

# Introdução à Computação Gráfica

## Cor

Claudio Esperança  
Paulo Roma Cavalcanti

# Cor

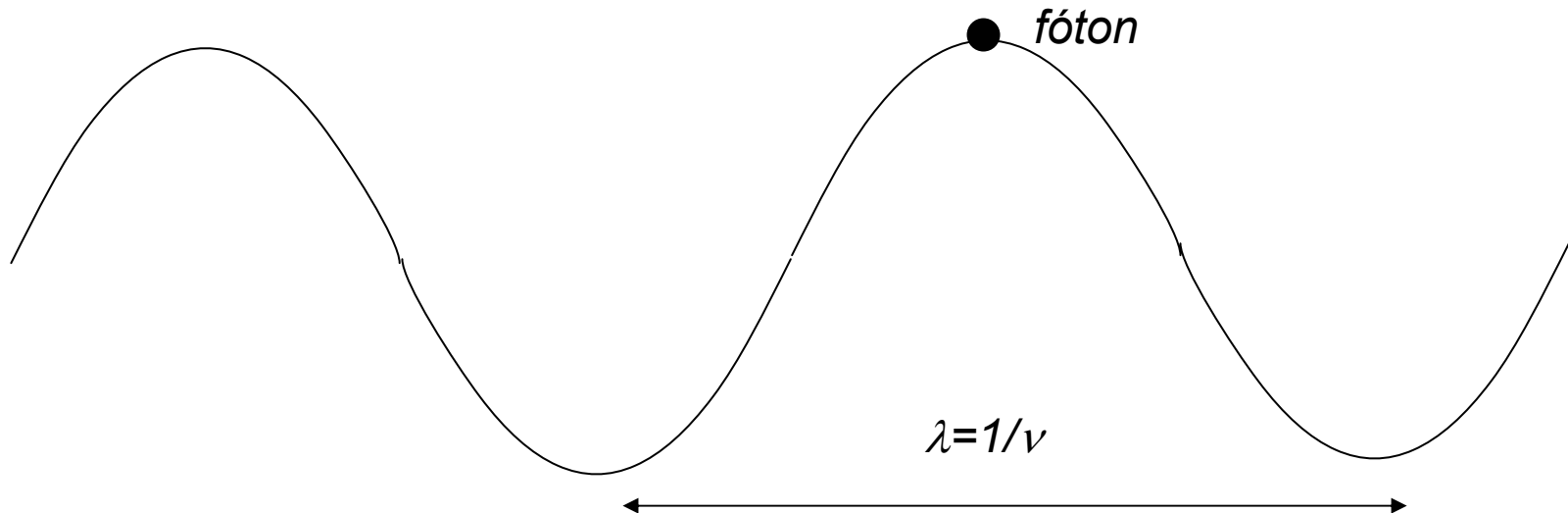
- O que é cor?
  - ♦ Cor é uma **sensação** produzida no nosso cérebro pela luz que chega aos nossos olhos.
  - ♦ É um problema psico-físico.

# Paradigmas de Abstração

- Universos: físico  $\rightarrow$  matemático  $\rightarrow$  representação  $\rightarrow$  codificação.
- Luz  $\rightarrow$  modelo espectral  $\rightarrow$  representação tricromática  $\rightarrow$  sistemas de cor.

# Modelo Espectral de Cor

- Luz é uma **radiação** eletro-magnética que se propaga a  $3 \times 10^8$  km/s ( $E = h \cdot \nu$ ,  $c = \lambda \cdot \nu$ ).
  - ♦  $h$  é a constante de Planck ( $6.626 \times 10^{-34}$  J · s).
- Luz branca é uma mistura de radiações com diferentes comprimentos de onda.



# Campo Eletro-Magnético

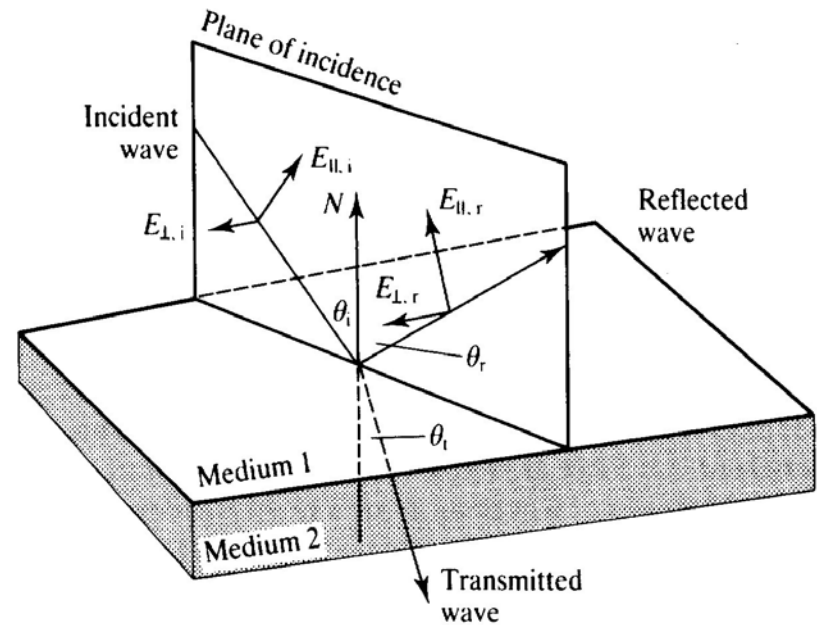
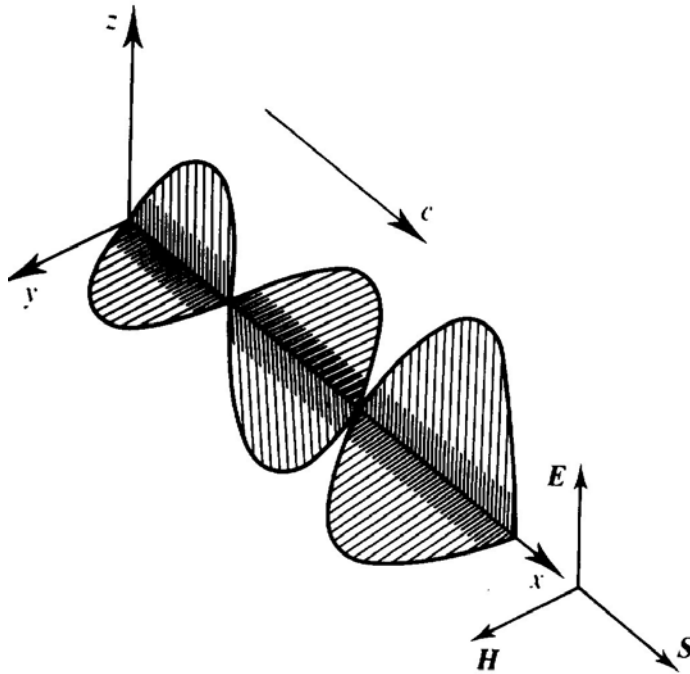
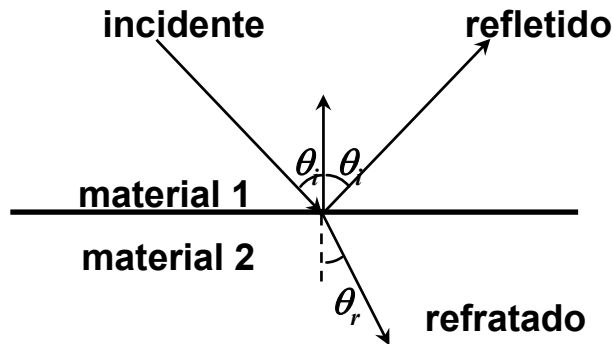


Figure 2.16 Convention for wave reflection/refraction at an interface

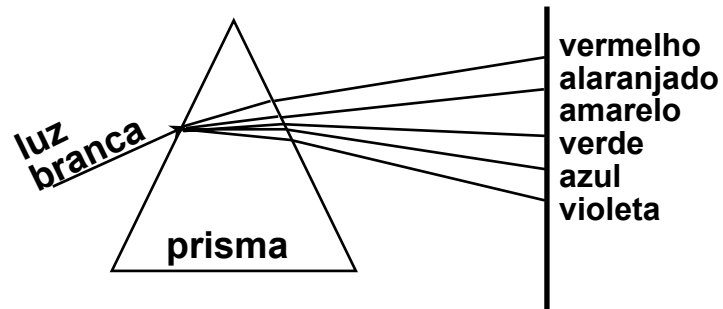
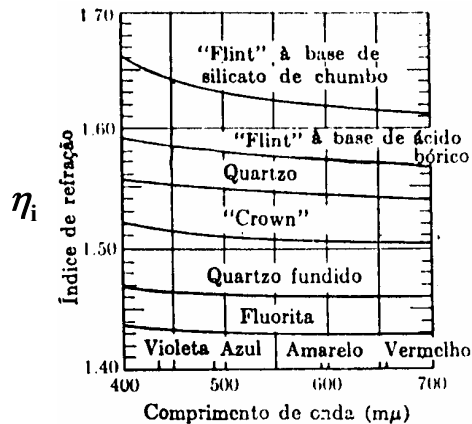
# Reflexão e Refração



$$\text{sen } \theta_r = \frac{\eta_2}{\eta_1} \text{sen } \theta_i$$

*lei de Snell  
(1621)*

$$\eta_i = \frac{\text{velocidade da luz no vácuo}}{\text{velocidade da luz no material } i}$$



**luz branca (acromática) tem  
todos os comprimentos de onda**

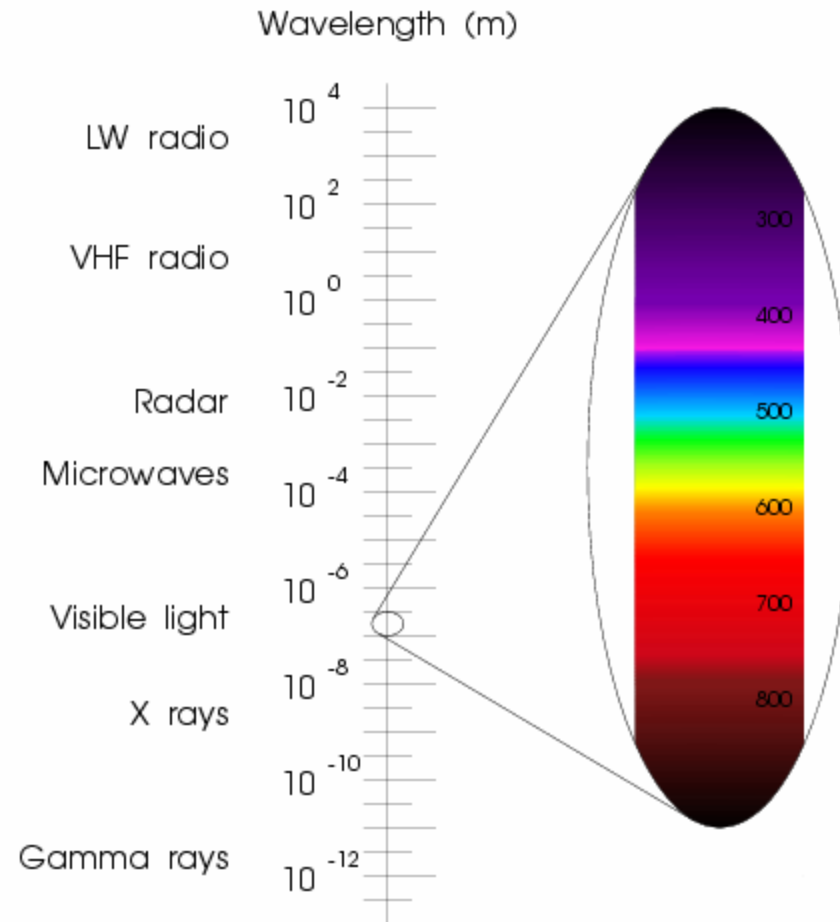
*Newton*

# Modelo Matemático de Cor

- Universo matemático é o conjunto  $D$  de todas as funções de distribuição espectral.
- Função de **distribuição espectral** relaciona: comprimento de onda com uma grandeza radiométrica.

