dwóch pozostałych modeli i wynosi on blisko 1.5 km.



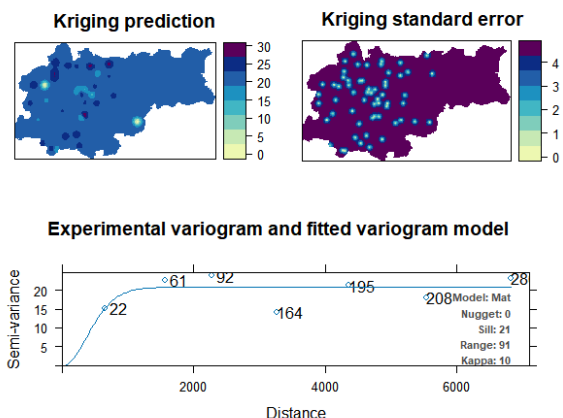
Rysunek 50. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 9:00 z dnia 23.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



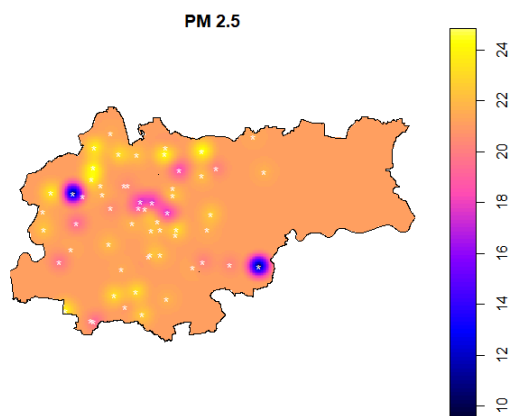
Rysunek 51. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 50.



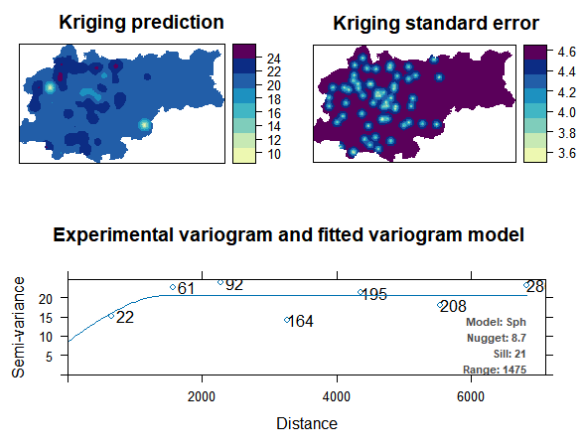
Rysunek 52. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 9:00 z dnia 23.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 53. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 52.



Rysunek 54. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 9:00 z dnia 23.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



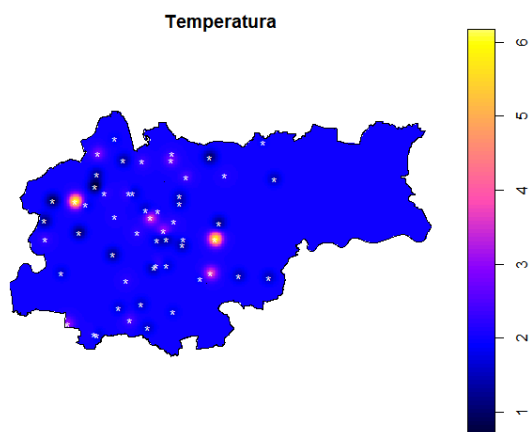
Rysunek 55. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 54.



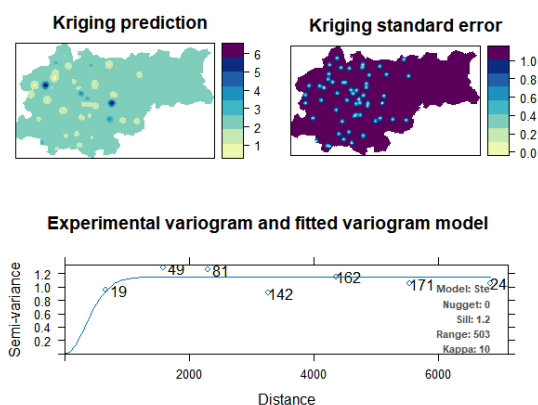
Rysunek 56. Mapa wiatrów na obszarze Miasta Kraków oraz jego okolic z dnia 23.01.2024r. z godziny 9:00.

Struktura map temperatury powietrza jest bliźniacza do powyżej omówionych mapy stężenia PM2.5. Odznaczają się one punktowymi anomaliami, które są ściśle powiązane z miejscami występowania czujników. Temperatury dla modelu M.Stein's parametrization (Rysunek 57) oraz Matern (Rysunek 59) wahają się między niecałym 1°C a około 6°C, zaś dla modelu sferycznego zakres wartości jest o ponad

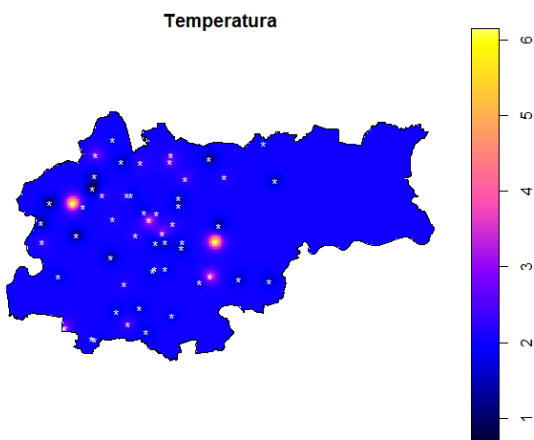
połowę mniejszy i wartości są z zakresu 1.6-3.2°C (Rysunek 61). Na wszystkich mapach przeważają wartości około 2°C i odpowiadają największej wartości błędu standardowego krigingu (Rysunek 58, 60, 62). Ponownie, modele M.Stein's parametrization (Rysunek 58) oraz Matern (Rysunek 60) przedstawione na wariogramie wyróżnia jedynie parametr zasięgu, który jest większy dla pierwszego ze wspomnianych. Model sferyczny (Rysunek 62) różni się wartością *nugget* (0.82) oraz zdecydowanie większym zasięgiem, wynoszącym blisko 1.6 km.



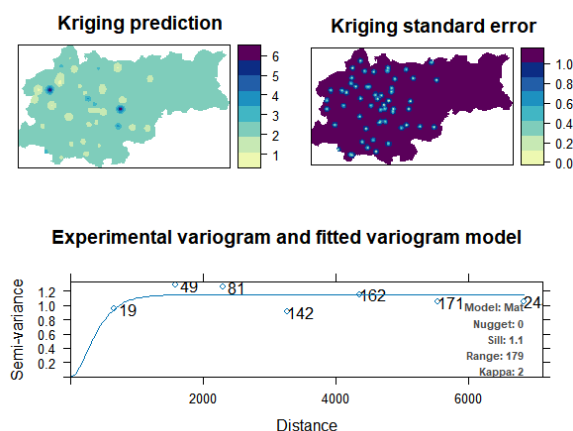
Rysunek 57. Mapa temperatury z godziny 9:00 dnia 23.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



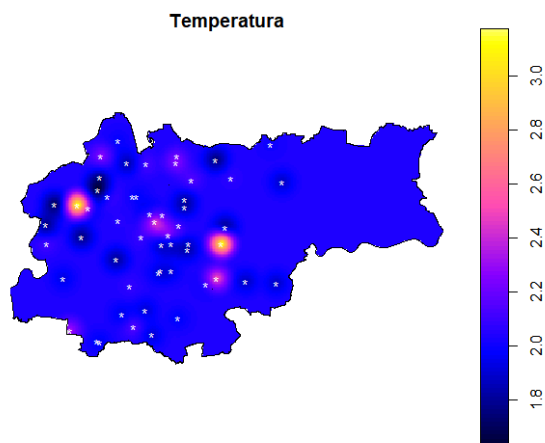
Rysunek 58. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 57.



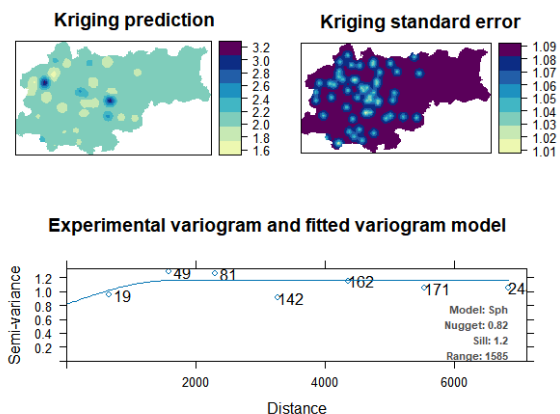
Rysunek 59. Mapa temperatury z godziny 9:00 dnia 23.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 60. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 59.



Rysunek 61. Mapa temperatury z godziny 9:00 dnia 23.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



Rysunek 62. Kriging prediction, błąd standardowy krugingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 61.

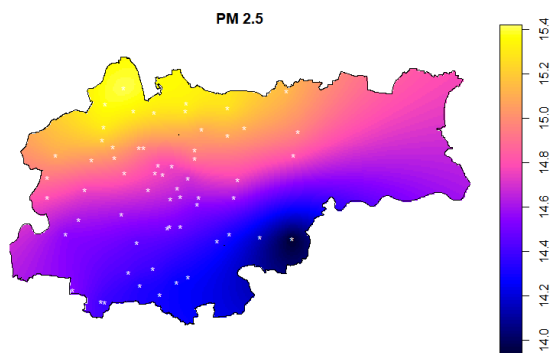
Godzina 15:00

Dane o stężeniu pyłu PM_{2.5} z godziny 15:00 zaprezentowane na mapach zdecydowanie różnią się o tych z godziny porannej. Stężenie mieściło się między indeksem dobrym a bardzo dobrym.

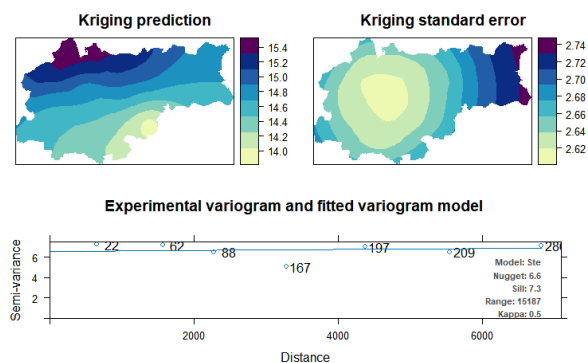
Barwy mapy bazującej na modelu M.Stein's parametrization (Rysunek 63) układają się w pasma nachylone pod kątem około 10°. Na taki obraz danych mogły wpłynąć odczuwalne zachodnie wiatry (Rysunek 69), które przemieszczały pyły na zachód. Zastosowany w krugingu model po przedstawieniu za pomocą wariogramu (Rysunek 64) daje informację o dużym zasięgu skorelowania danych przestrzennych i wynosi ona ponad 15 km. O tak wysokiej wartości świadczy także bardzo powoli wznosząca się krzywa na wariogramie. Wartość *nugget* to 6.6, czyli istnieje zmienność na bardzo małych odległościach, a *sill* wynosi 7.3. Wyinterpolowane wartości w większości objęte są błędem z zakresu 2.6-2.7.

Mapa zbudowana na podstawie modelu Matern (Rysunek 65) charakteryzuje znacznie mniejsze rozproszenie wartości – granice zmian są dość łagodne, jednak minima i maksima wartości są zauważalne w miejscach pomiaru. Zachodnia część mapy objęta jest wartościami około 14.8 $\mu\text{m}/\text{m}^3$ i jest to także obszar objęty największym błędem wynoszącym ponad 2.695 (Rysunek 66). Nie widać punktu wypłaszczenia się modelu na wariogramie, co wnosi informację o dużym zasięgu (ponad 8.5 km). *Nugget* przyjmuje trochę mniejszą wartość niż dla modelu M.Stein's parametrization i jest równy 6.2.

