МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

«Моделирование механических систем»

по дисциплине:

«Математическое моделирование»

Выполнил:	Проверил:
Емельященкова Е.А.	Добриборщ Д.Э.
(Ф.И.О. студента)	*(Ф.И.О преподавателя)*
БПМ-19-4	
(№ группы)	*(оценка)*
23.11.2021г.	
(дата сдачи работы)	*(дата проверки)*

Москва – 2021 г.

Цель работы: ознакомление с основами SIMULINK, среды графического моделирования, моделирования и создания прототипов, широко используемой в промышленности.

Ход работы:

1. **Моделирование механической системы масса-пружина**

1.1 Применив преобразование Лапласа (с нулевыми начальными условиями) найти передаточную функцию модели:

Применяя второй закон Ньютона, получаем уравнение движения для системы масса-пружина:

$$M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + kx \ = f(t)$$

По условию у нас нулевые начальные условия.

По свойству (преобразования Лапласа) дифференцирования по временной области получаем: $x(t) = X(s),\ \dot{x}(t) = SX(s) - x(0) = SX(s),\ \ddot{x}(t) = S^2X(s)$.

Откуда находим передаточную функцию модели:

$$MS^2X(s) + BSX(s) + kX(s) = F(s)$$

$$X(s)(MS^2 + BS + k) = F(s)$$

$$\boxed{G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{MS^2 + BS + k}}$$

1.2 Переписать уравнение движения в форму вход-состояние-выход:

Для того, чтобы привести исходную систему к стандартному виду модели вход-выход, разделим обе части уравнения движения на M. Мы можем произвести данную операция, так как M-масса, которая не может быть равна нулю. Поэтому производим деление:

$$\ddot{x}(t) + \frac{B}{M}\dot{x}(t) + \frac{k}{M}x(t) = \frac{1}{M}f(t)$$

Переходим от системы в форме «вход-выход» к системе в форме пространства состояний:

1) Получаем соответствующие матрицы постоянных коэффициентов:

$$A = \begin{vmatrix} -\frac{k}{M} & 1 \\ -\frac{B}{M} & 0 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{vmatrix} \qquad C = [1 \quad 0]$$

2) Получаем искомую систему в форме пространства состояний:

$$
\begin{cases}
\dot{x} = -\dfrac{B}{M}x1 + x2 \\
\dot{x2} = -\dfrac{k}{M}x1 + \dfrac{1}{M}f(t) \\
y = x1
\end{cases}
$$

1.3 -1.4 Составление структурной схемы моделирования и представление соответствующих графиков:

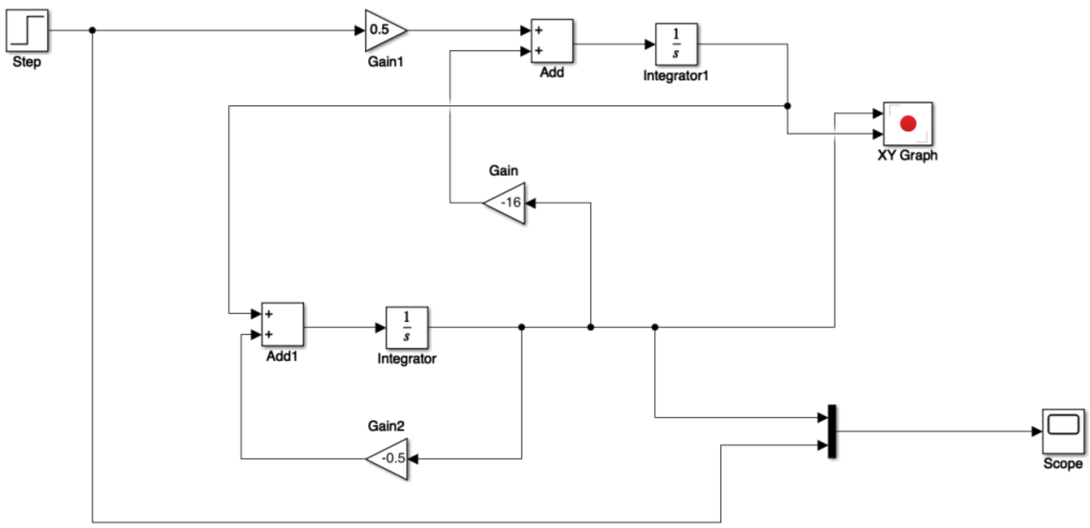

Рисунок 1- Структурная схема моделирования системы масса-пружина

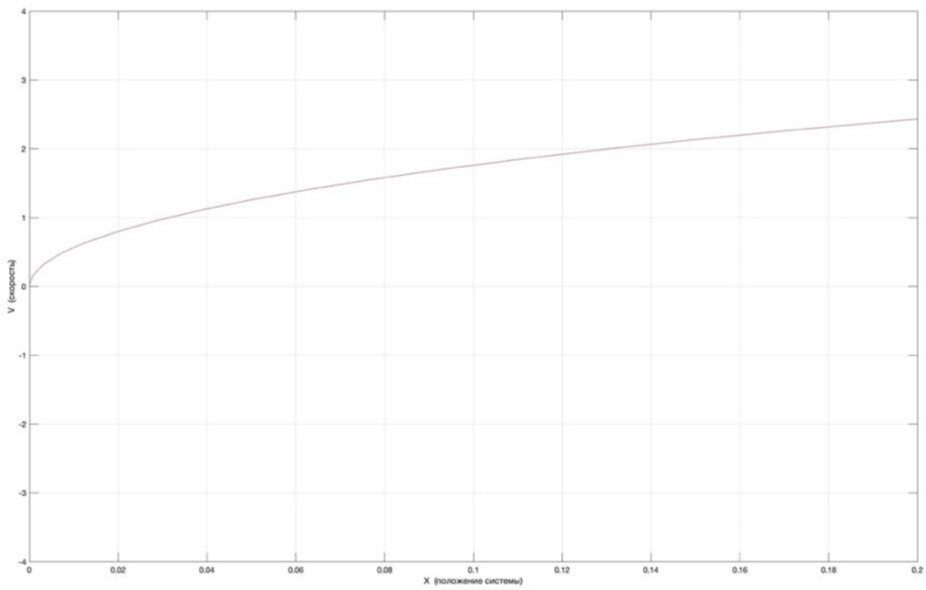

Рисунок 2- График зависимости скорости от положения системы системы масса-пружина

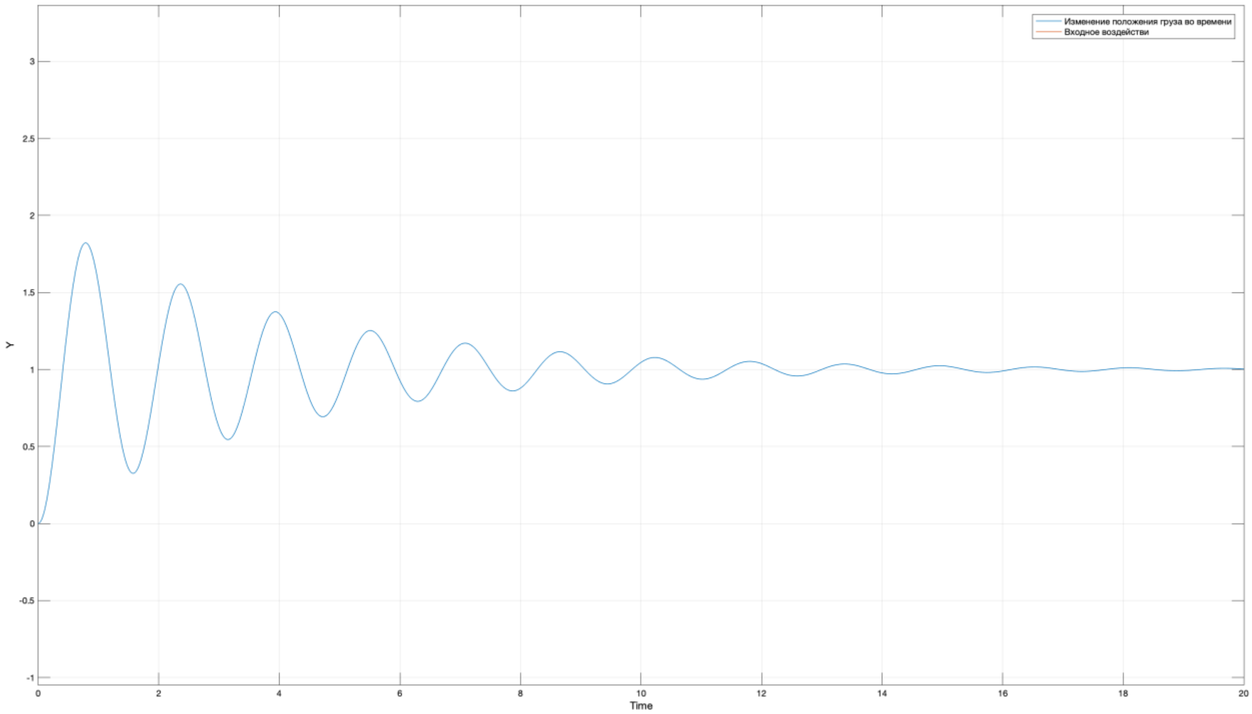

Рисунок 3- График изменения положения груза во времени системы масса-пружина

2. Моделирование математического маятника

2.1 Переписать уравнение движения математического маятника в форму вход-состояние-выход:

Так как уравнение движения маятника в силу слагаемого sin(θ) является нелинейным, то его нужно линеаризовать:

Мы имеем уравнение движения математического маятника:

$$\ddot{\theta}+\frac{B}{M}\dot{\theta}+\frac{g}{l}\sin(\theta)=0\,.$$

Полагая, что колебания маятника достаточно малы, мы можем произвести замену:

$$\sin\theta=\theta\,.$$

Таким образом, получаем линейное уравнение движения:

$$\ddot{\theta}+\frac{B}{M}\dot{\theta}+\frac{g}{l}\theta=0\,.$$

Перепишем полученное уравнение в форму вход-состояние-выход:

1) Получаем соответствующие матрицы постоянных коэффициентов:

$$A = \begin{vmatrix} -\frac{B}{M} & 1 \\ -\frac{g}{l} & 0 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2) Получаем искомую систему в форме пространства состояний:

$$\begin{cases} \dot{x}1 = -\frac{B}{M}x1 + x2 \\ \dot{x}2 = -\frac{g}{l}x1 \\ y = x1 \end{cases}$$

2.2 Переписать уравнение движения математического маятника в форму вход-состояние-выход:

модель системы вход-состояние-выход:

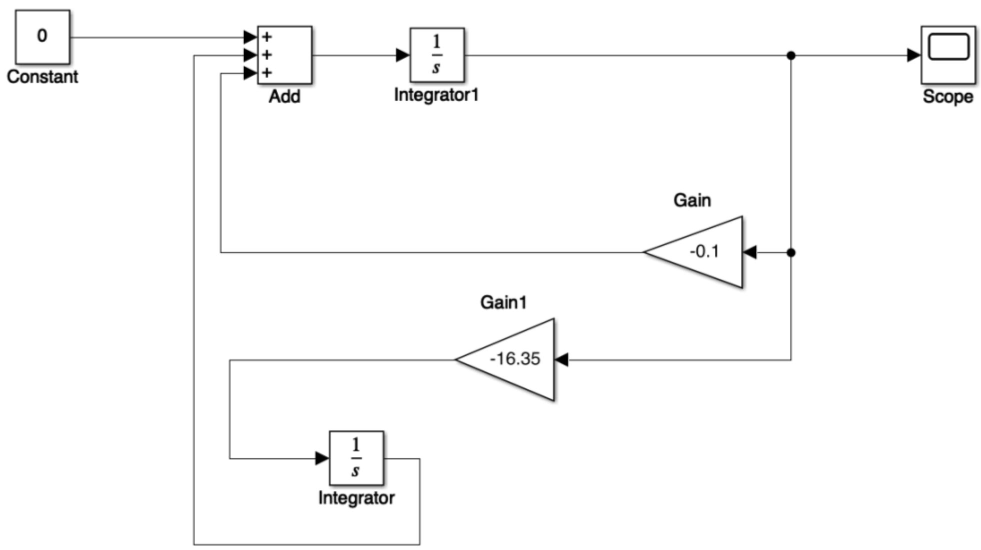

Рисунок 4- Модель системы вход-состояние-выход для уравнения движения математического маятника

2.3 Выполнение моделирования системы математического маятника с исходными данными:

1) При B = 0.05 кг-с/м:

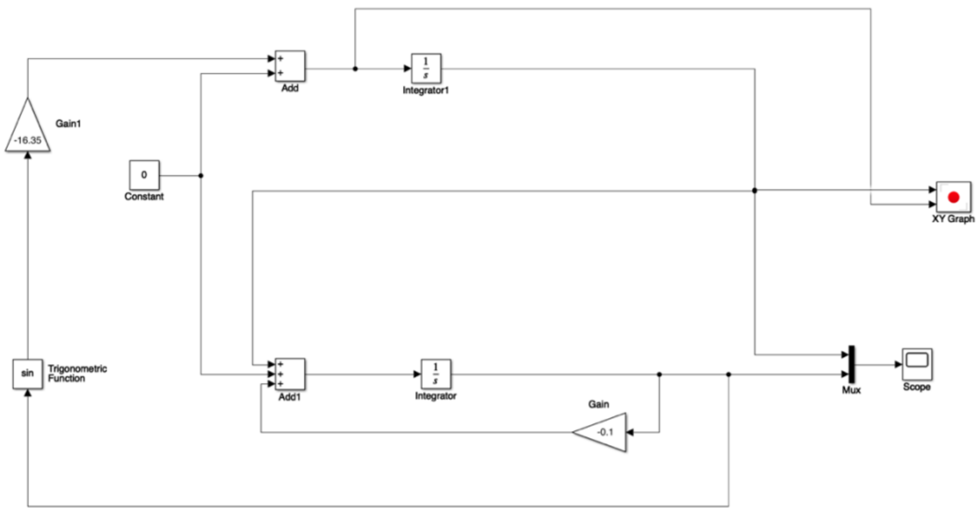

Рисунок 5- Модель системы вход-состояние-выход для уравнения движения математического маятника при B = 0.05 кг-с/м