$$D = \left\{ f : U \subset \mathfrak{R}^+ \rightarrow \mathfrak{R}^+ \right\}$$

# Espectro Visível



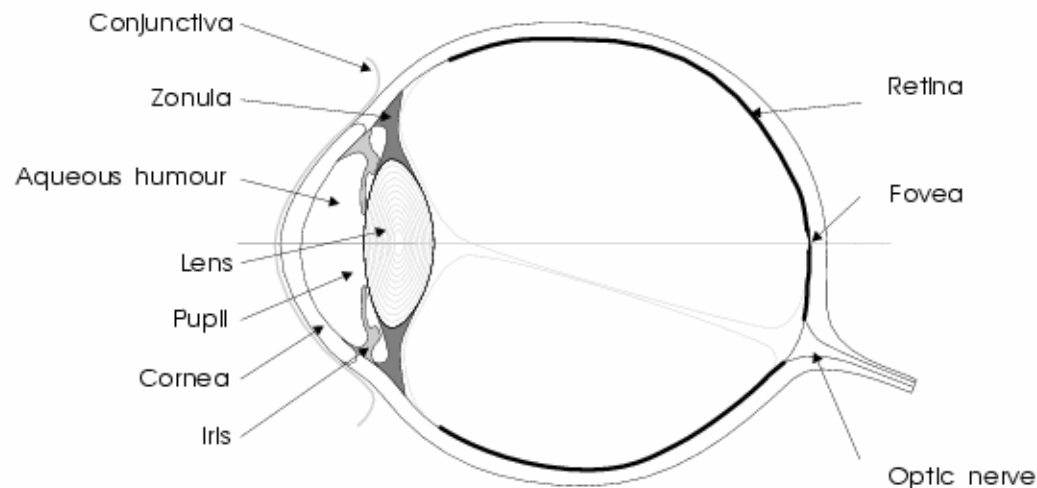


# Luz Visível

Range (nm)	Colour
380 – 450	Violet
450 – 490	Blue
490 – 560	Green
560 – 590	Yellow
590 – 640	Orange
640 – 730	Red

# Sistemas Físicos de Cor

- O olho é um sistema físico de processamento de cor (sistema refletivo).
  - ♦ Similar a uma câmera de vídeo.
  - ♦ Converte luz em impulsos nervosos.



# Percepção de Cor

- Diferente para cada espécie animal.
- Dentre os mamíferos, só o homem e o macaco enxergam cores.
- Aves têm uma visão muito mais acurada do que a nossa.

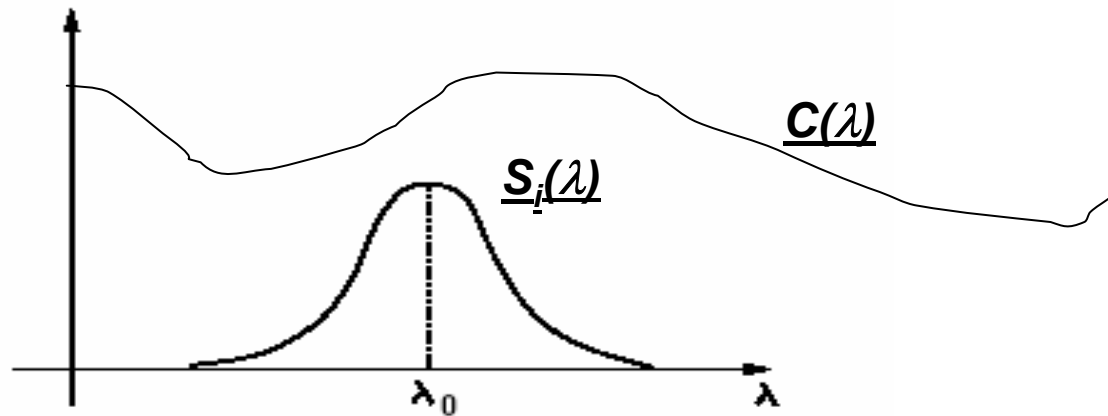
# Representação

- Amostragem gera uma representação **finita** de uma função de distribuição espectral.
- Todo sistema refletivo possui um número **finito** de sensores, que fazem uma amostragem em  $n$  faixas do espectro.

# Amostragem

$$C(\lambda) \rightarrow (c_1, c_2, \dots, c_n), c_i = \int_0^\infty C(\lambda) s_i(\lambda) d\lambda$$

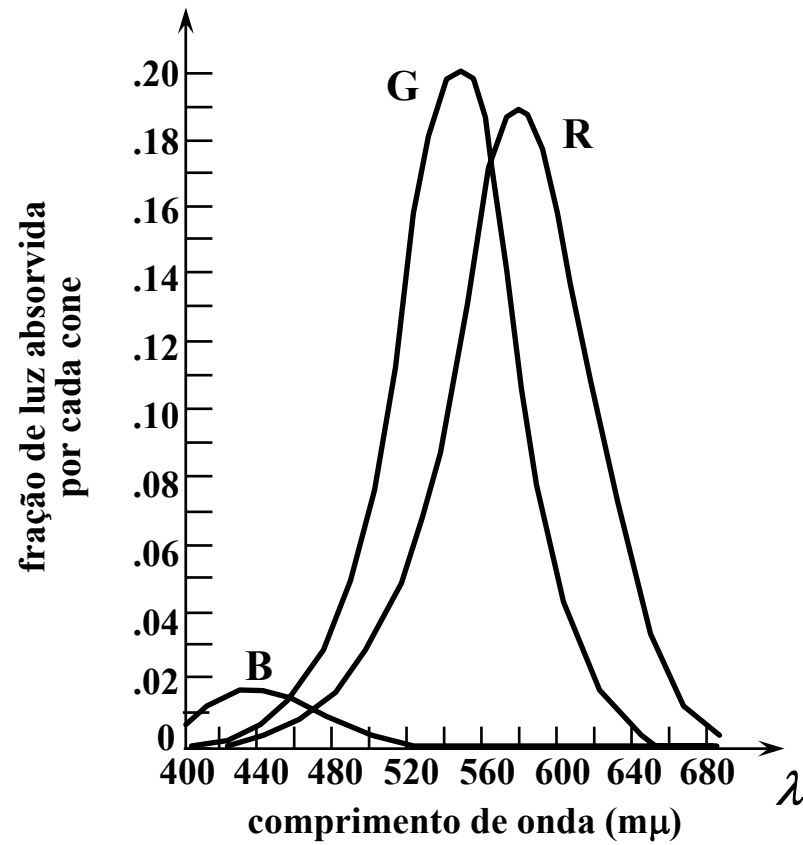
- $s_i(\lambda)$  é a função de resposta espectral do i-ésimo sensor.



# Sistema Visual Humano

- Dois tipos de células receptoras com sensibilidades diferentes: cones e bastonetes.
  - ♦ Bastonetes → luz de baixa intensidade (sem cor).
  - ♦ Cones → luz de média e alta intensidade (com cor).
- Três tipos de cones que amostram: comprimento de onda curto (azul), médio (verde) e longo (vermelho).

# Tipos de Cones

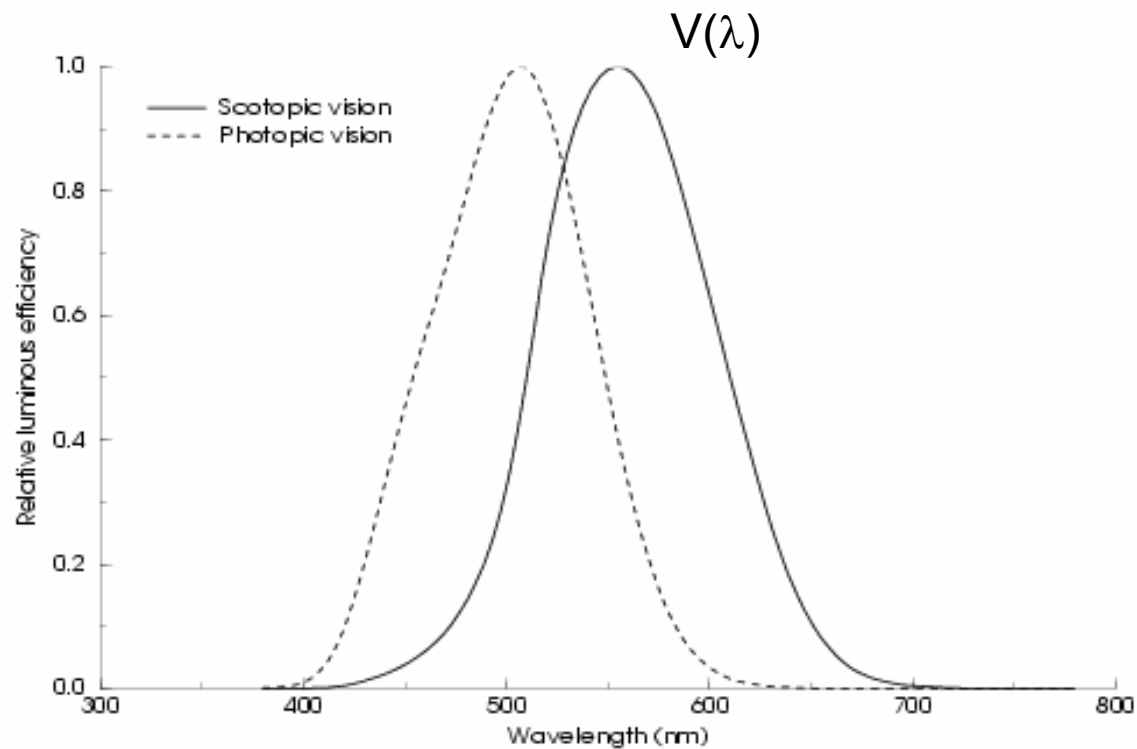


# Eficiência Luminosa

- Brilho aparente varia com o comprimento de onda.
- Pico do brilho é diferente para níveis baixos (bastonetes), médios e altos (cones).
  - ♦ Máximo na faixa do verde.