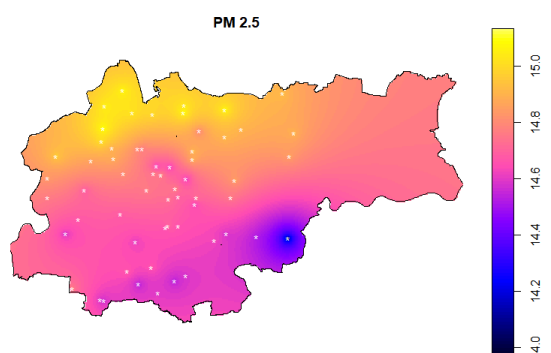
Mapa na Rysunku 67 odznacza się najbardziej ujednoliconymi wyinterpolowanymi wartościami – wynoszą one około 14.75 $\mu\text{m}/\text{m}^3$. Zmiany wartości dostrzegalne są tylko lokalnie, w miejscach występowania czujników. Kriging w wykorzystaniem modelu sferycznego w znaczącej części obszaru daje największą w skali wartość błędu i wynosi około 2.64 (Rysunek 68), co mieści się w zakresie wartości błędów, które także dominują we wcześniej omówionych modelach. Na wariogramie można dostrzec moment wypłaszczenia się modelu i zasięg jest odpowiednio mniejszy, wynoszący ponad 1.5 km. *Nugget* także jest mniejszy względem pozostałych modeli i jest równy 5.6.



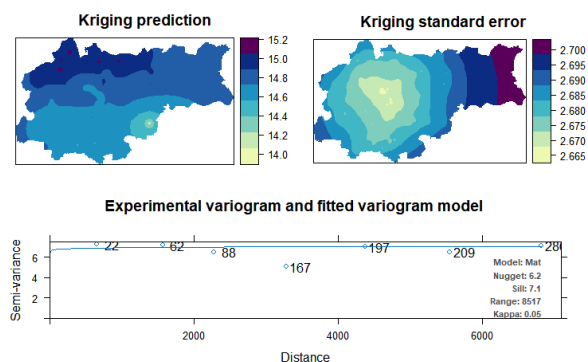
Rysunek 63. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 15:00 z dnia 23.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



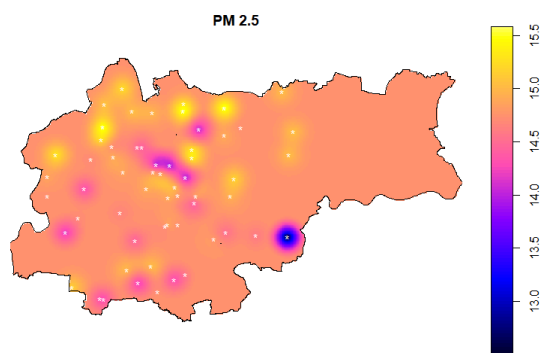
Rysunek 64. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 53.



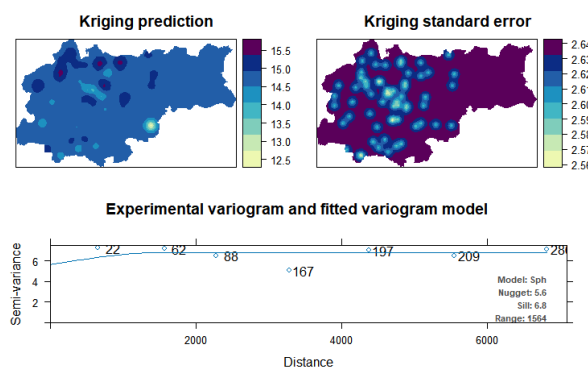
Rysunek 65. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 15:00 z dnia 23.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



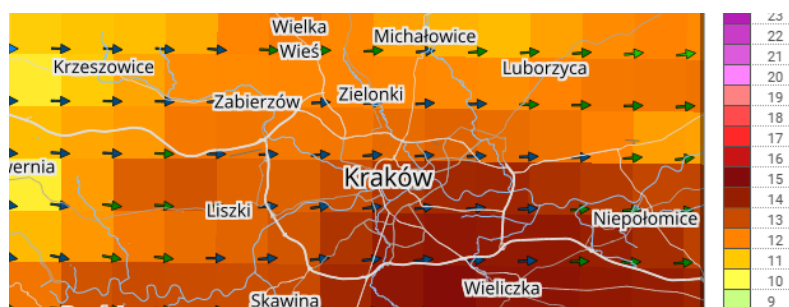
Rysunek 66. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 55.



Rysunek 67. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 15:00 z dnia 23.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



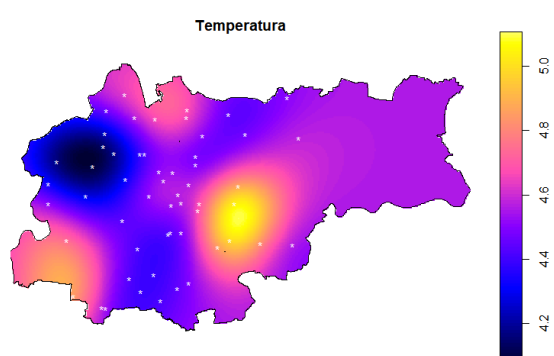
Rysunek 68. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 57.



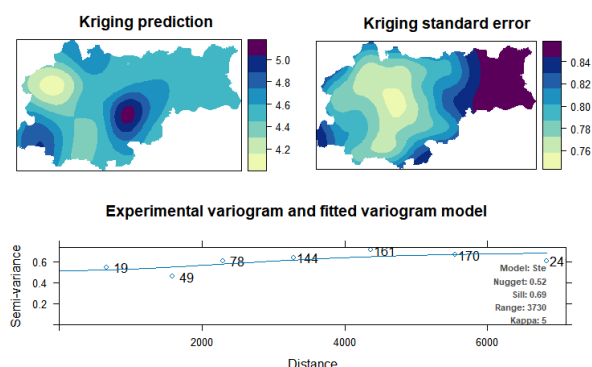
Rysunek 69. Mapa wiatrów na obszarze Miasta Kraków oraz jego okolic z dnia 23.01.2024r. z godziny 15:00.

Każda z map temperatury powietrza (Rysunek 70, 72, 74) prezentuje się niemalże identycznie – dostrzec można wyraźne punkt z minimum (lewy górny róg) oraz maksimum (trochę poniżej centrum). Największe wartości przypominają kształtem owal, który wraz ze wzrostem odległości od centrum zostaje rozciągnięty ku wschodowi, co można połączyć z wpływem silnych wiatrów ze wschodu (Rysunek 69). Skala temperatury to około 4.2-5.2°C. Najwyższa temperatura została zmierzona w miejscu o najmniejszej wysokości bezwzględnej w granicach miasta, natomiast najniższa w miejscu o największej wysokości metrów nad poziomem morza.

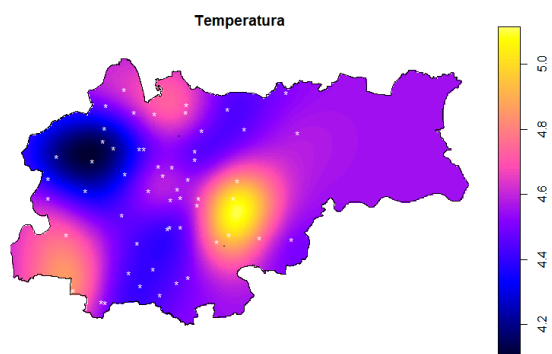
Wybrane modele charakteryzują się podobnymi mapami błędów krigingu oraz wyglądem na wariogramie. Wyróżnia je jednak zupełnie różna wartość zasięgu. Dla modelu M.Stein's parametrization (Rysunek 71) wynosi on 3730 m, dla modelu Matern (Rysunek 73) jest to 496 m, zaś dla modelu sferycznego (Rysunek 75) wartość tego parametru jest największa i jest równa 6835 m.



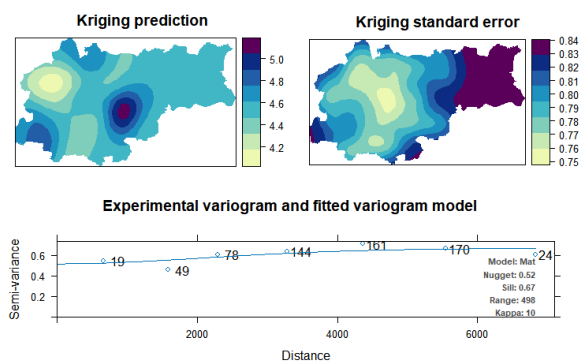
Rysunek 70. Mapa temperatury z godziny 15:00 dnia 23.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



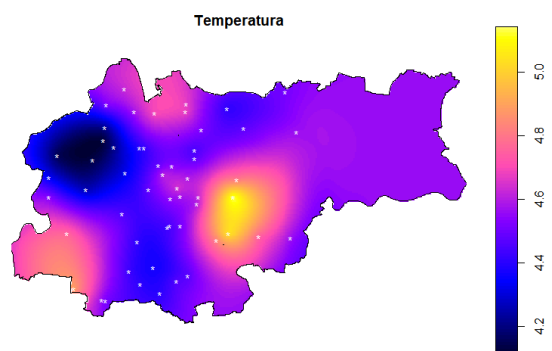
Rysunek 71. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 70.



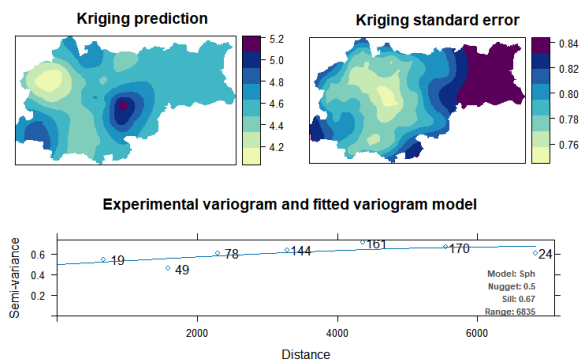
Rysunek 72. Mapa temperatury z godziny 15:00 dnia 23.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 73. Kriging prediction, błąd standardowy krzygu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 72.



Rysunek 74. Mapa temperatury z godziny 15:00 dnia 23.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



Rysunek 75. Kriging prediction, błąd standardowy krzygu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 75.

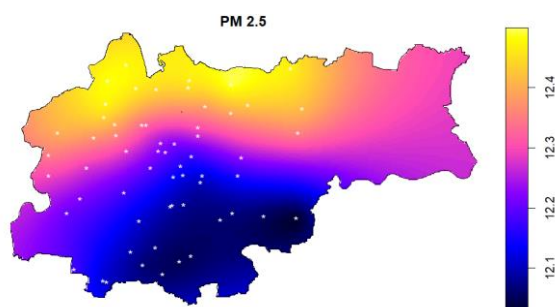
Godzina 21:00

O godzinie 21:00 na terenie Miasta Krakowa odnotowano najmniejsze stężenie pyłu PM_{2.5} w ciągu dnia, nieprzekraczające 14 $\mu\text{m}/\text{m}^3$ (dla większości obszaru był to indeks bardzo dobry).