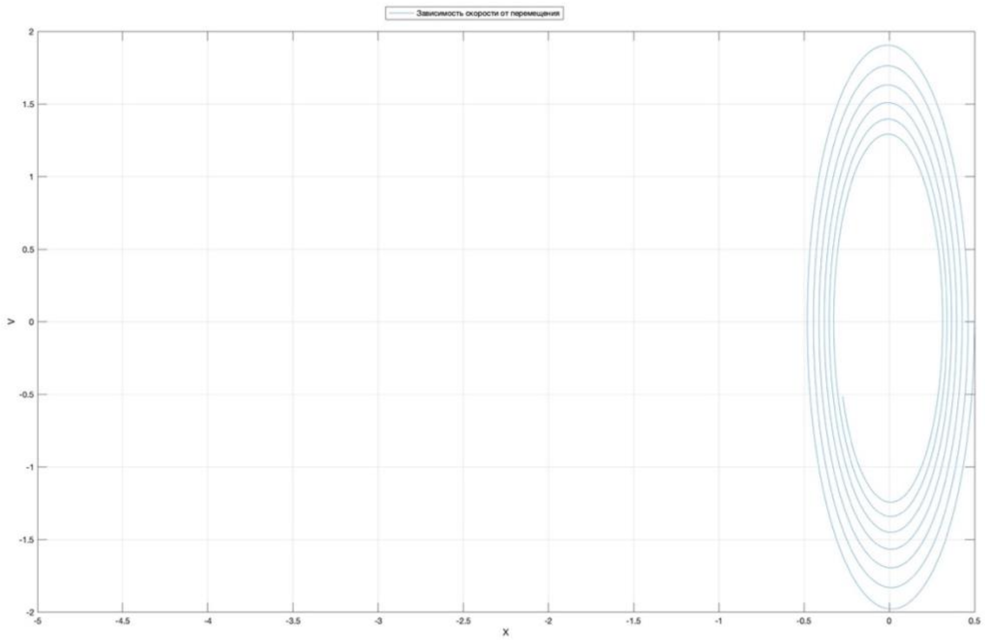

Рисунок 6 – График зависимости скорости от перемещения

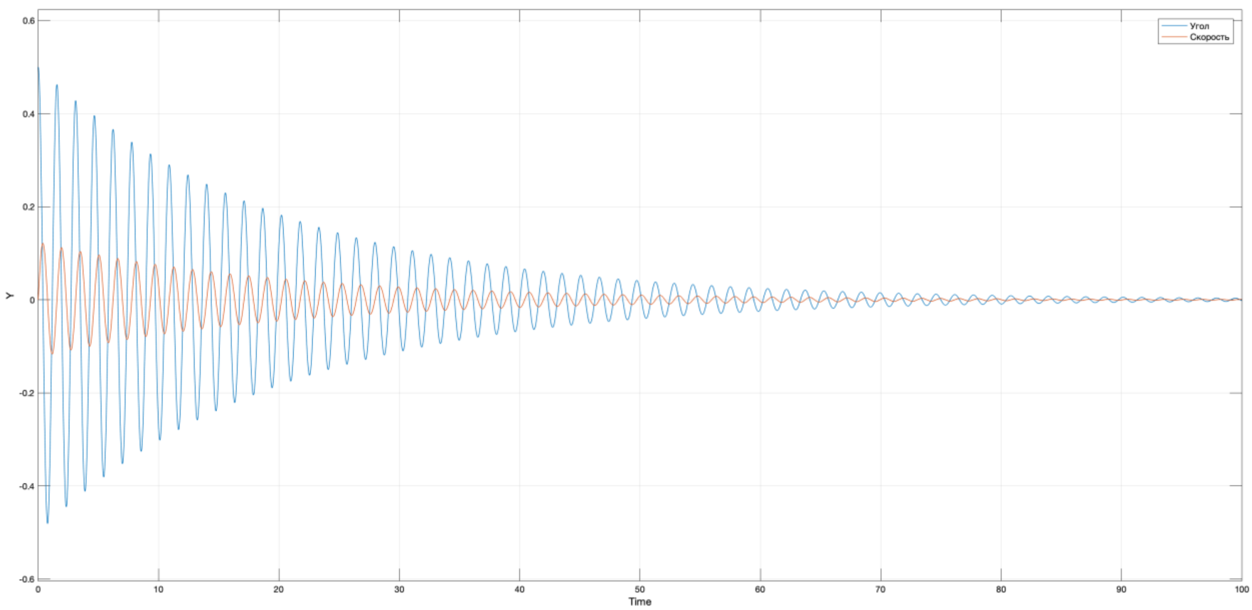

Рисунок 7 – График изменения положения системы во времени

2) При B = 0.4 кг-с/м:

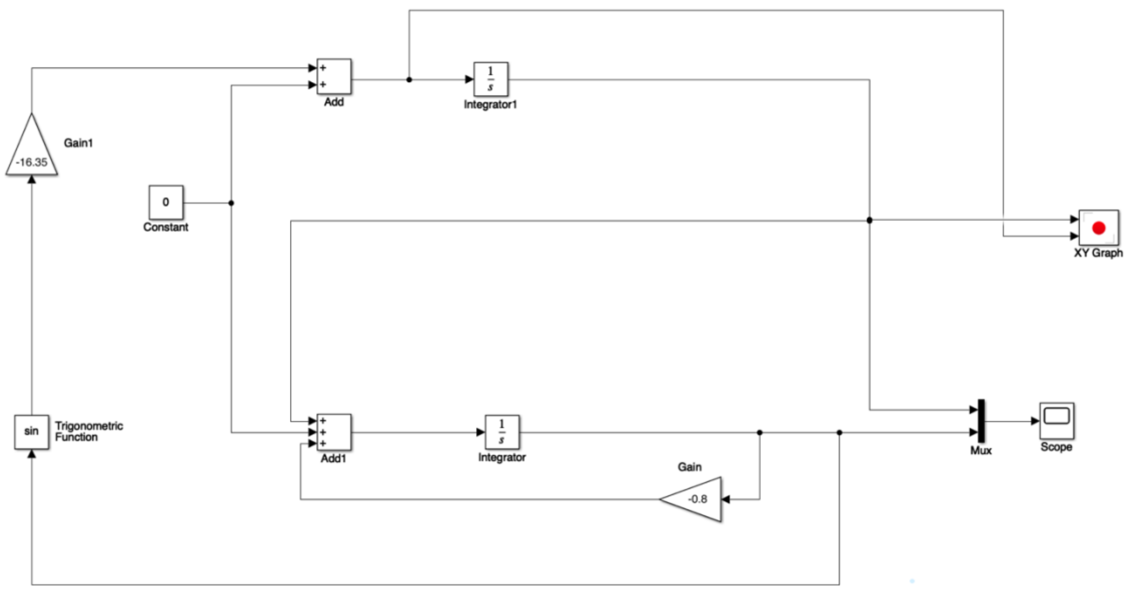

Рисунок 8- Модель системы вход-состояние-выход для уравнения движения математического маятника при B = 0.4 кг-с/м