# Eficiência Luminosa Relativa

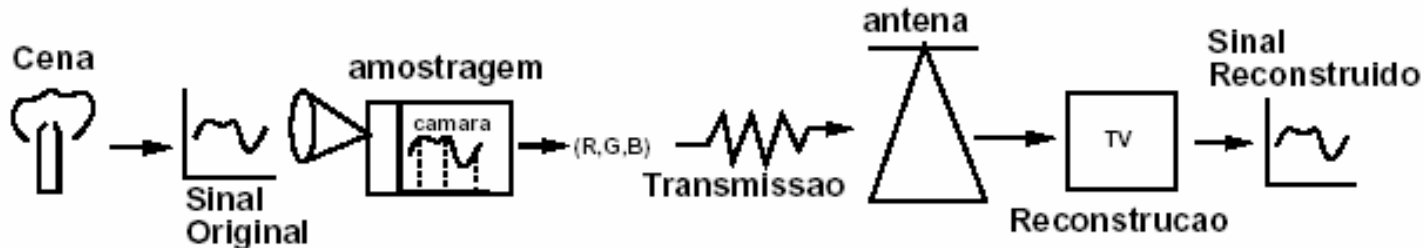


# Sistemas Emissivos

- Sistemas **emissivos** reconstroem cores a partir de emissores que formam uma base de primárias,  $P_k$

$$C_r(\lambda) = \sum_{k=1}^n c_k P_k(\lambda).$$

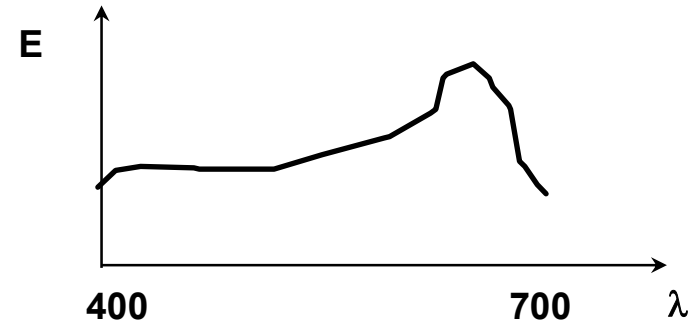
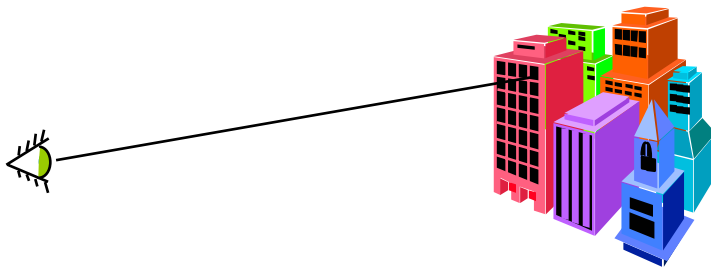
# Amostragem e Reconstrução



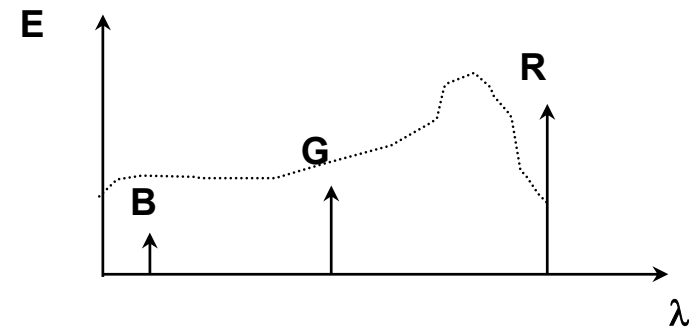
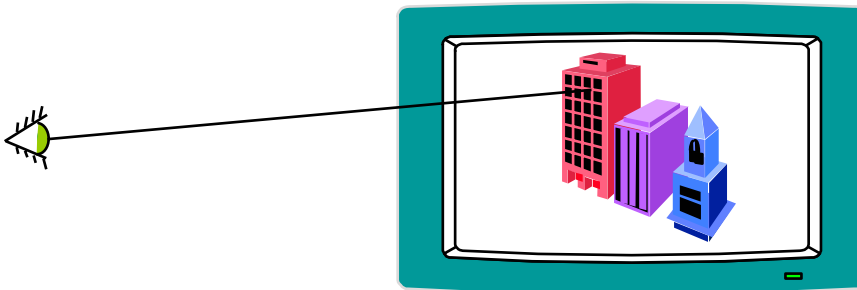
- A cor reconstruída deve ser perceptualmente igual a cor original.
  - ♦ É possível devido ao **metamerismo**.
  - ♦ Cores metaméricas são perceptualmente idênticas.

# O Problema De Reprodução De Cor Em CG

Mundo Real



Espaço Virtual



- mesma sensação de cor  $\Rightarrow$  Metamerismo
- só distingue 400 mil cores ( $< 2^{19}$ )  $\Rightarrow$  19 bits deveriam ser suficientes

# Representação Discreta de Cor

- O espaço de todas as distribuições espectrais possui dimensão **infinita**.
- Representação **finita** requer um processo de amostragem.
  - ♦ Aproxima um espaço de dimensão infinita por um espaço de dimensão finita (há perda de informação).
- Pode-se utilizar um vetor de dimensão finita na representação discreta de cor.

$$R : f \in D \rightarrow (f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)) \in \mathfrak{R}^n$$

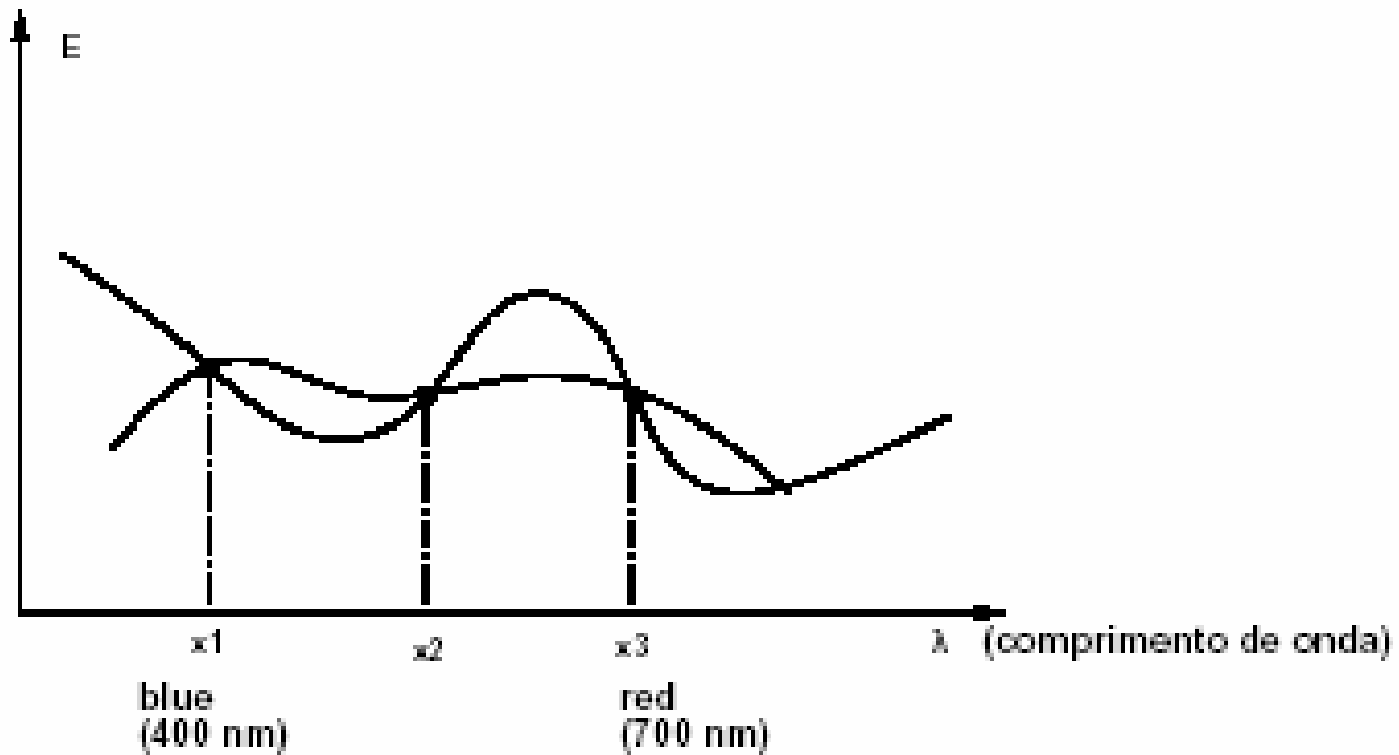
# Espaço Perceptual de Cor

- Representação define uma transformação linear.
  - ♦ De acordo com os experimentos de Young em 1807.

$$R(af_1 + bf_2) = aR(f_1) + bR(f_2)$$

- Espaço perceptual de cor é de dimensão 3.
- Representação discreta associa um conjunto de distribuições espectrais ao mesmo ponto do  $R^3$  (metamerismo).

# Metamerismo



# Reconstrução de Cor

- Dados
  - ♦ Uma função de distribuição espectral  $C(\lambda)$ ,
  - ♦ Um sistema emissivo com base  $P_k$
  - ♦ E um sistema refletivo,
- Como calcular as componentes na base de primárias de forma a que a cor reconstruída seja perceptualmente equivalente a cor original?



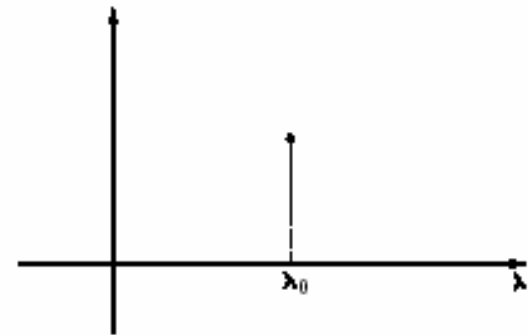
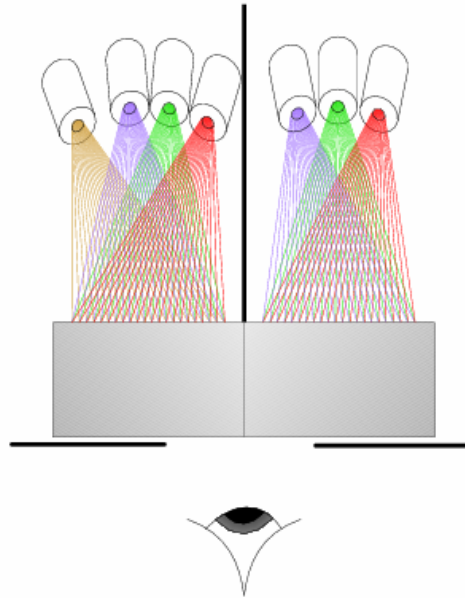
# Funções de Reconstrução de Cor

- Uma vez que se conheça a resposta espectral do sistema, prova-se que:

$$C_r(\lambda) = \sum_{k=1}^n c_k P_k(\lambda), c_k = \int_0^\infty C(\lambda) r_k(\lambda) d\lambda$$

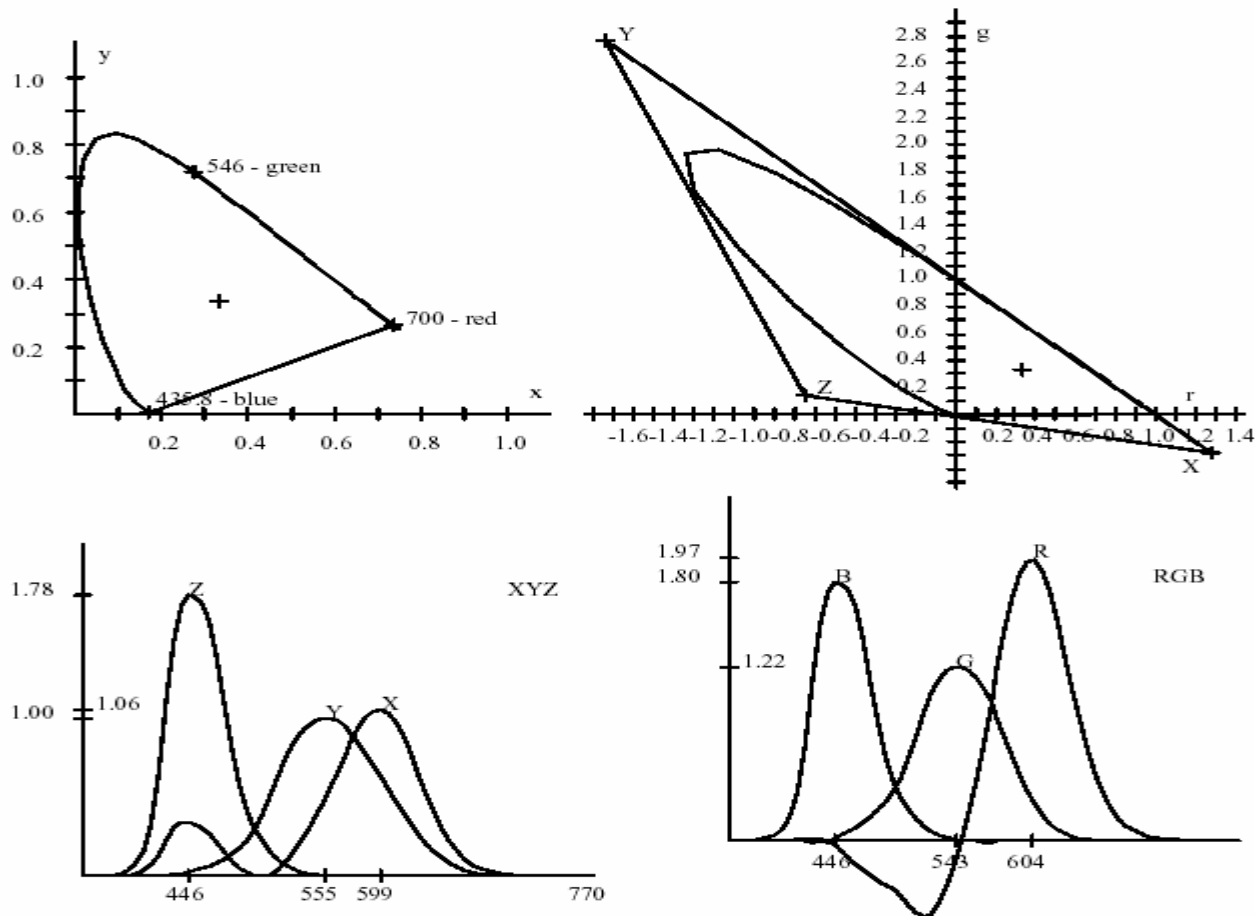
$r_k(\lambda)$  são as funções de reconstrução de cor.