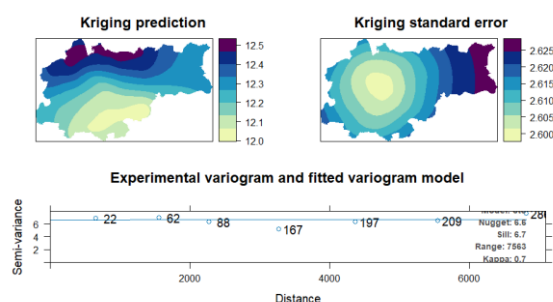
Na mapach z opierających się o model M.Stein's parametrization (Rysunek 76) oraz model Matern (Rysunek 78) można zauważyć, że największe wartości ze skali gromadzą się na północy obszaru, zaś najmniejsze na południu. W obydwu przypadkach występuje wyraźnie zarysowane minimum, przypadające na okolice Bieżanowa. Na mapie z modelem wartości M.Stein's parametrization minimalne wciągają się ku centrum obszaru, a ponad nim występuje wyraźna linia odcięcia między wartościami około 12.2 $\mu\text{m}/\text{m}^3$, a 12.3 $\mu\text{m}/\text{m}^3$. Podobna sytuacja występuje na mapie z modelem Matern, jednak przejście między barwami jest łagodniejsze, szczególnie w zachodniej części obszaru. Amplituda wartości PM_{2.5} jest większa względem pierwszej mapy o około 1.5 $\mu\text{m}/\text{m}^3$ i wynosi ponad 2 $\mu\text{m}/\text{m}^3$. Informację o rozmieszczeniu stężenia pyłu można powiązać z południowo-zachodnimi wiatrami (Rysunek 82), które przewiewały pył ku północnemu-wschodowi. Modele przedstawiona na wariogramach na Rysunkach 77, 79 prezentują się podobnie, jednak ten dla modelu Matern ma parametr zasięgu ponad 2-krotnie większy i wynosi on trochę ponad 16.8 km. Dla obydwu modeli błąd standardowy krzygu wzrasta promieniście, choć w przypadku modelu Matern, szczególnie w centrum, granice wartości są dość nieregularne i wygładzają się wraz ze wzrostem wartości.

Mapa bazująca na modelu sferycznym (Rysunek 80) zdecydowanie wyróżnia się względem dwóch poprzednich modeli. Dominuje barwa różowa, odpowiadająca około 12.2 $\mu\text{m}/\text{m}^3$. Wyraźne zmiany

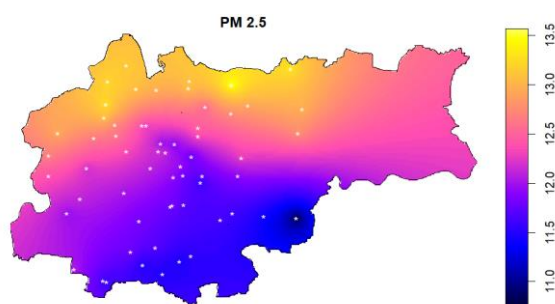
wartości są dostrzegalne lokalnie (miejsca występowania czujników). Ciężko odnaleźć powiązania między takim rozkładem danych, a występującymi wiatrami. Podobieństwa między dwoma wyżej omawianymi mapami można się doszukać w miejscu występowania minimum, które także jest dość wyraźnie zaznaczone. Największa wartość błędu krugingu (Rysunek 81), wynosząca ponad 2.62 pokrywa się z barwą różową na mapie PM2.5. Na wariogramie można dostrzec moment wypłaszczenia się modelu po względnie małej odległości, wynoszącej ponad 1.5 km. Wartości modelu sferycznego wykazują najmniejszą zmienność na bardzo małych dystansach (*nugget* równy 5.5).



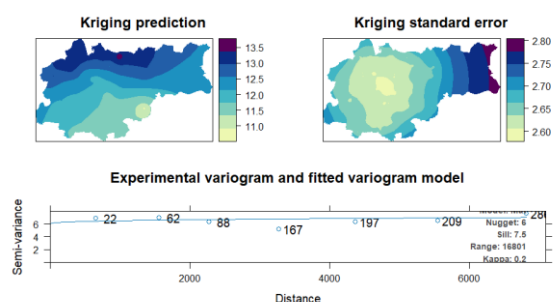
Rysunek 76. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 21:00 z dnia 23.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



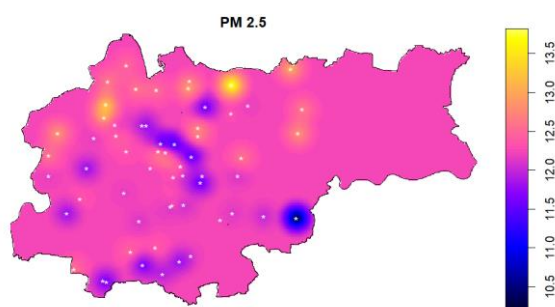
Rysunek 77. Kriging prediction, błąd standardowy krugingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 76.



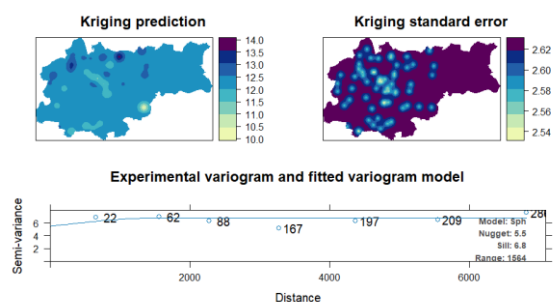
Rysunek 78. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 21:00 z dnia 23.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 79. Kriging prediction, błąd standardowy krugingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 78.



Rysunek 80. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 21:00 z dnia 23.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



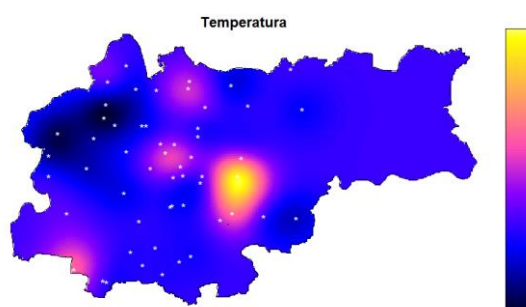
Rysunek 81. Kriging prediction, błąd standardowy krugingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 80.



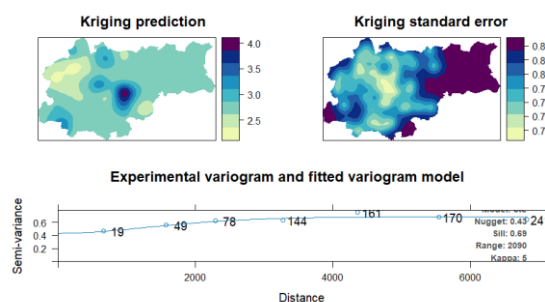
Rysunek 82. Mapa wiatrów na obszarze Miasta Kraków oraz jego okolic z dnia 23.01.2024r. z godziny 21:00.

Na mapach temperatury o godzinie 21:00 (Rysunek 83, 85, 87) można dostrzec te same lokalizacje minimum oraz maksimum, co z godziny 15:00. Miejsca te jednak mają wyraźniej zaznaczone granice zmian wartości. Na wszystkich mapach dominuje kolor niebieski odpowiadający średnio 2.2°C. Ponownie najwyższa temperatura została zmierzona w miejscu o najmniejszej wysokości bezwzględnej, natomiast najniższa w miejscu o największej wysokości metrów nad poziomem morza.

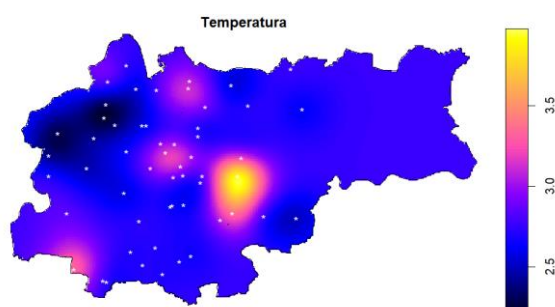
Mapy rozkładu błędu standardowego krigingu oraz prezentacja na wariogramie przedstawiają się niemalże identycznie (Rysunki 84, 86, 88). Jedynie parametr zasięgu wyraźnie się różni – największy jest dla modelu sferycznego (4443 m), a najmniejszy dla modelu Matern (467 m).



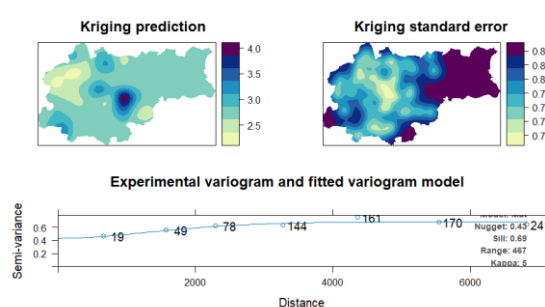
Rysunek 83. Mapa temperatury z godziny 21:00 dnia 23.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



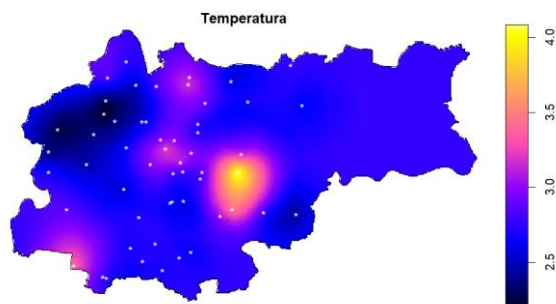
Rysunek 84. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 83.



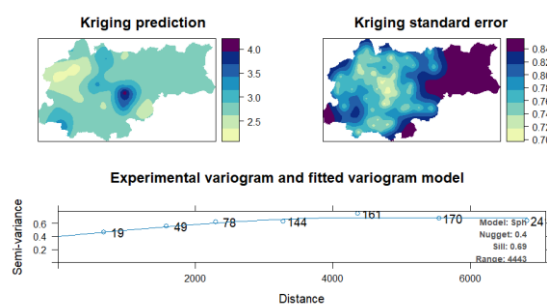
Rysunek 85. Mapa temperatury z godziny 21:00 dnia 23.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 86. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 85.



Rysunek 87. Mapa temperatury z godziny 21:00 dnia 23.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.

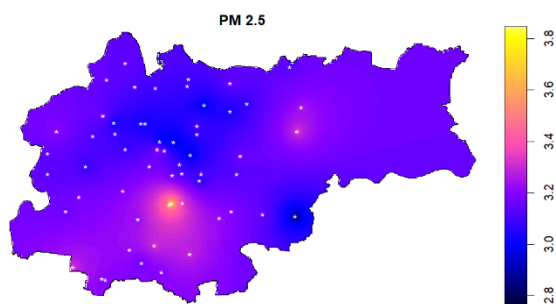


Rysunek 88. Kriging prediction, błąd standardowy kriginu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 87.

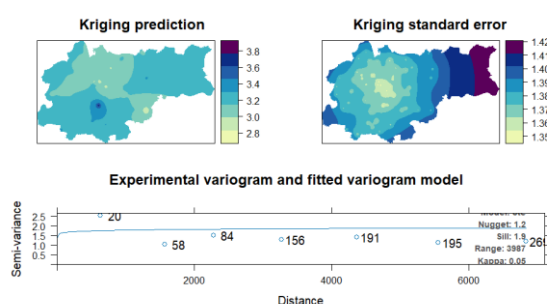
3.4. Pomiary z dnia 25.01.2024r. (czwartek)

Godzina 9:00

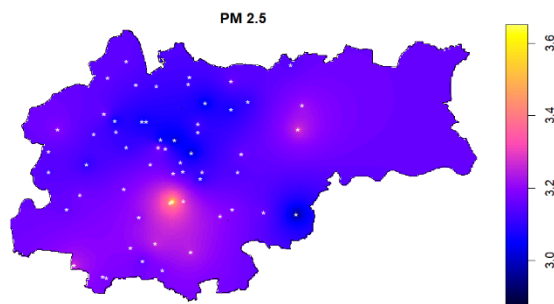
Zgodnie z mapami przedstawionymi na Rysunkach 89, 91, 93 można zauważyć, że stężenie pyłu PM 2.5 miało poziom bardzo dobry, przyjmowało ono wartości pomiędzy 2.8 a 3.8 $\mu\text{m}/\text{m}^3$. Mapy na obrazkach 89 i 91 są praktycznie identyczne, na obu znacznie przeważa kolor niebieski, odpowiadający wartościom na poziomie 2.8-3.2 $\mu\text{m}/\text{m}^3$. Widoczny jest także lekki wzrost wartości, niemalże punktowy znajdujący się w południowym centrum Krakowa. Obie mapy bazujące kolejno na modelach M.Stein's parametrization i Matern obarczone są błędami kriginu w zakresie 1.35-1.42 (Rysunki 90, 92), największymi we wschodniej części obszaru. Inaczej sytuacja ma się na Rysunku 94, gdzie użyty jest model sferyczny charakteryzujący się w tym przypadku mniejszymi błędami – podobnie jak w poprzednich modelach, najmniejsze były te w centrum, a największe na wchodzie. Dostrzeżno, że górną granicą błędu było 1.355, co w przy użyciu poprzednich modeli było minimalną wartością. Wcześniejsze anomalie są o wiele bardziej widoczne i rozciągnięte kuliście, otaczają ciągnący się z północy na wschód pas niższych wartości stężenia. Na taki rozkład zanieczyszczeń mógł mieć wpływ wiatr wiejący z północnego zachodu (Rysunek 95).