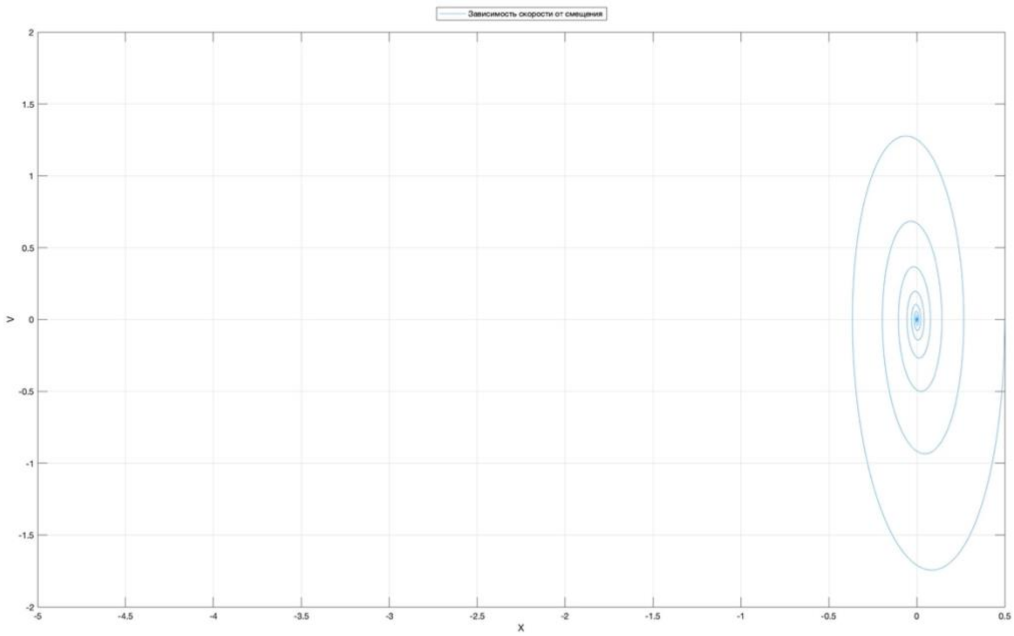

Рисунок 9 – График зависимости скорости от перемещения

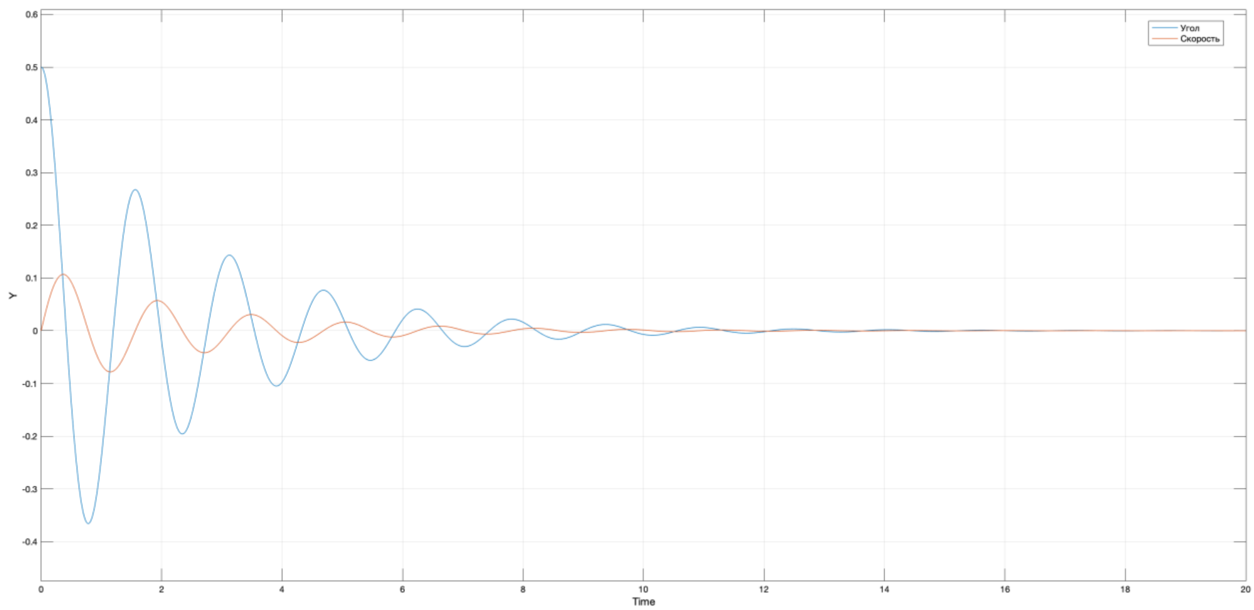

Рисунок 10 – График изменения положения системы во времени

Вывод: выполняя лабораторную работу №2, я ознакомилась с пакетом прикладных программ SIMULINK, среды графического моделирования, моделирования и создания прототипов, широко используемой в промышленности. Также я получила математические модели для физических систем, структурную схему моделирования для результирующих дифференциальных уравнений, реакцию системы на единичный скачок и исследовала влияние демпфирования на реакцию системы.