# Resposta Espectral



- Cor espectral desconhecida à esquerda.
- Três cores padrão de cada lado.
- Intensidade de cada cor padrão varia de forma independente.

# Diagrama de Cromaticidade



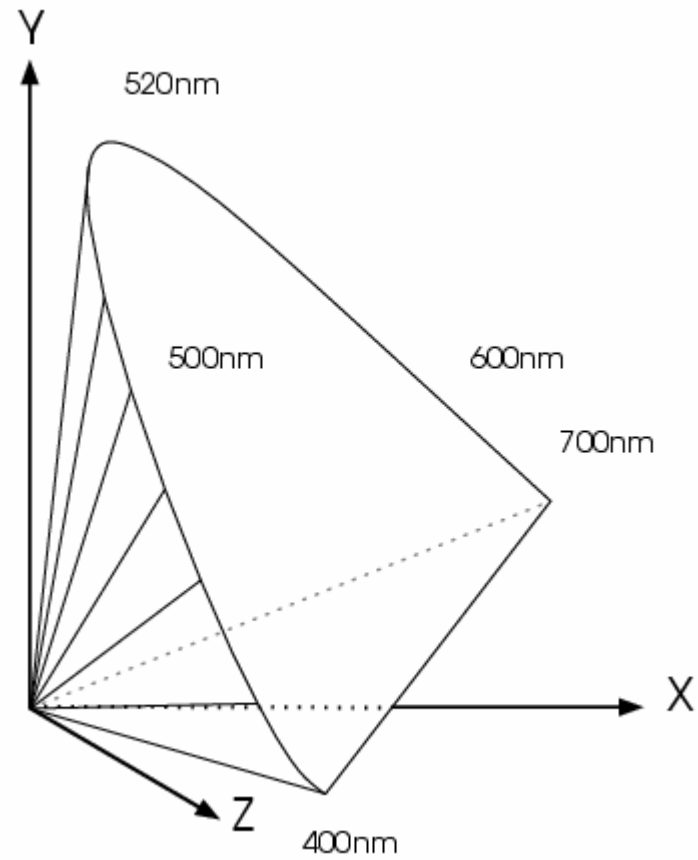
# Intensidade Negativa?

- Podem haver cores que não são igualadas pelas três cores padrão apenas.
  - ♦ Nesse caso, adiciona-se uma cor padrão ao lado esquerdo também (correspondendo, matematicamente, a uma intensidade negativa).

# Sólido de Cor

- Conjunto de todas as cores visíveis forma um cone convexo, chamado de sólido de cor.
  - ♦ Combinação convexa de duas distribuições espectrais é uma distribuição espectral.
  - ♦ Cada distribuição espectral corresponde a um único ponto no espaço de cor.
  - ♦ Aplicação de representação é linear.
  - ♦ Espaço de cor é o conjunto das retas que passam pela origem.

# Sólido de Cor



# Propriedades

- $C(\lambda)$  é cor visível  $\Rightarrow t C(\lambda)$  é cor visível.
  - ♦  $R(t C(\lambda)) = t R(C(\lambda))$ .
- $C_1(\lambda)$  e  $C_2(\lambda)$  são cores visíveis  $\Rightarrow (1-t) C_1(\lambda) + t C_2(\lambda)$ ,  $t \in [0,1]$ , é cor visível.
  - ♦  $R((1-t) C_1(\lambda) + t C_2(\lambda)) = (1-t) R(C_1(\lambda)) + t R(C_2(\lambda))$ .

# Diagrama de Cromaticidade

- Projeta-se radialmente o sólido de cor no plano de Maxwell:  $x + y + z = 1$ .
  - ♦ A interseção do sólido de cor com o plano de Maxwell é uma curva convexa.
  - ♦ Cores espectrais correspondem a pontos na fronteira do diagrama de cromaticidade.



# Coordenadas de Cromaticidade

- Reta que passa pela origem e por uma cor  $C$ .
  - ♦  $\{p; p = tC, t \in R\}$ .
- Projeção  $c = (c_r, c_g, c_b)$  no plano de Maxwell impõem  $c_r + c_g + c_b = 1$ .
- $t(C_r + C_g + C_b) = c_r + c_g + c_b = 1 \Rightarrow t = 1/(C_r + C_g + C_b)$   
 $\Rightarrow c_i = C_i/(C_r + C_g + C_b)$ .

# Luminância

- Dada uma luz monocromática com potência constante de 1W, como varia a resposta do olho a este estímulo, em função do comprimento de onda?
  - ♦ A resposta é máxima para  $\lambda = 555 \text{ nm}$  (verde).
- Luz monocromática com  $\lambda = 555 \text{ nm}$  e 1W de potência produz 680 lumens.
- A constante  $K(\lambda) = 680 V(\lambda) \text{ lm/W}$  permite converter de watts para lumens.

# Cálculo da Luminância

- Luminância é uma grandeza colorimétrica que corresponde aos termos perceptuais de **brilho** (emissores) ou **luminosidade** (refletores).
- Luminância é um funcional linear.

$$L : \zeta = \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}$$

$$L(C(\lambda)) = K(\lambda) \int_0^\infty C(\lambda) V(\lambda) d\lambda$$

$$L(C(\lambda)) = \langle L, c \rangle = \langle (0.177, 0.812, 0.016), (c_r, c_g, c_b) \rangle$$

# Decomposição Crominância-Luminância

- Coordenadas de cromaticidade captam a noção da **matiz** de uma cor.
- Juntamente com a informação de intensidade ou luminância determinam unicamente uma cor.

# Núcleo do Funcional de Luminância

- Todo vetor de um espaço vetorial pode ser escrito, de modo único, como soma direta de um vetor do núcleo de um funcional linear e de um vetor pertencente a um espaço complementar ao núcleo.

$$\ker(L) = \{c \in \Re^3 : L(c) = 0\}$$

$$c = \ker(L) \oplus \ell, c = c_c + c_l$$

# Propriedade

- Dimensão do núcleo mais a dimensão da imagem de uma transformação linear é igual a dimensão do domínio da transformação.
  - ♦ Seja  $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Então,
    - $\dim(\ker(L)) + \dim(\text{Im}(L)) = n$ .
  - ♦ Logo, a dimensão do núcleo do operador de luminância é igual a 2.

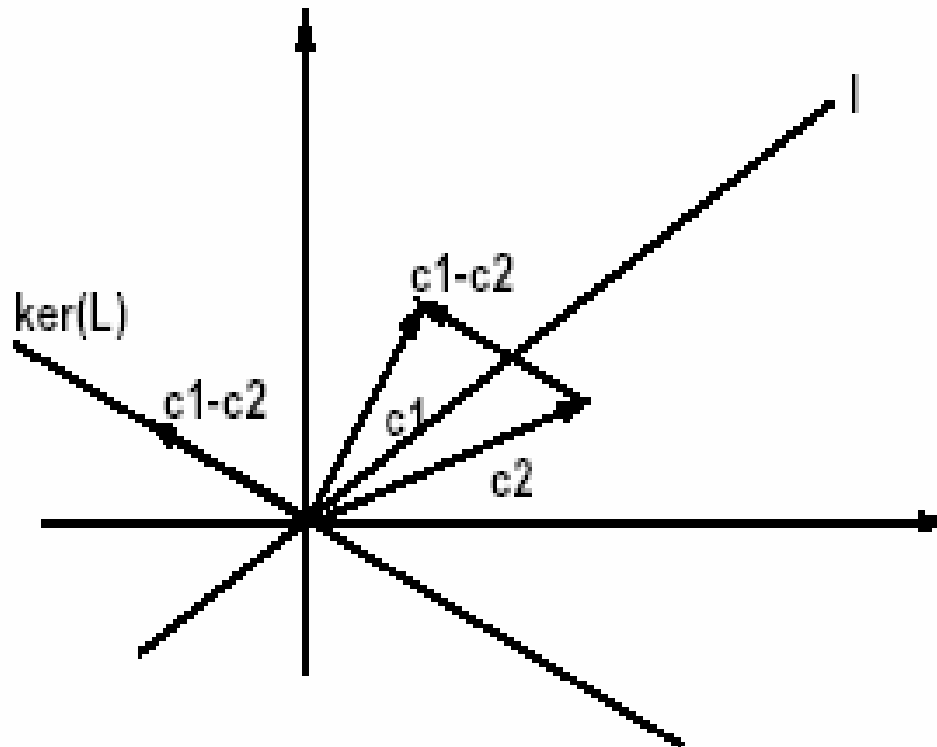
# Plano de Crominância

- Se duas cores tem a mesma luminância, então elas estão em um hiperplano afim, paralelo ao núcleo do operador de luminância.

$$L(c_1 - c_2) = 0 \Rightarrow c_1 - c_2 \in \ker(L)$$

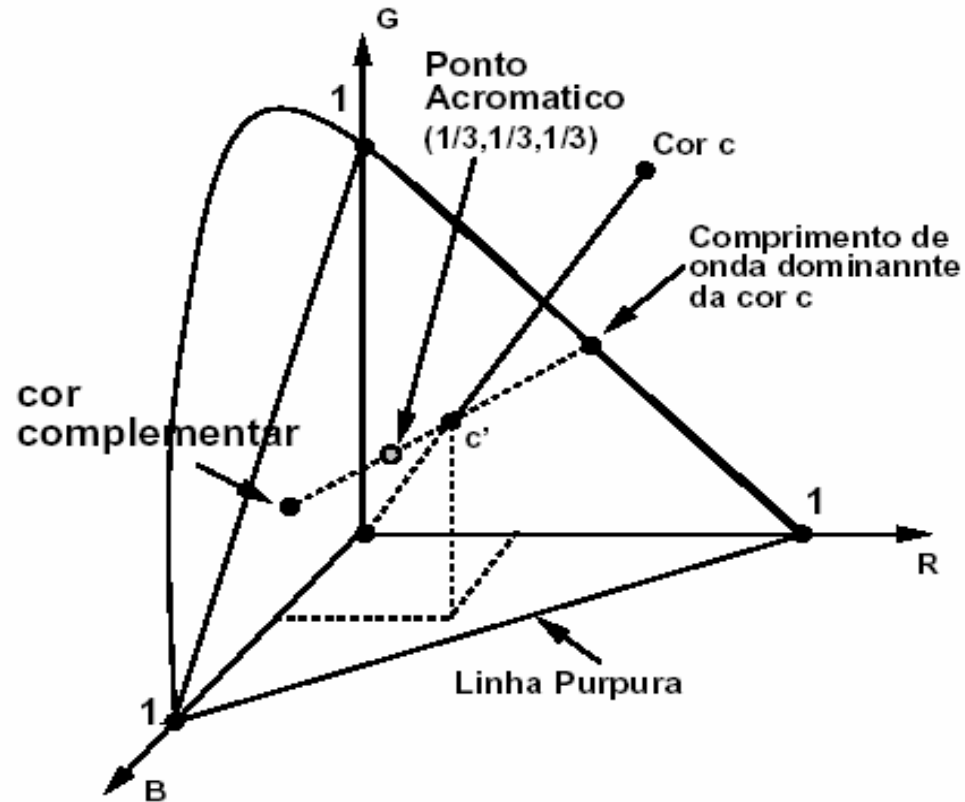
- Cada hiperplano afim paralelo ao núcleo do operador de luminância é chamado de um hiperplano de crominância (luminância constante).