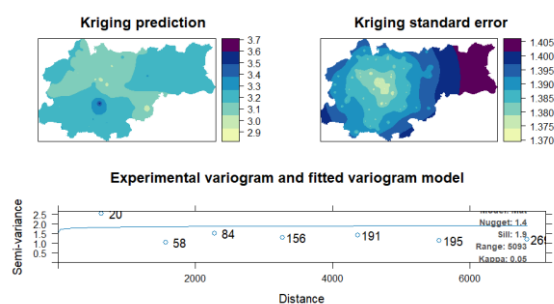
Rysunek 89. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 9:00 z dnia 25.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



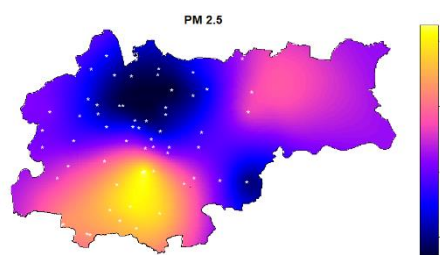
Rysunek 90. Kriging prediction, błąd standardowy kriginu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 89.



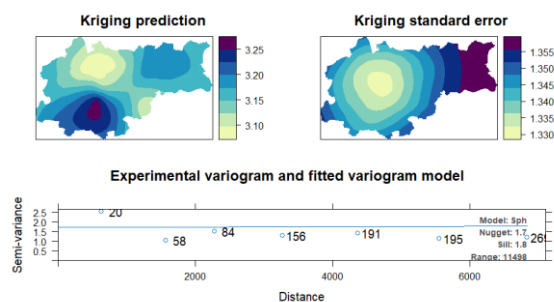
Rysunek 91. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 9:00 z dnia 25.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 92. Kriging prediction, błąd standardowy krugingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 91.



Rysunek 93. Mapa stężenia pyłu PM2.5 o godz. 9:00 z dnia 25.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



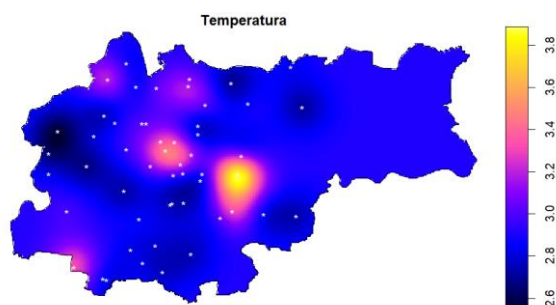
Rysunek 94. Kriging prediction, błąd standardowy krugingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 93.



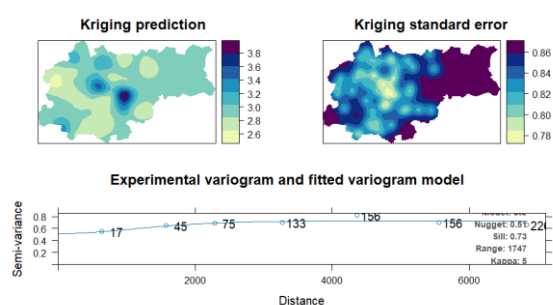
Rysunek 95. Mapa wiatrów na obszarze Miasta Kraków oraz jego okolic z dnia 25.01.2024r. z godziny 9:00.

W przypadku map temperaturowych (Rysunek 96, 98 i 100), można zauważyć, że dla każdego modelu wyglądają one identycznie, a zakres temperatur wynosi od 2.6 do 3.8°C. Na większości obszaru dominował kolor ciemnoniebieski odpowiadający temperaturze 2.8°C, który obarczony był błędem 0.86. W centrum mapy widać anomalie zarówno wyższych jak i niższych wartości z już niższym błędem na poziomie 0.76. Zauważalny jest pas wyższych wartości temperatury z maksimum równym 3.8 °C ciągnący na południowy wschód, co zgadza się z kierunkiem wiatru wiejącego z północnego zachodu. Po obu jego stronach ciągną się obszary z niższymi temperaturami, z minimum na zachodzie Krakowa wynoszącym 2.6 °C.

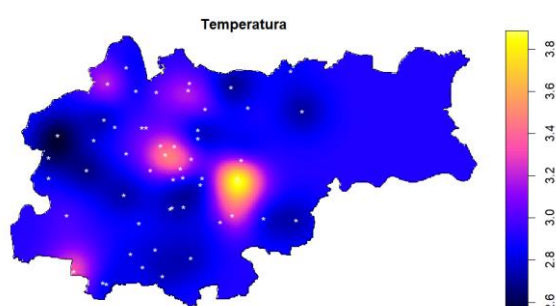
Mapy błędów oraz wariogram dla modeli są bardzo podobne do siebie. Różnią się one jedynie zasięgiem. Dla modelu M.Stein's parametrization (Rysunek 97) wynosi on 1747 m, dla modelu Matern (Rysunek 99) jest to 391 m, a dla modelu sferycznego (Rysunek 101) jest on największy, równy 3243 m.



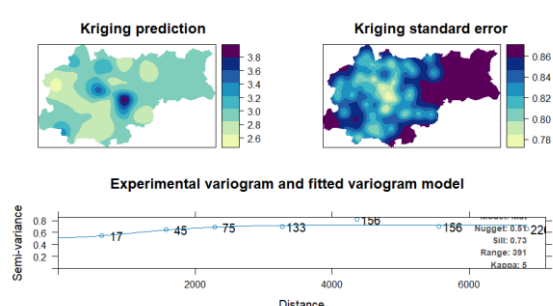
Rysunek 96. Mapa temperatury z godziny 9:00 dnia 25.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



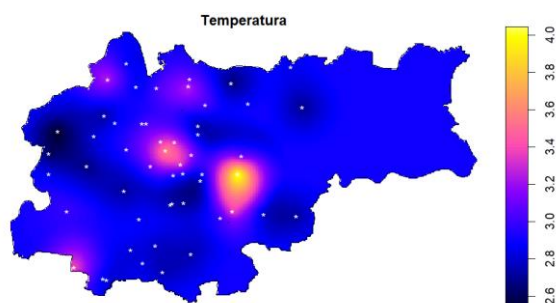
Rysunek 97. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 96.



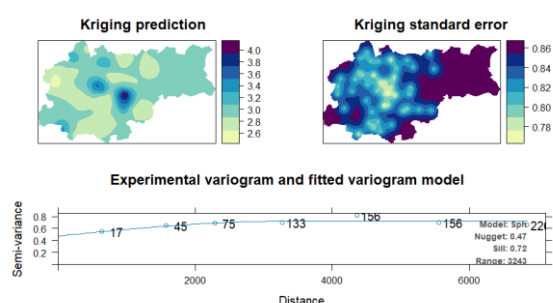
Rysunek 98. Mapa temperatury z godziny 9:00 dnia 25.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 99. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 98.



Rysunek 100. Mapa temperatury z godziny 9:00 dnia 25.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



Rysunek 101. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 100.

Godzina 15:00

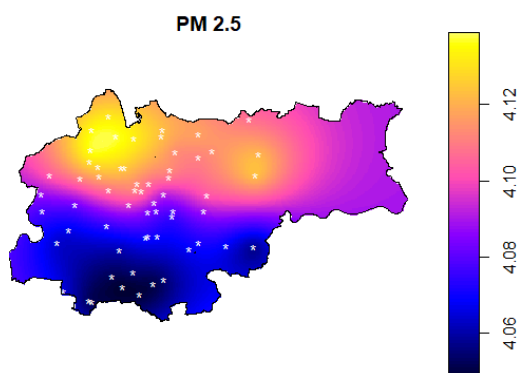
Stężenie pyłu o godzinie 15:00 nie przekroczyło wartości $4.5 \mu\text{m}^3$, co mieściło się w indeksie bardzo dobrym. Na tak niski poziom mogły wpłynąć silne zachodnie wiatry (Rysunek 108), które uniemożliwiły zastój pyłu.

Na pierwszej z map bazującej na modelu M.Stein's parametrization (Rysunek 102) dostrzegalne jest wyraźnie zaznaczone minimum w południowej części obszaru. Wartości stopniowo rosną ku północy, jednak w okolicach centrum następuje wyraźnie zaznaczone przejście między wartościami poniżej $4.08 \mu\text{m}^3$, a powyżej $4.10 \mu\text{m}^3$. Linia odcięcia nie jest prosta, a mniej więcej na jej środku można zaobserwować wybrzuszenie, na którego granicy leżą trzy czujniki. Powyżej tego fragmentu wartości

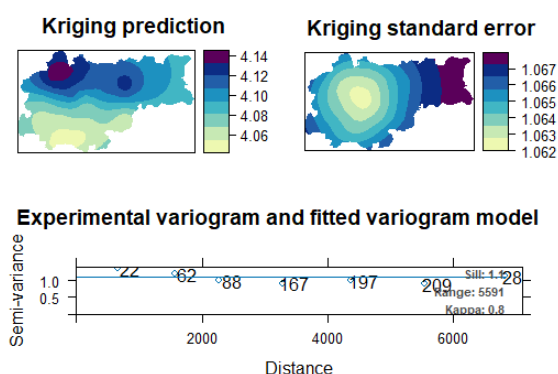
rosną ku północnemu-wschodowi (gdzie osiągają maksimum lokalne) oraz na północny-zachód, gdzie znajdują się wartości największe w skali całej mapy. Wartości błędu standardowego krigingu (Rysunek 103) charakteryzuje dość mała wartość (poniżej 1.1) i bardzo mała amplituda, wynosząca zaledwie około 0.006. Wartości rosną od centrum promieniście. Wartość zasięgu modelu to blisko 5.6 km.

Mapa na bazie modelu Matern (Rysunku 104) przejawia pewne podobieństwo względem poprzednio omawianej – najmniejsze wartości kumulują się na południu obszaru, przez centrum przebiega wyraźne odcięcie wartości z wybrzuszeniem, a także na północy analizowanego obszaru znajdują się dwa obszary skupiające największe wartości ze skali. Model ten jednak ma znacznie mniejszy kontrast, a maksima oraz minimum nie są tak wyraźnie zaznaczone. Parametry wariogramu (Rysunek 105) przedstawiają się bardzo podobnie, jak w przypadku pierwszego modelu, zaś na mapie błędów można dostrzec miejscami drobne plamki przypominające szum.

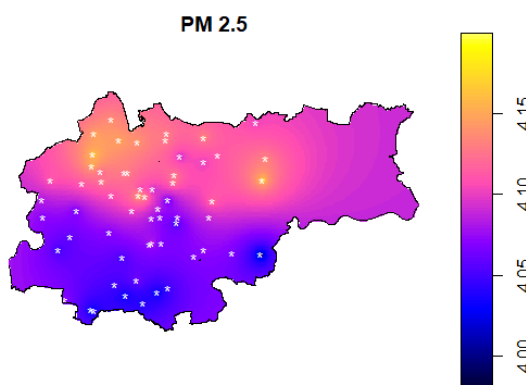
Dane przedstawione za pomocą modelu sferycznego (Rysunek 106) prezentują się w zupełnie inny sposób. Wyraźne zmiany wartości występują lokalnie pod postacią niewielkich okręgów odpowiadającym lokalizacji czujników. Na mapie przeważają wartości równe około $4.1 \mu\text{m}/\text{m}^3$ i są to obszary pokrywające się z największą wartością błędu standardowego krigingu wynoszącym ponad 1.075 (Rysunek 107). Na wariogramie można dostrzec punkt, w którym model się wypłaszcza, co daje informację o stosunkowo małym zasięgu względem omawianych modeli (trochę ponad 1.5 km).



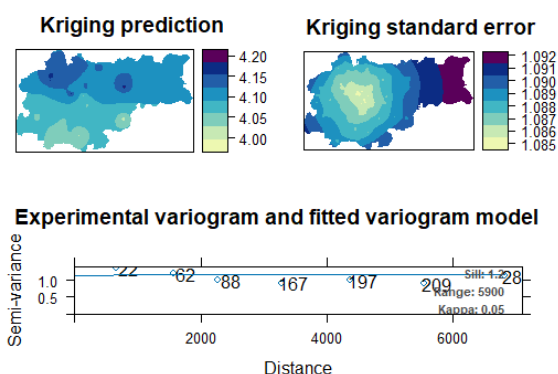
Rysunek 102. Mapa stężenia pyłu PM_{2.5} o godz. 15:00 z dnia 25.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



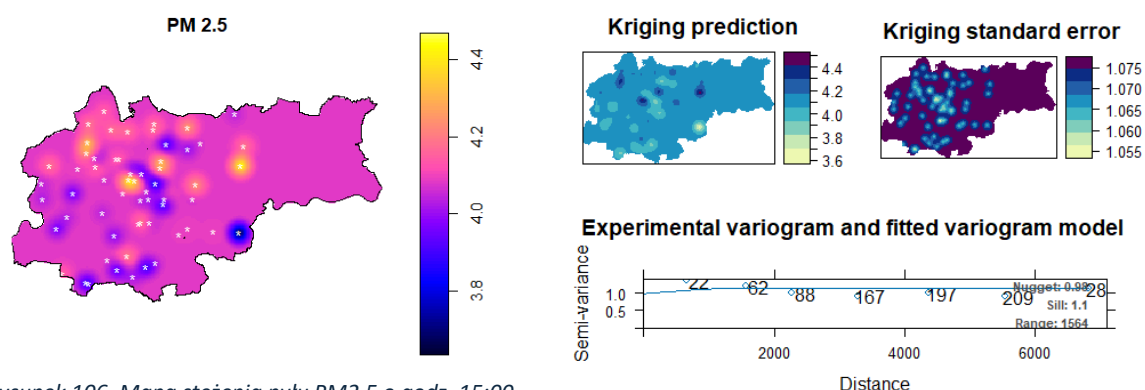
Rysunek 103. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 102.



Rysunek 104. Mapa stężenia pyłu PM_{2.5} o godz. 15:00 z dnia 25.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.

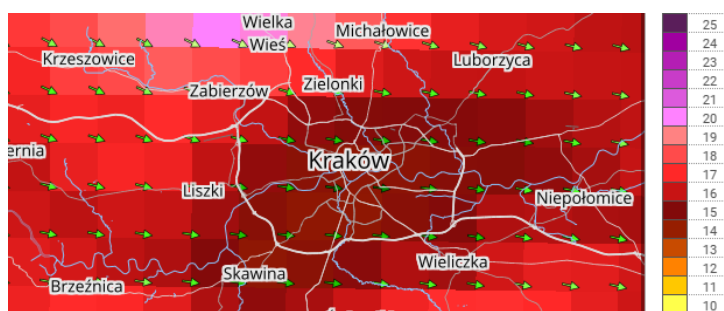


Rysunek 105. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 104.



Rysunek 106. Mapa stężenia pyłu PM_{2.5} o godz. 15:00 z dnia 25.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.

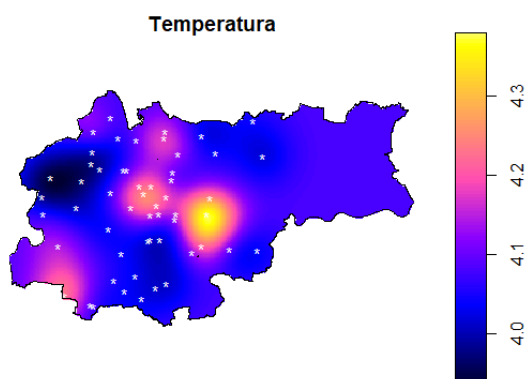
Rysunek 107. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 106.



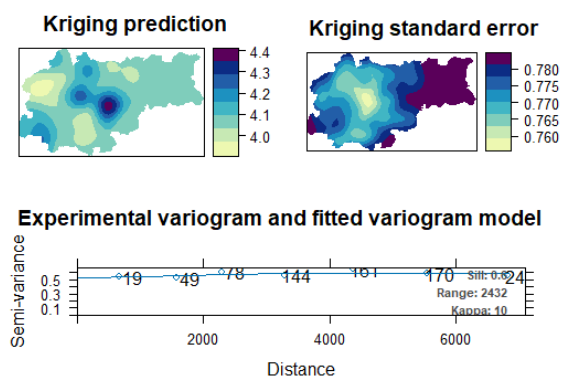
Rysunek 108. Mapa wiatrów na obszarze Miasta Kraków oraz jego okolic z dnia 25.01.2024r. z godziny 15:00.

Każdy z wybranych modeli przedstawił dane temperaturowe w niemalże identyczny sposób (Rysunek 109, 111, 113). Skala temperatur zawiera się w przedziale 3.9-4.4 °C. Największe wartości są skumulowane w centrum oraz w południowo-zachodniej części obszaru, zaś wyraźnie zaznaczone minimum znajduje się na północnym-zachodzie.

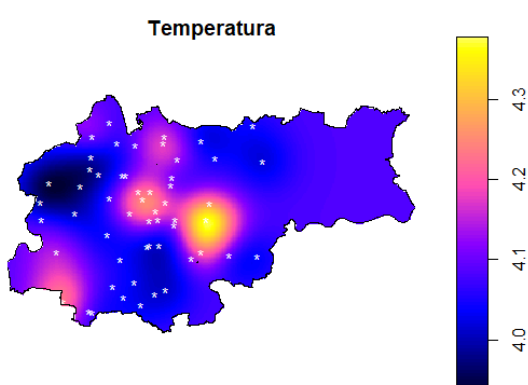
Korelacja danych przestrzennych dla modelu M.Stein's parametrization zanika po niecałych 2.5 km (Rysunek 110), zaś dla modelu Matern zasięg ten jest o wiele mniejszy i wynosi blisko 400 m (Rysunek 112). Największy zasięg osiąga model sferyczny i wynosi on prawie 5.3 km (Rysunek 114). Wartości błędów krigingu dla każdego z modeli przyjmują zbliżone wartości, a ich rozkład także jest bardzo podobny.



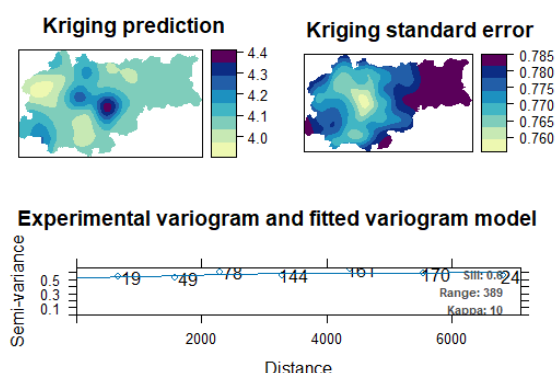
Rysunek 109. Mapa temperatury z godziny 15:00 dnia 25.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



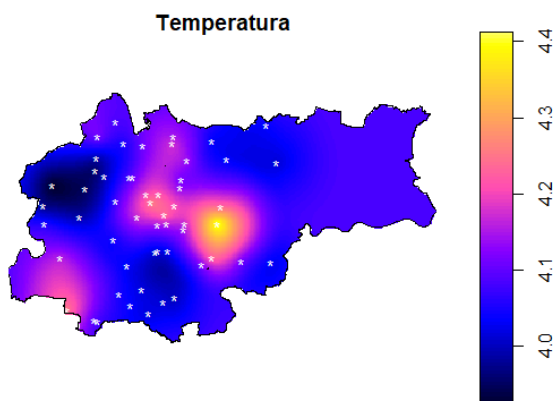
Rysunek 110. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 109.



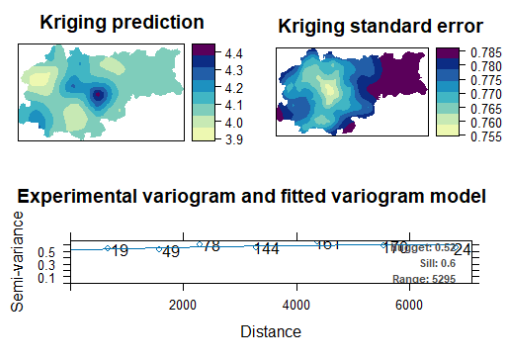
Rysunek 111. Mapa temperatury z godziny 15:00 dnia 25.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 112. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 111.



Rysunek 113. Mapa temperatury z godziny 15:00 dnia 25.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



Rysunek 114. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 113.

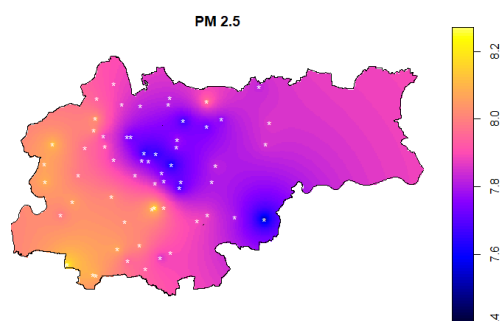
Godzina 21:00

W nocy stężenie pyłów było największe, jednak nadal klasyfikowało się w indeksie bardzo dobrym.

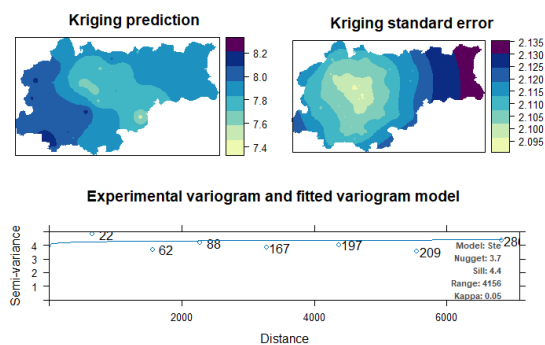
Model M.Stein's parametrization (Rysunek 115) oraz Matern (Rysunek 117) przedstawiają dane w niemalże identyczny sposób. Nie da się dostrzec wyraźnie zarysowanego maksimum, jednak można stwierdzić, że największe wartości ze skali zajmowały głównie zachód obszaru. Najmniejsze wartości

gromadzą się w centralnej, centralno-północnej części mapy oraz w okolicach Bieżanowa. Zarówno mapy błędu standardowego krigingu jak i parametry wariogramu dla obydwu modeli (Rysunek 116, 118) wyglądają bardzo podobnie, poza zasięgiem, który dla modelu Matern jest większy o ponad 1 km i wynosi ponad 5.5 km.