# Núcleo do Operador de Luminância

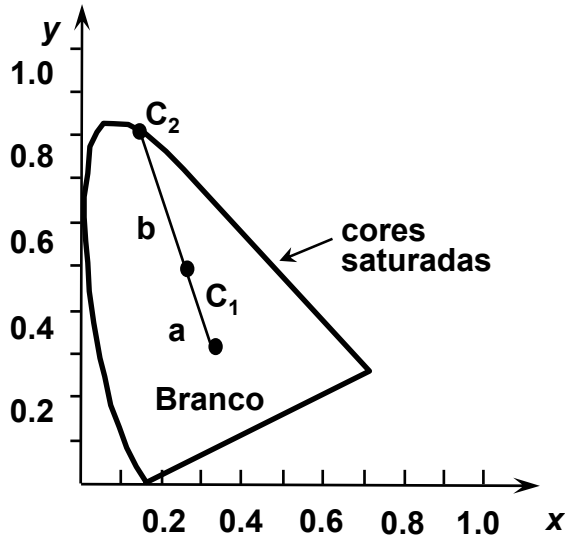




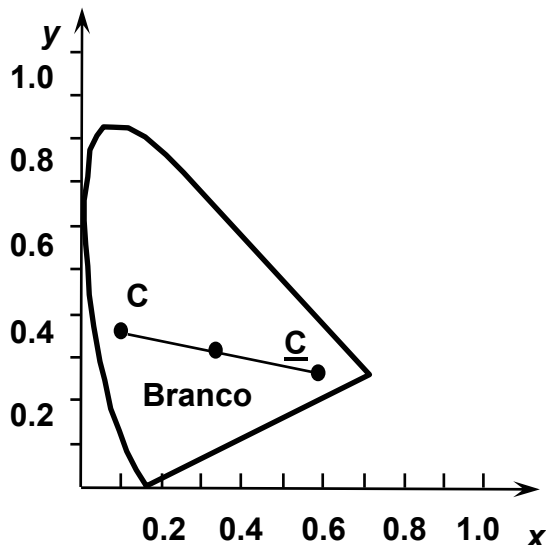
# Cor Dominante e Complementar



# Saturação e Cor Complementar no Diagrama de Cromaticidade xy



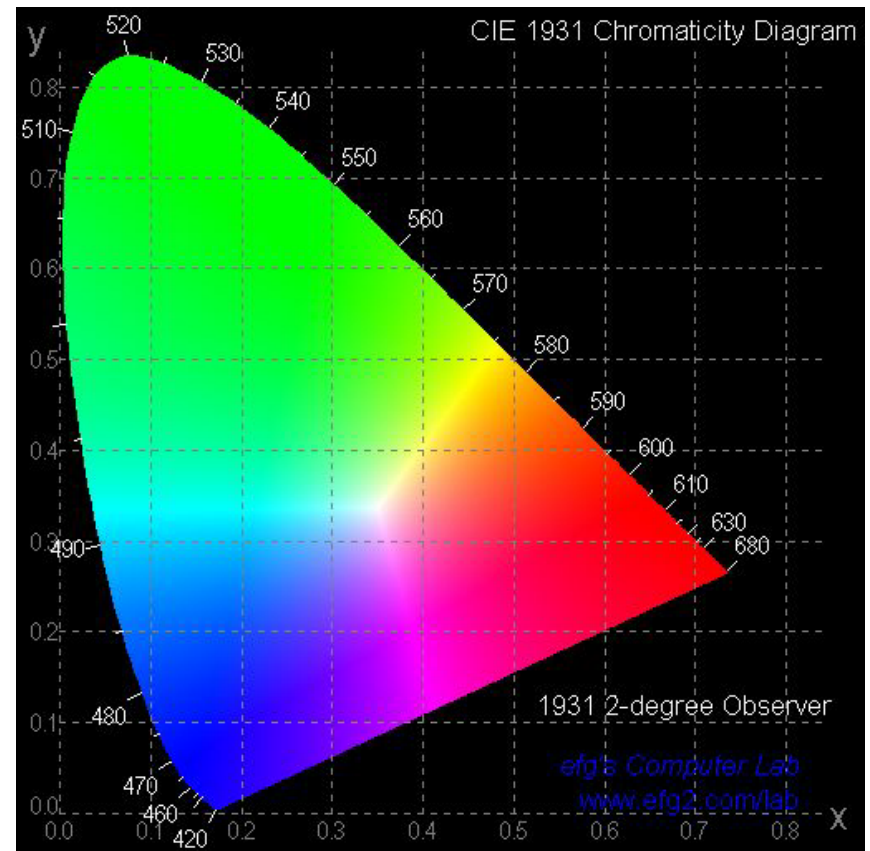
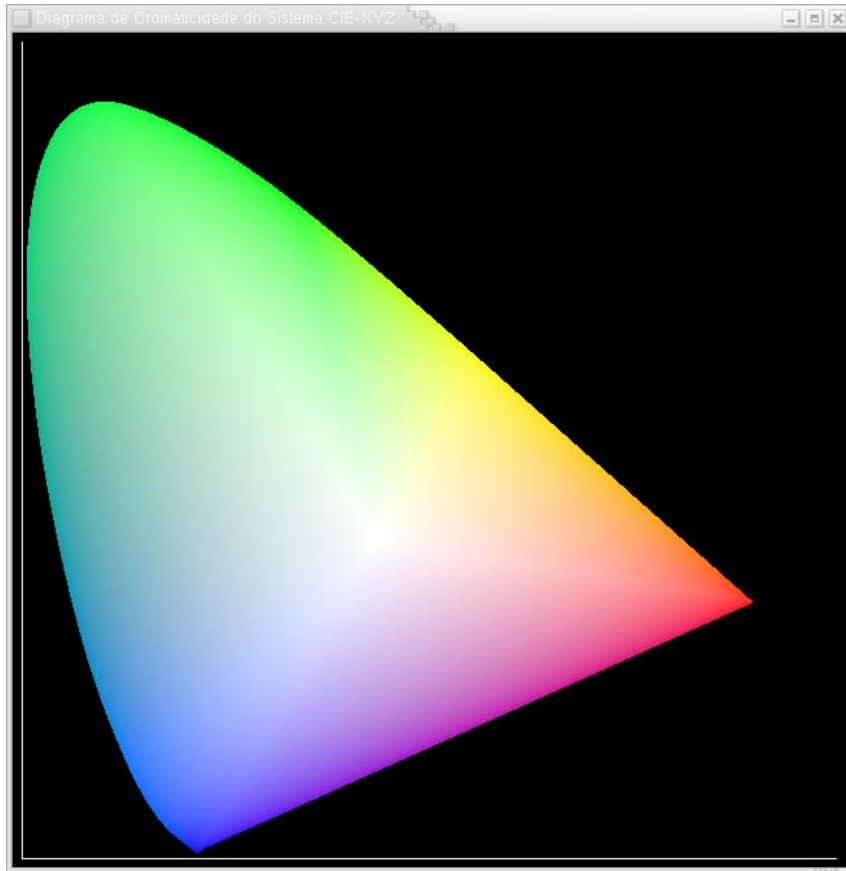
$$\text{saturação de } C_1 = \frac{a}{a + b}$$



$\underline{C}$  é complementar a  $C$

$$\Leftrightarrow \alpha \underline{C} + \beta C = \text{Branco}$$

# Diagrama de Cromaticidade XYZ



# Padrão CIE

- CIE – Commission Internationale de L'Eclairage (criada em 1913).
- Padrão CIE-RGB (1931) apresenta coordenadas negativas.
- Padrão CIE-XYZ foi criado para evitar coordenadas negativas.
  - ♦ Primárias não estão contidas no sólido de cor.
- Conversão CIE-RGB para CIE-XYZ é uma mera mudança de sistema de coordenadas.

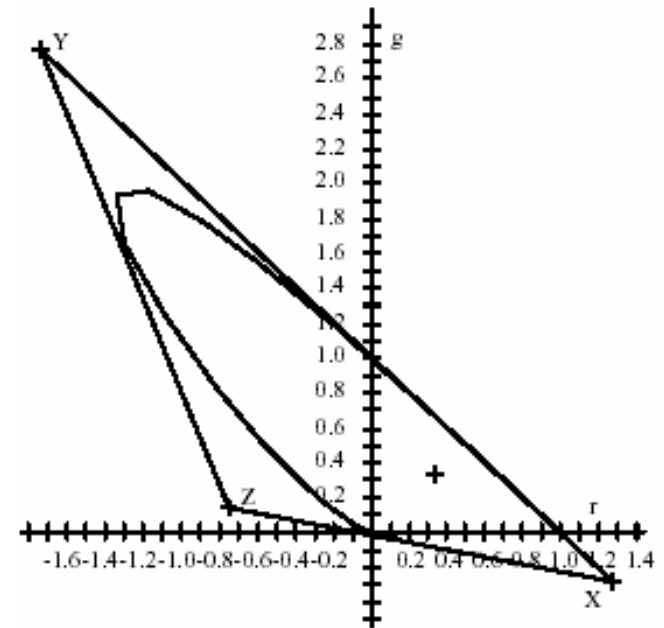
# Bases CIE

- Bases CIE (vetores coluna).

rgb	x	y	z	xyz	r	g	b
r	1.2750	-1.7395	-0.7431	x	0.73467	0.27376	0.16658
g	-0.2779	2.7675	0.1409	y	0.26533	0.71741	0.00886
b	0.0029	-0.0280	1.6022	z	0.00000	0.00883	0.82456

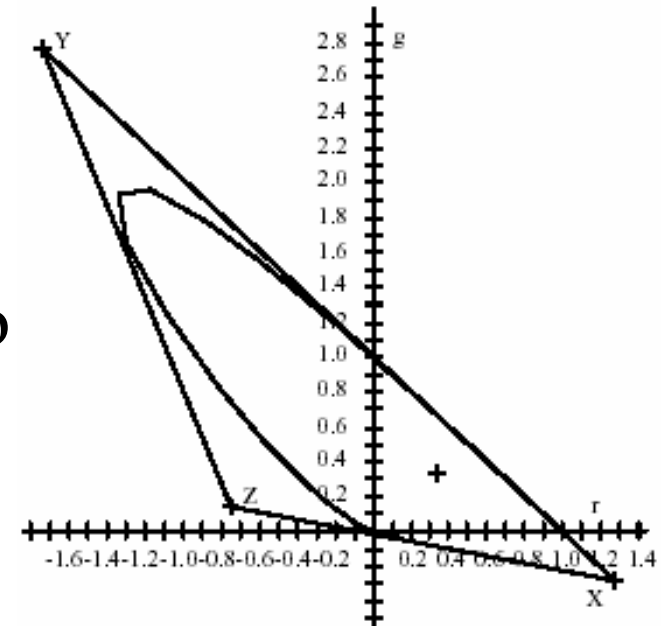
# Criação do Sistema XYZ

- Duas cores primárias têm luminância zero.
- Informação de luminância na componente Y.
- Traça-se uma reta coincidente com o segmento quase retilíneo do diagrama de cromaticidade.
  - ♦ Interseção desta reta com a reta de luminância zero define a primária X.