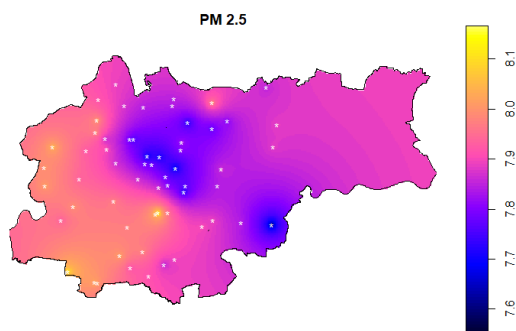
Dane o stężeniu PM_{2.5} zobrazowane za pomocą modelu sferycznego (Rysunek 119) odznaczają się znacznie większym kontrastem. Barwy odpowiadające poszczególnym wartościom układają się w pasma pochylone ku zachodowi. Taki układ można połączyć z informacją o północno-zachodnich wiatrach (Rysunek 121), które mogły przemieszczać pył ku południowemu wschodowi. Największe wartości znajdują się w zachodniej części mapy, następnie zmniejszają się one ku wschodowi. Granice zmian wartości są wyraźnie zarysowane. Po nastąpieniu pasma z minimami, wartości zaczynają wzrastać ku wschodowi. Parametr zasięgu na wariogramie wynosi ponad 11.5 km (Rysunek 120), zaś pozostałe osiągają wartości bliskie poprzednio omówionym modelom. Model oznacza się także najmniejszymi wartościami błędu krigingu, które wzrastają od centrum promieniście.



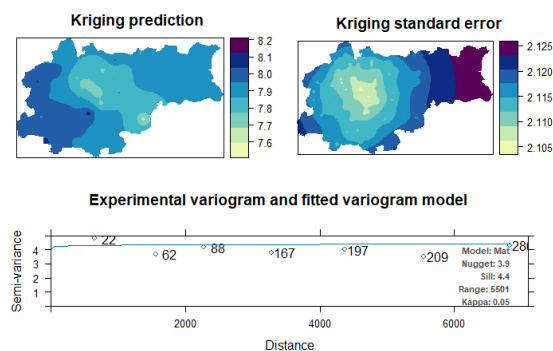
Rysunek 115. Mapa stężenia pyłu PM_{2.5} o godz. 21:00 z dnia 25.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



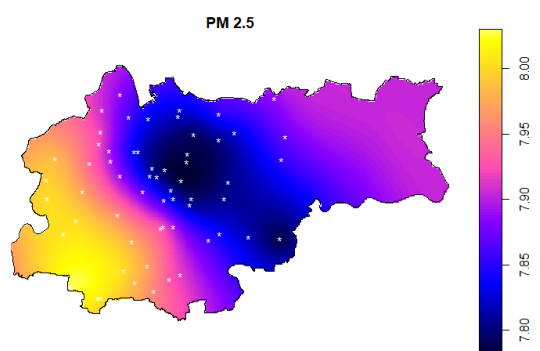
Rysunek 116. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 115.



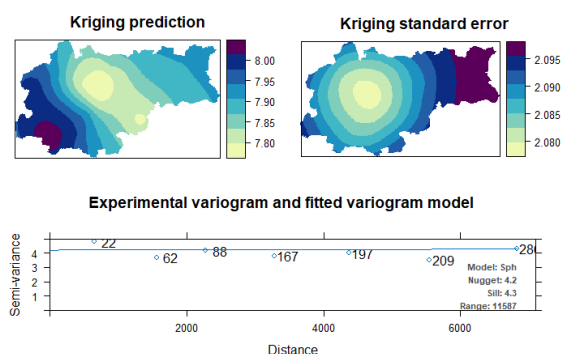
Rysunek 117. Mapa stężenia pyłu PM_{2.5} o godz. 21:00 z dnia 25.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 118. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 117.



Rysunek 119. Mapa stężenia pyłu PM_{2.5} o godz. 21:00 z dnia 25.01 na obszarze Miasta Krakowa. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



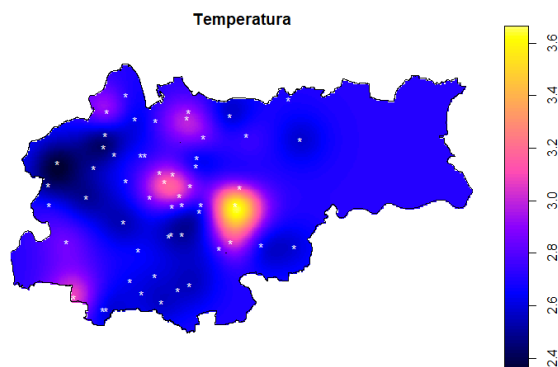
Rysunek 120. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 119.



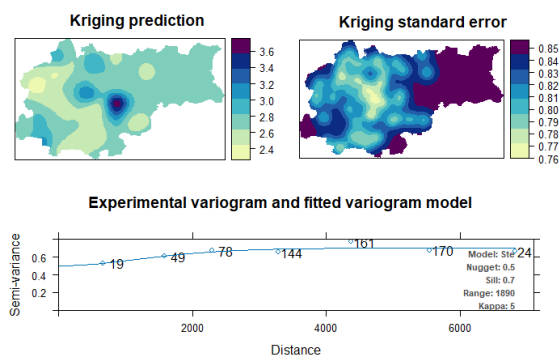
Rysunek 121. Mapa wiatrów na obszarze Miasta Kraków oraz jego okolic z dnia 25.01.2024r. z godziny 21:00.

Temperatury o godzinie 21:00 wahały się między około 2.4°C a 3.7 °C. Rozkład wartości dla każdego z analizowanych modeli jest zbliżona (Rysunek 122, 124, 126), a ponadto są one także porównywalne do rozkładów temperatury z godziny 15:00. Różnią je jedynie mniejsze obszary występowania największych wartości ze skali oraz trochę więcej miejsc z punktowo naznaczonymi wartościami z dolnego zakresu.

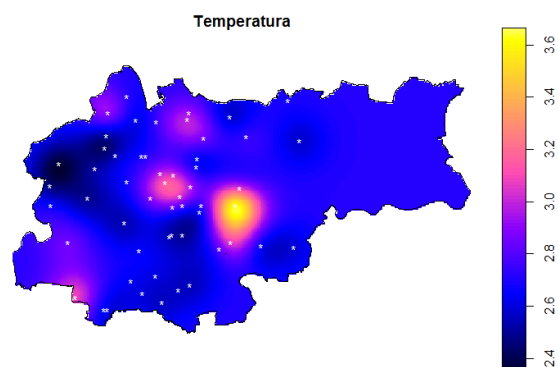
Model M.Stein's parametrization na wariogramie (Rysunek 123) wypłaszcza się po dystansie blisko 1.9 km, co jest wartością prawie 4.5-krotnie większą niż dla modelu Matern (Rysunek 125). Parametr zasięgu jest jednak największy dla modelu sferycznego i wynosi ponad 4.2 km (Rysunek 127). Zarówno wartość progu, jak i *nugget* są bardzo zbliżone dla każdego z modeli i wynoszą średnio kolejno 0.71 oraz 0.5. Mapy błędu standardowego krigingu także są względem siebie porównywalne, przy czym charakteryzuje je duży obszar na wschodzie objęty największymi wartościami.



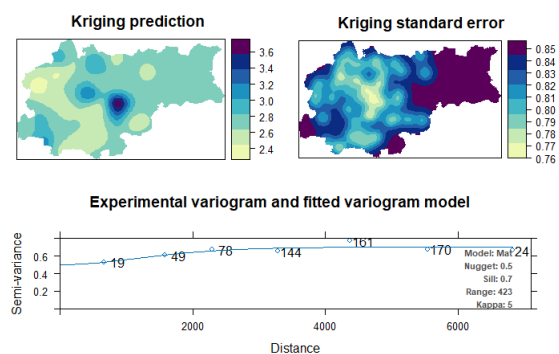
Rysunek 122. Mapa temperatury z godziny 21:00 dnia 25.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu M.Stein's parametrization.



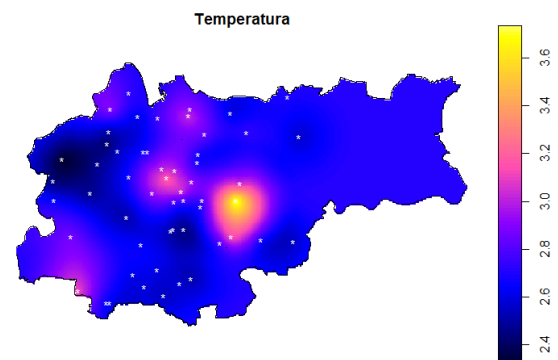
Rysunek 123. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem M.Stein's parametrization dla Rysunku 122.



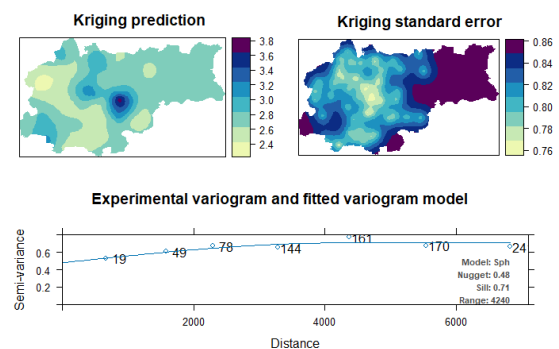
Rysunek 124. Mapa temperatury z godziny 21:00 dnia 25.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu Matern.



Rysunek 125. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem Matern dla Rysunku 124.



Rysunek 126. Mapa temperatury z godziny 21:00 dnia 25.01 dla obszaru Miasta Kraków. Wykonano przy pomocy OK na bazie modelu sferycznego.



Rysunek 127. Kriging prediction, błąd standardowy krigingu oraz wariogram eksperymentalny wraz z modelem sferycznym dla Rysunku 126.

4. Podsumowanie

Analiza przeprowadzona dla dni 21, 23, 25.01.2014 r. wykazała, że średnio największe stężenie pyłów PM_{2.5} odnotowano w niedzielę (21.01), zaś najmniejsze w czwartek (25.01). Nie odnaleziono powiązania między porą dnia, a osiąganymi wtedy maksimum bądź minimum stężenia. Dostrzeżono jednak, że najmniejsze wartości pyłów były powiązane z silnymi wiatrami.

Najcieplejszym, a zarówno najzimniejszym dniem okazała się niedziela. O poranku i w nocy odnotowano temperatury ujemne, zaś w południe wartości wahały się między 2°C a 8°C. Amplituda temperatur tego dnia to około 10°C.

Najsilniejsze wiatry pojawiły się w ciągu czwartku. Ich prędkość sięgała do 18 m/s o godzinie 15:00 i wiały z zachodu oraz miejscami z północnego-zachodu. Prawie bezwietrzna okazała się niedziela. Największe podmuchy wiatru jakie odnotowano osiągnęły do 6 m/s i miały kierunek południowo-wschodni.

Temperatura i wysokość bezwzględna ukazały pewną zależność. Od wtorku godziny 15:00 do czwartku godziny 21:00 obszary z najmniejszą temperaturą były zlokalizowane wokół miejsc o najwyższej wysokości bezwzględnej, natomiast obszary z największą temperaturą znajdowały się wokół miejsc o najniższej wysokości bezwzględnej.

Zanieczyszczenie powietrza oraz wysokość bezwzględna nie wykazały korelacji. Wydawać by się mogło, że w niektórych przypadkach (wtorek, godzina: 15:00) największe stężenie zanieczyszczenia występowało w miejscach o największej wysokości bezwzględnej, a najmniejsze zanieczyszczenie w lokalizacjach o najmniejszej wysokości. Natomiast, kolejne pomiary zaprzeczyły tej zależności.