# Construção Geométrica

- As duas outras primárias ficam definidas traçando-se uma outra reta tangente ao diagrama de cromaticidade.
  - ◆ Esta reta minimiza a área do triângulo formado pela reta de luminância zero, a reta anterior e esta reta.
  - ◆ Z está sobre a reta de luminância zero.



# Sistema xyY

- O diagrama de cromaticidade retira a luminância.
  - ♦ Cores relacionadas com luminância não aparecem (marrom = vermelho-alaranjado com luminância muito baixa).
- Coordenadas xyY permitem que se faça uso do diagrama de cromaticidade na especificação de cores.



# Sistema xyY

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}, y = \frac{Y}{X+Y+Z}, z = \frac{Z}{X+Y+Z}$$

$$X = \frac{x}{y}Y, y = Y, Z = \frac{z}{y}Y \Rightarrow (X, Y, Z) = Y \left( \frac{x}{y}, 1, \frac{1-x-y}{y} \right)$$

# Conversão RGB-XYZ

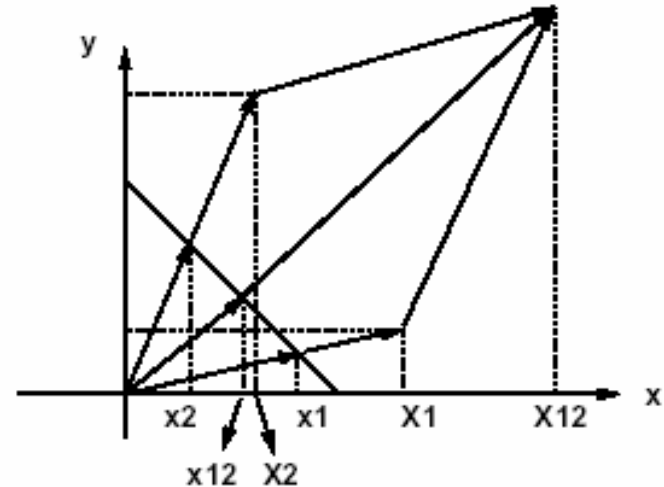
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_r C_r & x_g C_g & x_b C_b \\ y_r C_r & y_g C_g & y_b C_b \\ (1 - x_r - y_r) C_r & (1 - x_g - y_g) C_g & (1 - x_b - y_b) C_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} C_r R \\ C_g G \\ C_b B \end{pmatrix},$$

onde,  $C_r = X_r + Y_r + Z_r$ ;  $C_g = X_g + Y_g + Z_g$ ;  $C_b = X_b + Y_b + Z_b$

- Dispõem-se das coordenadas de cromaticidade xyz.
  - ♦  $C_r, C_g, C_b$  escalam apropriadamente os vetores da base.
- É necessário que se conheçam as coordenadas tricromáticas de um ponto.

# Branco Padrão

- Normalmente, usam-se as coordenadas tricromáticas  $(X_w, Y_w, Z_w)$  do branco padrão de referência:  $(R_w, G_w, B_w) = (1, 1, 1)$ .



$$\begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} C_r \\ C_g \\ C_b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} C_r \\ C_g \\ C_b \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{pmatrix} .$$

# Matriz de Conversão

- Fazendo as contas usando  $(X_w, Y_w, Z_w) = (R_w, G_w, B_w) = (1, 1, 1)$ , obtém-se:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.489989 & 0.310008 & 0.200003 \\ 0.176962 & 0.812400 & 0.010638 \\ 0.000000 & 0.009999 & 0.990001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.364666 & -0.896583 & -0.468083 \\ -0.515155 & 1.426409 & 0.088746 \\ 0.005203 & -0.014407 & 1.009204 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}.$$

# Sistemas de Cor

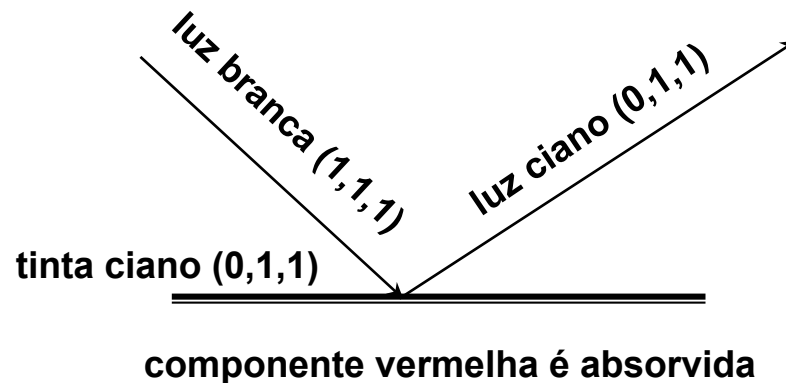
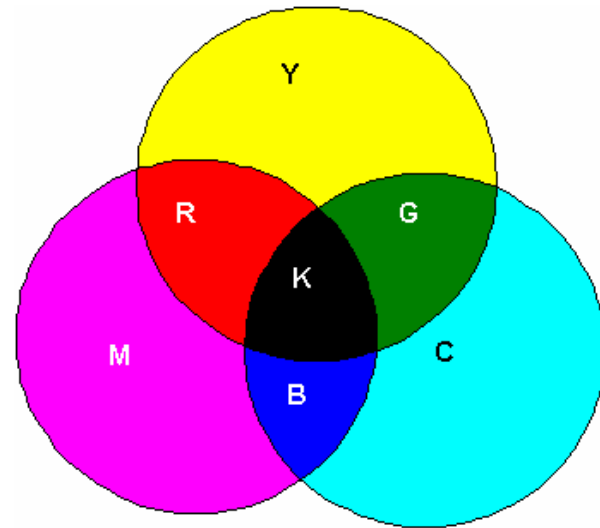
- Espaço de cor + sistema de coordenadas.
  - ◆ Sistemas Padrão.
  - ◆ Sistemas dos Dispositivos.
  - ◆ Sistemas Computacionais.
  - ◆ Sistemas de Interface.

# Sistemas Padrão

- Independentes de dispositivos físicos.
- CIE-RGB.
  - ♦ 700  $m\mu$  (Red), 546  $m\mu$  (Green), 435.8  $m\mu$  (Blue).
- CIE-CMY.
  - ♦ Ciano (azul piscina), Magenta (violeta), Amarelo.
- CIE-XYZ.

# Sistema CMY

- Sistema das Impressoras.
  - ♦ CMY ou CMYK.
- Processo predominantemente subtrativo.

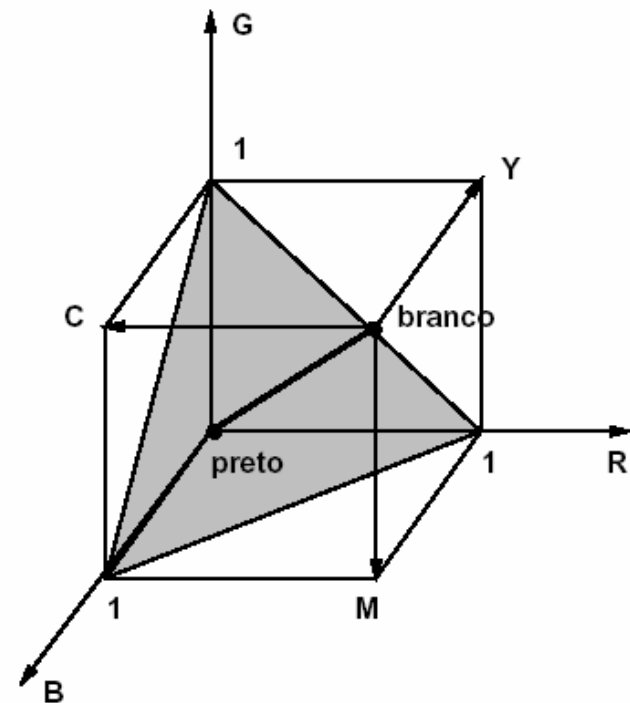
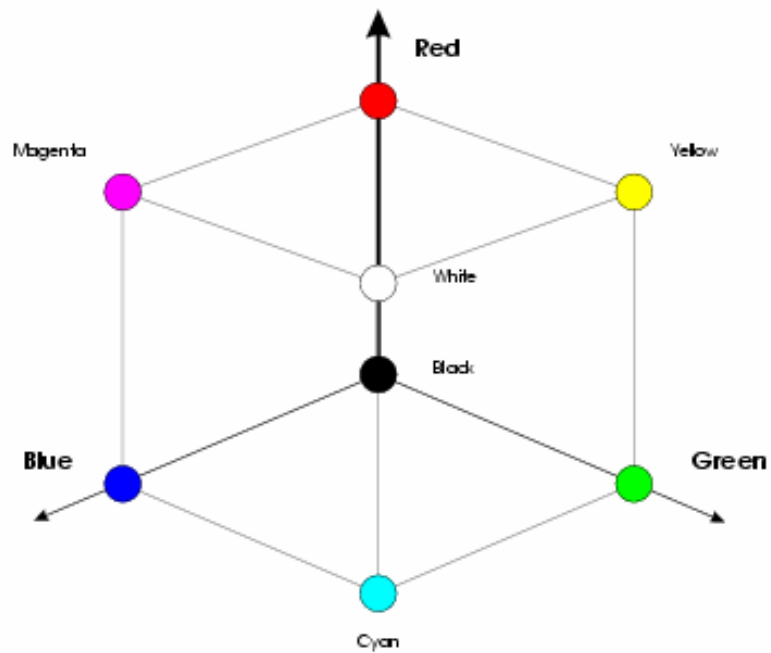


# Sistemas dos Dispositivos

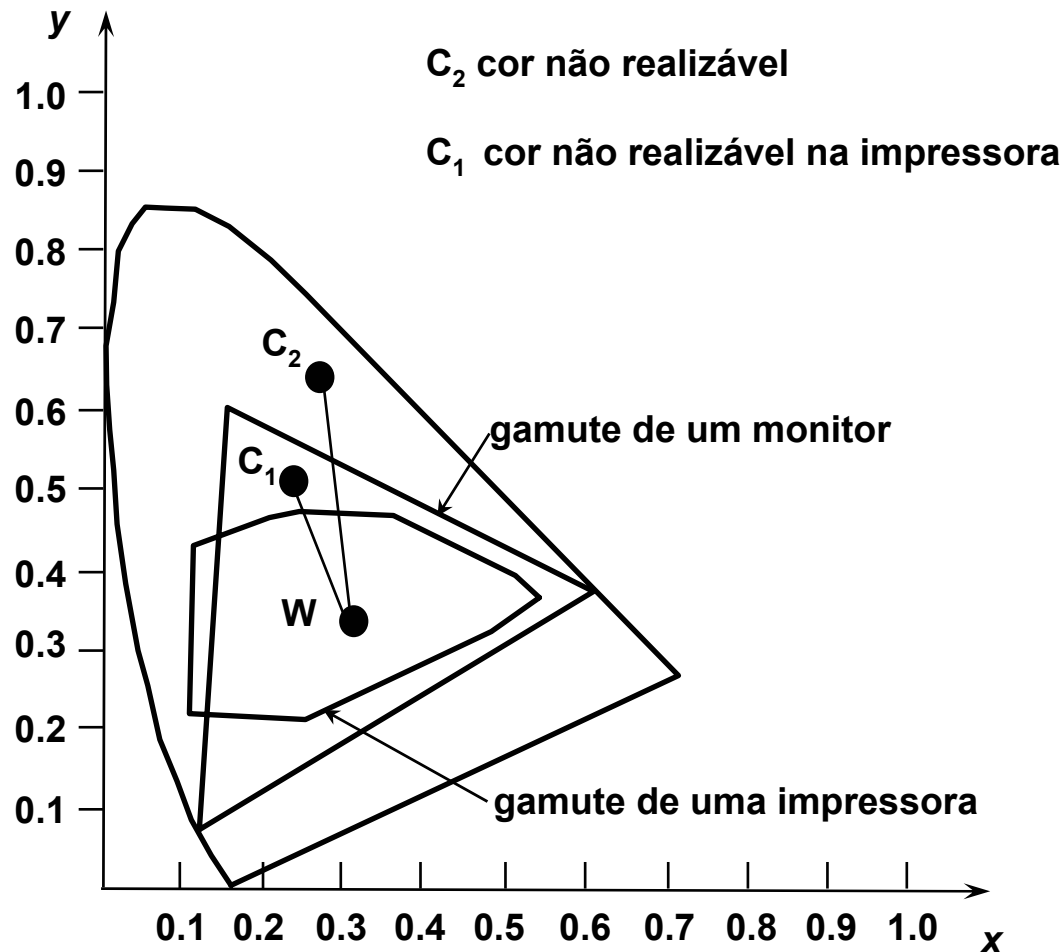
- Subconjunto do sólido de cor.
  - ♦ Contém todas as cores que podem ser geradas pelo dispositivo (combinação convexa da base de primárias do dispositivo).
- Forma de paralelepípedo e as faces são paralelogramos.
- Mudando-se as coordenadas ganha a forma de um **cubo**.