Modele M.Stein's parametrization, Matern oraz sferyczny, zazwyczaj prezentowały dane w różny sposób, chociaż zdarzały się godziny, kiedy obrazy przedstawiały się bardzo podobnie i częściej taka sytuacja pojawiała się w przypadku map temperatury. Często cech podobieństwa można było doszukać się przy modelu M.Stein's parametrization oraz Matern – ten drugi odróżniał jednak momentami mniejszy kontrast barw.

Model M.Stein's parametrization często opatrzony był największą wartością błędu standardowego krigingu spośród analizowanych modeli geostatystycznych. Należy zwrócić jednak uwagę, że prezentacja danych pozwalała często na powiązanie rozproszenia danego zjawiska z czynnikiem trzecim, czyli w tym przypadku stężenia PM2.5 czy temperatury z wiatrami.

Model sferyczny często charakteryzował się mniejszym błędem krigingu względem dwóch pozostałych. Wykazywał on największą tendencję do przedstawiania danych w sposób lokalnych anomalii, ściśle związanych z miejscem pomiaru. Często przedstawiał najmniejszą skalę wartości badanego parametru.

Zaobserwowano, że jeśli miejsca pomiarów dawały podobne wyniki w bliskich odległościach, to każdy z modeli przejawiał tendencję do grupowania tych punktów, tworząc jedną anomalię. Jeśli zaś, pomiary blisko siebie dawały różne wyniki, to dane były przystawiane w postaci małych, lokalnych anomalii, a wyinterpolowane wartości na większości obszaru przyjmowały jednakową wartość.

Nie stwierdzono jednoznacznego powiązania zasięgu wariogramu danego modelu z wiatrami. Zaobserwowano jednak, że modele przedstawiające stężenie pyłu miały większy zasięg niż modele z temperaturami.

Wartości progów zazwyczaj wzrastała adekwatnie do wzrostu zasięgu.

Częściej można było dostrzec powiązanie wartości stężenia PM2.5 z wiatrami niż temperatury z wiatrami.

Na mapach zaobserwowano punkt, który bardzo często pokrywał się z minimalną wartością PM2.5 na całym obszarze Miasta Krakowa i przypada on na okolice Bieżanowa.

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonej analizy i po jej podsumowaniu wyciągnięto następujące wnioski:

- Nie ma jednoznacznego powiązania pomiędzy porą dnia, a stężeniem pyłów,
- Stężenie PM2.5 jest powiązane z kierunkiem i prędkością wiatru,
- Modele: M.Stein's parametrization, Matern i sferyczny ukazują podobny obraz temperaturowy,
- Model M.Stein's parametrization wykazuje największy błąd standardowy względem modelu Matern i sferycznego, ale pozwala na najlepsze powiązanie zjawiska zanieczyszczenia pyłami z innymi czynnikami,
- Model sferyczny charakteryzuje się najmniejszym błędem krigingu względem modelu Matern oraz M.Stein's parametrization,
- Nie odnaleziono korelacji pomiędzy zanieczyszczeniem powietrza, a wysokością bezwzględną.
- Wartość temperatury w poszczególnych przypadkach była najmniejsza przy najwyższych wysokościach i największa przy najniższej wysokości bezwzględnej.
- Istnieje możliwość, że jeden punkt pomiarowy na terenie Krakowa, może błędnie mierzyć wartości stężenia zanieczyszczenia: Kraków – Bieżanów.

Projekt dostarczył wiele interesujących wniosków na temat zanieczyszczenia powietrza pyłem zawieszonym PM2.5 w Krakowie. Możliwe, że przy większej próbie danych z dłuższego okresu czasu lub większej częstotliwości agregacji danych stwierdzonoby korelacje z innymi zjawiskami naturalnymi np. wysokością, która nie posiadała zależności z wartością PM2.5 w analizowanych danych.

6. Metodyka

Analizę i przetwarzanie danych przeprowadzono w języku R w środowisku RStudio. W tym celu skorzystano z bibliotek: *httr*, *jsonlite*, *sf*, *spatstat*, *sp*, *automap*, *raster*, *tmtools*, oraz zarchiwizowanej wersji *maptools*.

Aby zrozumieć przyczynę zmienności zanieczyszczenia powietrza pyłami zawieszonymi postanowiono przeanalizować rozkład czujników pomiarowych na terenie Krakowa i okolic. Wybrano te spośród danych, które dotyczą czujników znajdujących się w odległości 15 kilometrów od ratusza w Krakowie, a następnie przypisano je do zmiennej *r*. W trakcie analizy wymagały one wielu konwersji typów danych, w zależności od sposobu ich przedstawienia.

```
r<-
GET("https://airapi.airly.eu/v2/installations/nearest?lat=50.0617022&lng=19.9373
569&maxDistanceKM=15&maxResults=-1",
    add_headers(apikey = "XXX", Accept = "application/json")
)
jsonRespText<-content(r,as="text")
#konwersja na R listę
test15<-fromJSON(jsonRespText)
#sprawdzenie ilości pozostałych zapytań
headers@'$x-ratelimit-remaining-day'
is(test15)
str(test15)
View(test15)
```

Czujniki posortowano względem lokalizacji, a następnie wybrano tylko te zlokalizowane w Krakowie, aby zbudować z nich ramkę punktów data15_k. W tym celu skorzystano z kolumn ramki danych test15_k: longitude, latitude oraz elevation. Identycznie postąpiono z punktami poza obszarami Krakowa i przypisano je do ramki data15.

```
#lista miast
unique(test15$address$city)
#czujniki zlokalizowane w Krakowie
test15_k<-test15[ test15$address$city=="Kraków", ]
View(test15_k)
##### Lokalizacja czujników #####
#ramka punktów lokalizacyjnych KRK
longitude<-test15_k$location$longitude #dlugosc
latitude<-test15_k$location$latitude #szerokosc
data15_k<-data.frame(longitude,latitude)
data15_k$elevation<-test15_k$elevation #wysokosc
data15_k
```

Kolejnym krokiem było wczytanie pliku typu shape mapy Krakowa z podziałem na dzielnice. Dokonano transformacji z układu odniesienia ETRS89 do WGS84 ponieważ jest to format używany na platformie **Airly**. Z warstwy usunięto podział na dzielnice, pozostawiając jedynie granice miasta i dodano punkty lokalizacyjne czujników.

```
dzielnice<-st_read(„dzielnice_Krakowa.shp”)
#WGS84
dzielniceWGS84<-st_transform(dzielnice,crs = 4326)
plot(dzielniceWGS84)
plot(st_geometry(dzielniceWGS84))
krakowWGS84<-st_union(dzielniceWGS84)
#zarys krakowa
plot(krakowWGS84)
#lokalizacja czujników
points (data15_k,pch=19)
points (data15,pch=1)
```

Aby rozpocząć analizę przestrzenną lokalizacji czujników ponownie przetransponowano dane, tym razem do układu UTM. Zcalono długość oraz szerokość geograficzną w jedną kolumnę współrzędnych geograficznych, którą wykorzystano do utworzenia obiektu ppp – planar point pattern. Dodatkowo utworzono drugi taki obiekt z dodatkowymi danymi dotyczącymi wysokości. Obydwa obiekty przedstawiono na wykresach.

```
krakowUTM<-st_transform(krakowWGS84,CRS(„+proj=utm +zone=34
+datum=WGS84”))
krakowUTM
data_spat<-
  data.frame(lon=data15$longitude,lat=data15$latitude,elev=data15$elevation)
data_spat
#połączenie dwóch pierwszych kolumn
coordinates(data_spat) <- ~lon+lat
```

```

proj4string(data_spat) <- CRS("+proj=longlat + datum=WGS84")
data_spat
data_UTM <- spTransform(data_spat, CRS("+proj=utm +zone=34
+datum=WGS84"))
XY<-coordinates(data_UTM)
data15_ppp<-ppp(x=XY[,1],y= XY[,2],window=as.owin(krakowUTM))
data15_ppp_e<-ppp(x= XY[,1], y=XY[,2],marks=data_UTM$elev,
                  window=as.owin(krakowUTM))

data15_ppp
plot(data15_ppp, main="Lokalizacja czujników w Krakowie")
plot(data15_ppp_e, main="Lokalizacja czujników w Krakowie")

```

Z tak przygotowaną mapą można było rozpocząć statystyki przestrzenne. Analizę rozpoczęto od przeprowadzenia testu kwadrantowego, badającego liczbę punktów, które powinny być w poszczególnych sektorach w stosunku do tych, które rzeczywiście tam występują. Wyniki wyświetlono na wykresie oraz w konsoli. Następnie utworzono histogram odległości do najbliższego punktu i oceniono go wizualnie. Na koniec skonstruowano mapę gęstości prawdopodobieństwa wystąpienia punktu w danym miejscu.

```

#test kwadrantowy
qt <- quadrat.test(data15_ppp)
plot(qt, main="Test kwadrantowy")
qt # p-value = 0.001193 - oznacza, że nie ma losowości
#histogram
nn<-nndist(data15_ppp)
hist(nn) #symetryczny, zwarty
#gestosc prawdopodobienstwa ze punkt wystepuje
ed<-density(data15_ppp)
plot(ed, main="Gęstość prawdopodobieństwa rozkładu czujników")
points(data15_ppp,pch="*",col="White") #rozklad punktow nie jest rownomierny

```

Do narysowania mapy danej cechy, w tym wypadku wysokości należało dokonać konwersji na format spdf wykorzystywany do geostatystyki. Wyrysowano mapy danych przestrzennych za pomocą funkcji spplot oraz metody krigingu – ordinary kriging. Następnie do krigingu dodano mapę Krakowa wraz z lokalizacjami czujników. Aby mapa była czytelniejsza zdecydowano stworzyć siatkę o kształcie prostokąta i wpisać w nią kształt Krakowa.

```

#konwersja z ppp na spdf
data15_spdf<-as.SpatialPointsDataFrame.ppp(data15_ppp_e)
spplot(data15_spdf, main="Rozmieszczenie punktów lokalizacyjnych w przestrzeni")
coordinates(data15_spdf)
#kriging
elev_auto <- autoKrige(marks ~ 1, input_data = data15_spdf)
plot(elev_auto)
plot(elev_auto$krige_output[1])
points(data15_ppp_e,pch="*",col="White")
plot(Window(data15_ppp_e),add=TRUE)
bound<-st_as_sf(krakowUTM)
plot(bound)
#siatka punktow
coord<-as.data.frame(st_coordinates(krakowUTM))
summary(coord)
left_down<-c( min(coord$X), min(coord$Y)) #lewy dolny róg

```



```

right_up<-c( max(coord$X), max(coord$Y))
#rozmiar oczka siatki
size<-c(100,100)
points<- (right_up-left_down)/size # obliczenie liczby punktów
num_points<-ceiling(points) # zaokrąglenie w górę
num_points #306 na 177 punktów
#siatka o kształcie prostokata
grid <- GridTopology(left_down, size, num_points)
grid
gridpoints <- SpatialPoints(grid, proj4string = CRS("+proj=utm +zone=34
+datum=WGS84"))#dla elipsoidy odniesienia WGS84
plot(gridpoints)
#konwersja do spatialpixels
spgrid <- SpatialPixels(gridpoints)
head(spgrid)
plot(spgrid)
plot(bound, add=TRUE) #siatka z konturem miasta
elev_auto <- autoKrige(marks ~ 1, input_data = data15_spdf,
  new_data=spgrid, model = "Mat")
plot(elev_auto$krige_output[1])
points(data15_ppp_e,pch="*",col="White")
plot(bound,add=TRUE,border="White")

```

Ostatnim punktem analizy przestrzennej było sprawdzenie błędów poprzez obliczenie odchylenia standardowego oraz przycięcie mapy do granic swojego obszaru. Na takiej mapie ponownie sprawdzono błąd dopasowania. Dodatkowo narysowano zmienne ciągłe jako faktory, klasyfikując wartość wysokości w trzech przedziałach: poniżej 200.1, pomiędzy 200.1, a 260.2 i powyżej 260.2 metrów. Wyniki przedstawiono na mapie.

```

#odchylenie standardowe
plot(elev_auto$krige_output[3])
points(data15_ppp_e,pch="*",col="White")
plot(bound,add=TRUE,border="White")
#konwersja sf
g<-st_as_sf(gridpoints)
#poligon
cg<-crop_shape(g,bound,polygon = TRUE)
spgrid <- SpatialPixels(as_Spatial(cg))
plot(spgrid)
data15_ppp_e$marks
#mapa
elev_auto <- autoKrige(marks ~ 1, input_data = data15_spdf, new_data=spgrid)
plot(elev_auto$krige_output[1], main="Mapa Krakowa z rozkładem prawdopodobieństwa
lokalizacji czujników")
points(data15_ppp_e,pch="*",col="White")
#błąd dopasowania
plot(elev_auto$krige_output[3])
points(data15_ppp_e,pch="*",col="White")
##### Mapa z faktorem #####
a<-elev_auto$krige_output$var1.pred
b<-rep(„NA”,length(a)) # tworzymy „pusty” wektor, o długości a
b<-ifelse(a<=200,1,b)
b<-ifelse(a>200 & a<=260,2,b)

```



```
b<-ifelse(a>260,3,b)
elev_auto$krige_output$var1.factor<-as.factor(b) #tworzymy nowy element
elev_auto$krige_output
plot(elev_auto$krige_output[4])
```

Mapa stężeń pyłu PM 2.5 oraz temperatury.