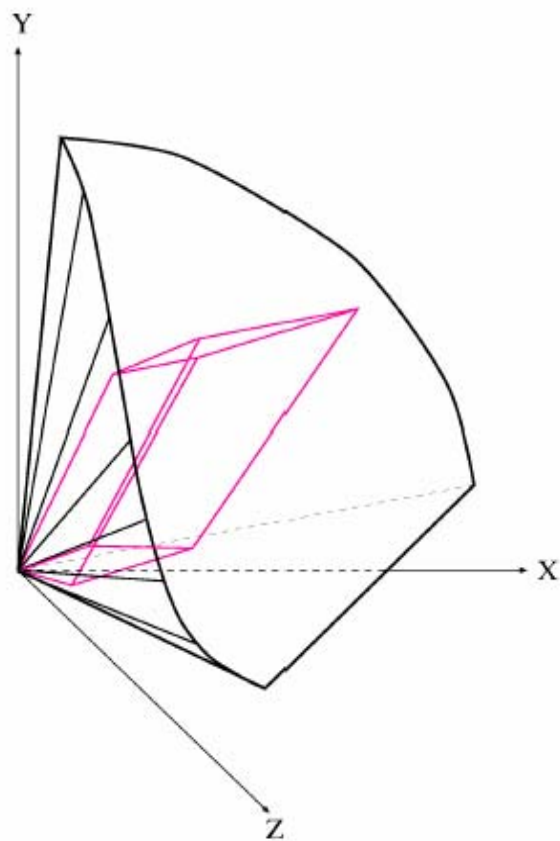
# Cubo RGB



# Gamutes



# Gamute



# Sistemas Computacionais

- Utilizados para **síntese** de imagens.
- Não são adequados à especificação de cor por um usuário.
- Pode ter dimensão maior do que três.

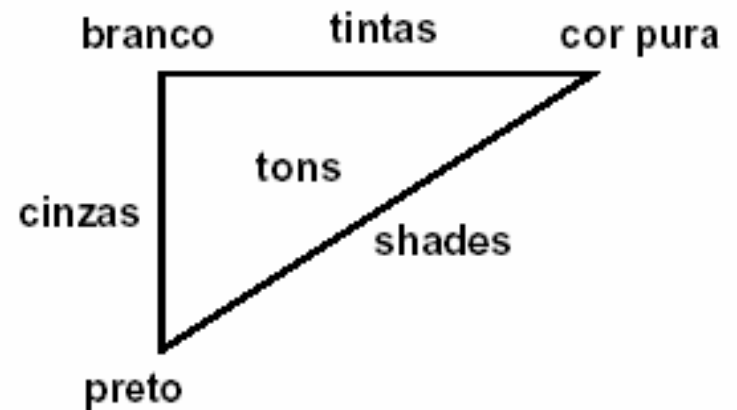
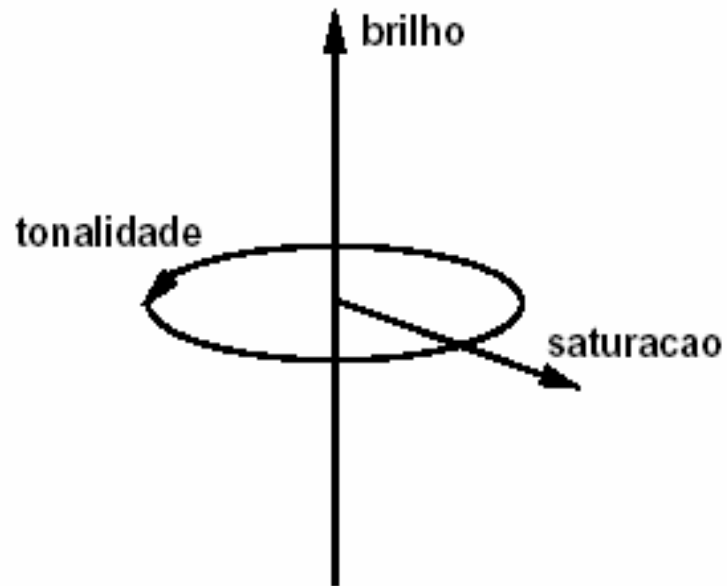
# Sistemas de Interface

- Oferecem uma **interface** adequada a especificação de cores por um usuário comum.
- Em geral, especificam cores através de três parâmetros: matiz, saturação e luminância.

# Tipos de Sistema de Interface

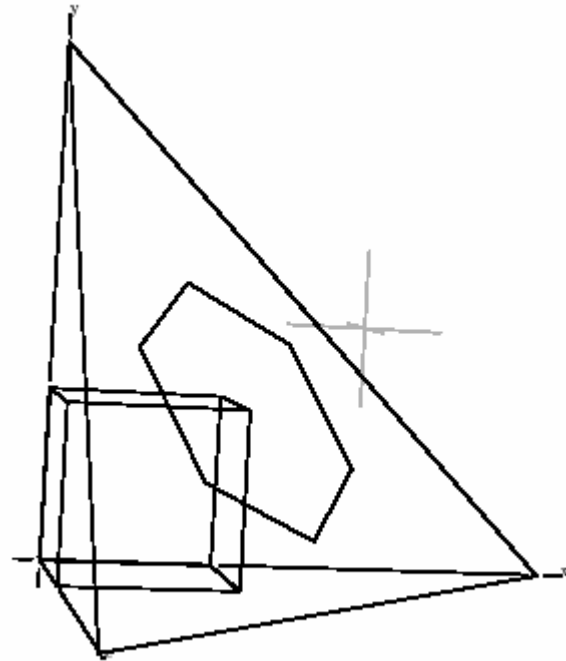
- Baseados em **coordenadas**: HSV, HSL.
- Baseados em **amostras**: Pantone, Munsell.

# Paradigmas de Cor



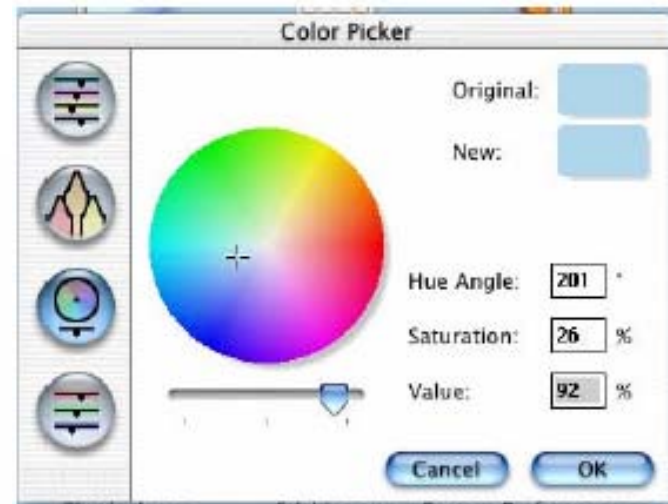
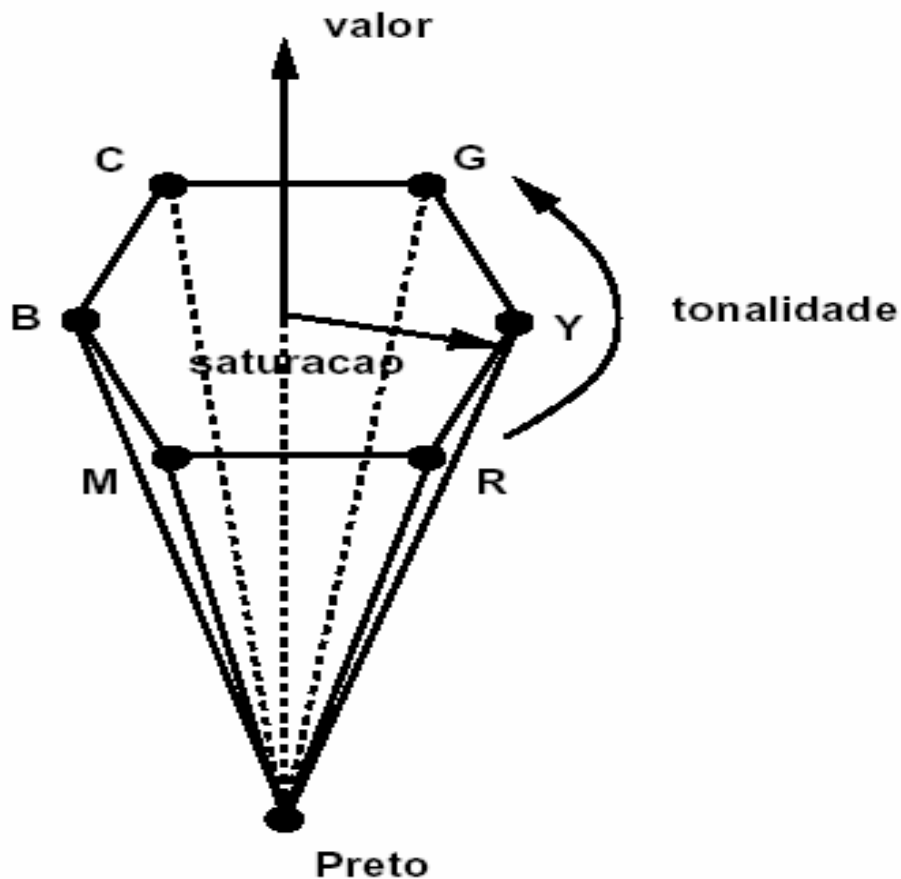
# Sistema HSV

- Criado por Alvy Ray Smith.
- Projeta o cubo RGB ortogonalmente sobre o plano:  $x + y + z = 3$ .
- Conversão para RGB não é uma transformação linear.