Aby stworzyć mapy, początkowo powtórzono te same operacje jak powyżej, tak, aby utworzyć obiekt ppp zawierający rozmieszczenie czujników w Krakowie razem z danymi o ich ID i wysokości.

```
#Pobranie danych w odległości 15km od ratusza w krakowie
r <-
GET("https://airapi.airly.eu/v2/installations/nearest?lat=50.0617022&lng=19.937356
9&maxDistanceKM=15&maxResults=-1",
add_headers(apikey = "klucz", Accept = "application/json")
)

#Przejscie do listy
jsonRespText<-content(r,as="text")
dane<-fromJSON(jsonRespText)
save(dane,file=(„dane_dzien_pora.Rdata”))

#Utworzenie ramki danych zawierającą id oraz lokalizację czujników (długość i
szerokość geograficzna, wysokości n.p.m.)
longitude<- dane$location$longitude
latitude<- dane$location$latitude
id<-dane$id
elevation<-dane$elevation

dane<-data.frame(longitude,latitude,id, elevation)
#Utworzenie obiektu przestrzennego ppp

#utworzenie obiektu data_UTM
data_spat<-data.frame(lon=dane$longitude, lat=dane$latitude, elev=dane$elevation,
id=dane$id)
#określenie koordynat
coordinates(data_spat) <- ~lon+lat
#określenie układu
proj4string(data_spat) <- CRS("+proj=longlat +datum=WGS84")
```

```

data_UTM <- spTransform(data_spat, CRS("+proj=utm +zone=34
+datum=WGS84")) #konwersja do UTM
#utworzenie obiektu krakowUTM
dzielnice<-st_read(„dzielnice_Krakowa/dzielnice_Krakowa.shp”)
dzielniceWGS84<-st_transform(dzielnice,crs = 4326)
krakowWGS84<-st_union(dzielniceWGS84)
krakowUTM<-st_transform(krakowWGS84,CRS(„+proj=utm +zone=34
+datum=WGS84”))
#utworzenie obiektu ppp z danymi id czujnika i wysokościowymi
XY<-coordinates(data_UTM)
data_ppp_id<-
ppp(x=XY[,1],y=XY[,2],marks=data.frame(elev=data_UTM$elev,id=data_UTM$id),window=a
s.owin(krakowUTM))

```

Następnie stworzono listę, która będzie przechowywała dane dla poszczególnych czujników. W pętli, dla każdego czujnika pobierano dane, konwertowano oraz zapisywano w odpowiednim elemencie listy. Utworzono zmienną `current`, aby w pętli zapisać do niej wartości PM 2.5 zczytane przez czujniki. Aby wyodrębnić dane temperaturowe postąpiono analogicznie. Następnie przekształcono obiekt `ppp` do formatu `SpatialPointsDataFrame`, który pozwoli na analizę geostatystyczną.

```

#Pobranie danych w odległości 15km od ratusza w Krakowie
n_id<-length(data_ppp_id$marks$id)
id<-data_ppp_id$marks$id

#Stworzenie listy, która będzie przechowywała dane dla poszczególnych czujników
list_data <- vector(mode = "list", length = n_id)
for (i in seq(1,n_id)) {
  #Stworzenie ciągu znaków określający adres, pod którym znajdują się pomiary z
  czujnika
  str<-
  paste(„https://airapi.airly.eu/v2/measurements/installation?installationId=”,id[i]
  ,sep=”)
  #Pobranie danych z adresu
  r <- GET(url=str,add_headers(apikey = "klucz", Accept = "application/json"))
  #Przejdźcie z formatu r na json i z json na tekst
  jsonRespText<-content(r,as="text")
  inst<-fromJSON(jsonRespText)
  list_data[[i]]<-inst
}

#zapis danych
save(list_data,file="list_data.Rdata")

```

```

#Utworzenie zmiennej która będzie przechowywać wartości stężenia pyłu
current<-rep(NA,n_id)
#Wyodrębnienie danych PM2.5 z czujników
for (i in seq(1,n_id)) {
  print(i)
  logic<-(list_data[[i]]$current$values$name=="PM25")
  if (sum(logic)==1)
  current[i]<-list_data[[i]]$current$values[logic,2]
}

temperature<-rep(NA,n_id)
#Wyodrębnienie danych temperaturowych z czujników
for (i in seq(1,n_id)) {
  print(i)
  logic<-(list_data[[i]]$current$values$name=="TEMPERATURE")
  if (sum(logic)==1)
  temperature[i]<-list_data[[i]]$current$values[logic,2]
}

#Przekształcenie obiektu data_ppp_id do obiektu spdf (do obsługi autoKrige())
data_spdf<-as.SpatialPointsDataFrame.ppp(data_ppp_id)
coordinates(data_spdf)

```

Kolejnym krokiem było przygotowanie potrzebnych danych do narysowania mapy. W tym celu przekonwertowano obrys Krakowa do formatu, którym posługuje się pakiet sf. Utworzono macierz przechowującą współrzędne punktów konturu Krakowa, aby można było użyć ich później do narysowania prostokąta obejmującego w całości obszar Krakowa. Znalaziono jego lewy dolny róg szukając minimalnych współrzędnych w osi x oraz y, a także jego prawy górny róg, tym razem szukając maksymalnych koordynat. Ustalono, że oczko siatki będzie miało wymiary 100x100 [m]. Obliczono, ile oczek siatki będzie przypadało na długość i szerokość prostokąta, a następnie zaokrąglono do całości. Następnie utworzono siatkę, nadano jej układ współrzędnych WGS84 i przekonwertowano, aby w kolejnym kroku można było ją przyciąć do konturu Krakowa. Ponownie dokonano konwersji do odpowiedniego formatu, który obsługuje funkcja autoKrige, odpowiedzialna za rysowanie map cech.

```

bound<-st_as_sf(krakowUTM)
plot(bound)

#Pobranie danych w odległości 15km od ratusza w krakowie
coord<-as.data.frame(st_coordinates(krakowUTM))

#Tworzymy siatkę - prostokąt obejmujący obszar Krakowa #Określamy współrzędne
naroży prostokąta left_down<-c( min(coord$X), min(coord$Y)) right_up<-c(
max(coord$X), max(coord$Y))

```

```

#Ustalenie rozmiaru oczka siatki w [m]
size<-c(100,100)
#Obliczenie liczby oczek siatki przypadających na dl. i szer. prostokąta
points<- (right_up-left_down)/size num_points<-ceiling(points)
#Utworzenie siatki
grid <- GridTopology(left_down, size,num_points)
#Konwersja siatki do odpowiedniego formatu
gridpoints <- SpatialPoints(grid, proj4string = CRS(„+proj=utm +zone=34
+datum=WGS84”))
plot(gridpoints)
#Przycięcie siatki do konturu
#konwersja do formatu w którym działa crop_shape()
g<-st_as_sf(gridpoints)
cg<-crop_shape(g,bound,polygon = TRUE)
#konwersja do st
spgrid <- SpatialPixels(as_Spatial(cg))
plot(spgrid)

```

Ostatnią, najważniejszą częścią było narysowanie mapy stężenia pyłu PM 2.5 oraz mapy temperatury powietrza, obie dla różnych rodzajów krigingu. Zaczęto od mapy stężenia pyłu. Do ramki z danymi przestrzennymi czujników dodano kolumnę z wartościami stężeń, a następnie do zmiennej miss przypisano wektor logiczny, który określał, dla jakich czujników występuje brak danych. Następnie wyrysowano mapy stężeń, korzystając z różnych metod krigingu: Ste- model M.Stein’s parametrization, Mat- model Materna, Sph- model sferyczny. Analogiczne kroki wykonano aby narysować mapę temperatur.

```

#dla PM2.5
#narysowana mapka
data_spdf$current<-current
miss <- is.na(data_spdf$current)

#Standard error KRIGING
pm25_ste <- autoKrige(current ~ 1, input_data = data_spdf[!miss,],new_data=spgrid,
  model="Ste")
plot(pm25_ste$krige_output[1],main="PM 2.5")
points(data_ppp_id[!miss,],pch="*",col="White")
plot(Window(data_ppp_id),add=TRUE)
plot(pm25_ste)

#mat KRIGING
pm25_mat <- autoKrige(current ~ 1, input_data = data_spdf[!miss,],new_data=spgrid,
  model="Mat")
plot(pm25_mat$krige_output[1],main="PM 2.5")

```

```

points(data_ppp_id[!miss,],pch="*",col="White")
plot(Window(data_ppp_id),add=TRUE)
plot(pm25_mat)

#spherical KRIGING
pm25_sph <- autoKrige(current ~ 1, input_data = data_spdf[!miss,],new_data=spgrid,
  model="Sph")
plot(pm25_sph$krige_output[1],main="PM 2.5")
points(data_ppp_id[!miss,],pch="*",col="White")
plot(Window(data_ppp_id),add=TRUE)
plot(pm25_sph)

#dla temperature
data_spdf$temperature<-temperature
misss <- is.na(data_spdf$temperature)

#ste KRIGING
temp_ste <- autoKrige(temperature ~ 1, input_data =
data_spdf[!misss,],new_data=spgrid, model="Ste")
plot(temp_ste$krige_output[1],main="Temperatura")
points(data_ppp_id[!misss,],pch="*",col="White")
plot(Window(data_ppp_id),add=TRUE)
plot(temp_ste)

#mat KRIGING
temp_mat <- autoKrige(temperature ~ 1, input_data =
data_spdf[!misss,],new_data=spgrid, model="Mat")
plot(temp_mat$krige_output[1],main="Temperatura")
points(data_ppp_id[!misss,],pch="*",col="White")
plot(Window(data_ppp_id),add=TRUE)
plot(temp_mat)

#sph KRIGING
temp_sph <- autoKrige(temperature ~ 1, input_data =
data_spdf[!misss,],new_data=spgrid, model="Sph")
plot(temp_sph$krige_output[1],main="Temperatura")
points(data_ppp_id[!misss,],pch="*",col="White")
plot(Window(data_ppp_id),add=TRUE)
plot(temp_sph)

```