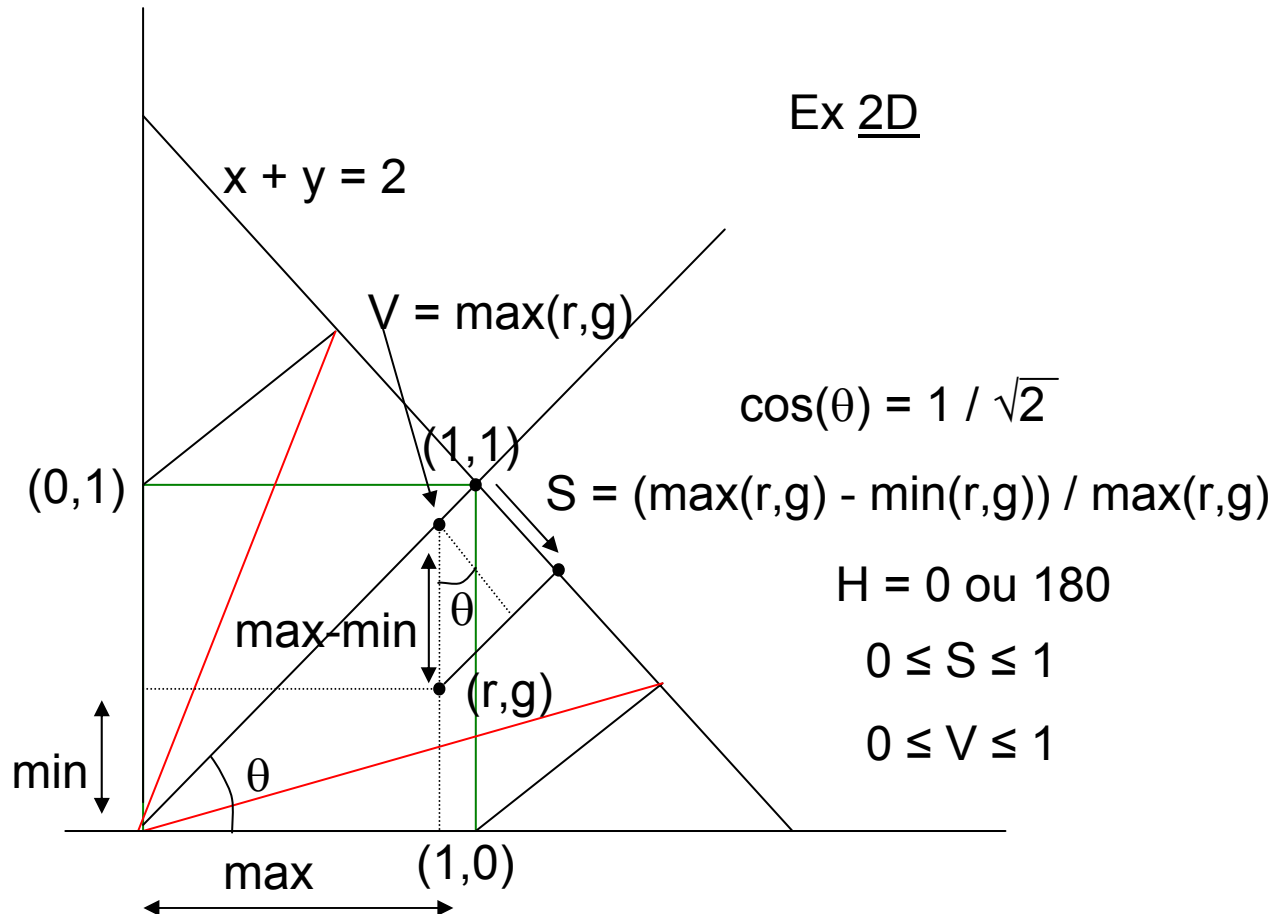


# Visualização do Sistema HSV



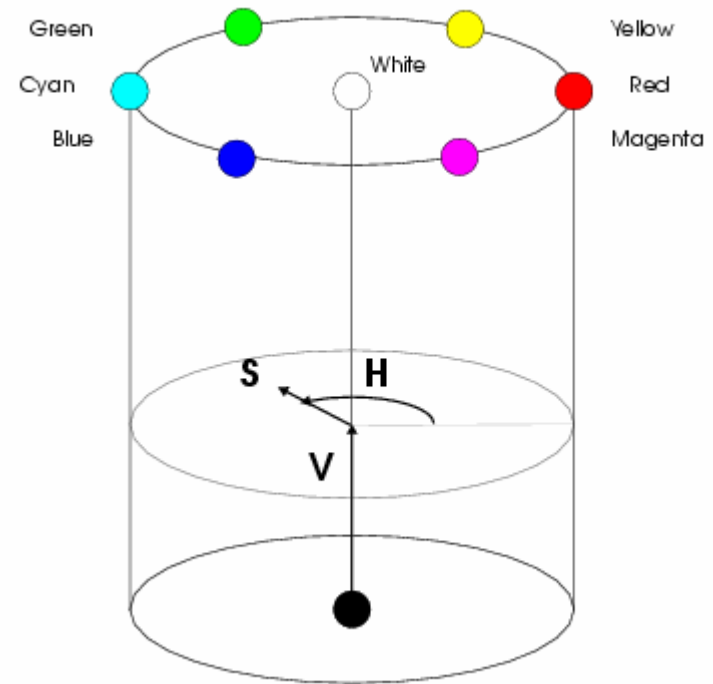
HSV color  
picker from  
Mac OS X's  
Finder

# Conversão RGB-HSV

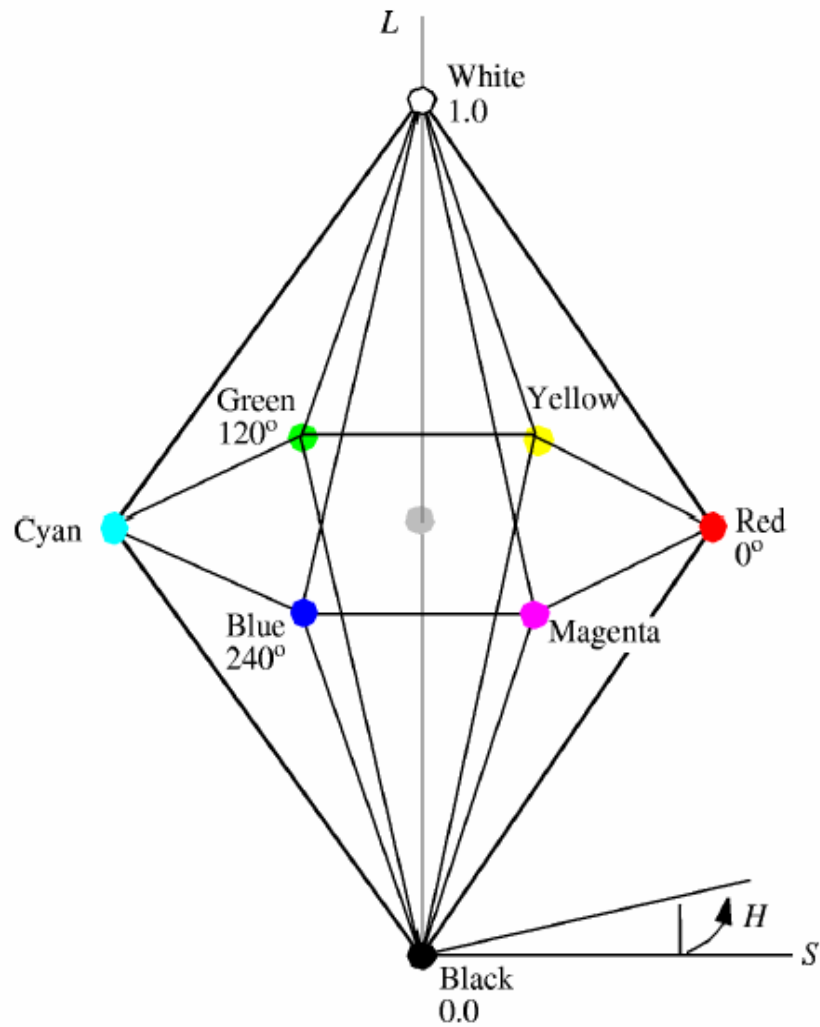


# Sistema HSL

- Sistema
  - H (Hue)
  - S (Saturation)
  - L (Lightness)
    - ♦ Patenteado pela Tektronix.
- Baseado no HSV.



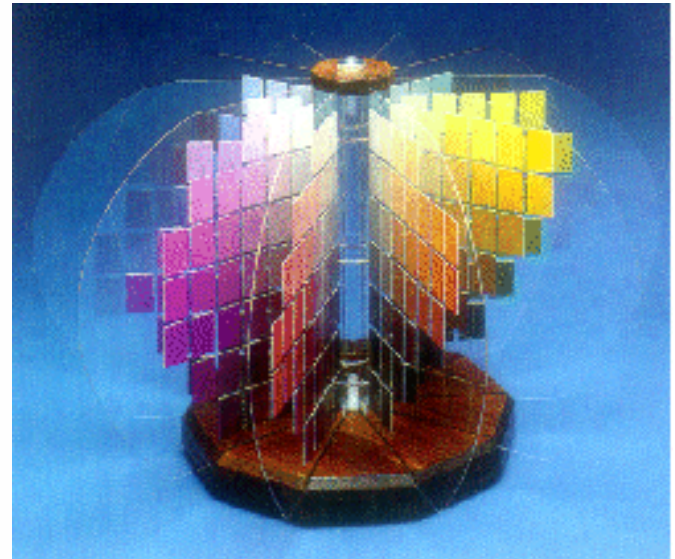
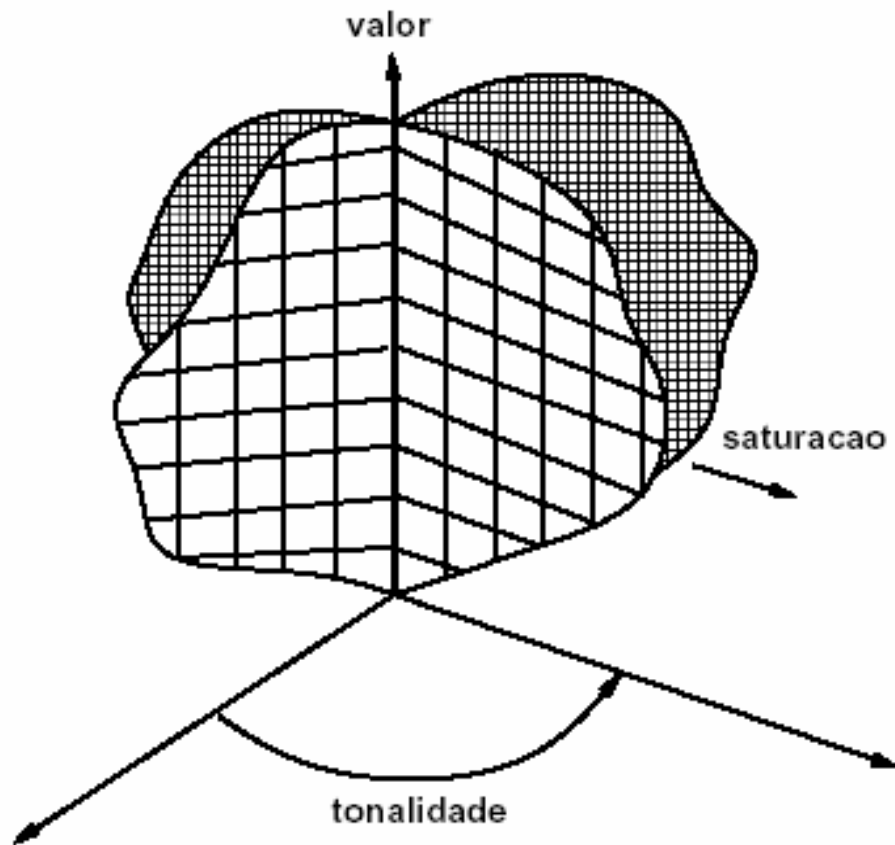
# Sistema HSL



# Sistemas Baseados em Amostras

- Amostram matizes, saturação e luminância.
- Sistema de Munsell (1915).
  - ♦ Obedece o critério da uniformidade perceptual.
- Sistema Pantone (1960).
  - ♦ Criado pela indústria gráfica.
  - ♦ Usado no processo de impressão em papel.

# Sistema de Munsell



# Correção Gama

- Assume luminância proporcional à voltagem.
  - ♦ Mas não é !!
  - ♦ Luminância  $\propto$  a potência do feixe de elétrons.
- Luminância  $\propto$  Voltagem $^{\gamma}$ .
  - ♦  $\gamma$  entre 1.5 e 3.0 (depende do monitor).
  - ♦ Deve pré-compensar valores RGB.
- Alguns monitores fazem a correção gama por hardware, outros não.