МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

«Моделирование линейных динамических систем»

по дисциплине:

«Математическое моделирование»

Вариант № 6

Выполнил:	Проверил:
Емельященкова Е.А.	
(Ф.И.О. студента)	*(Ф.И.О преподавателя)*
БПМ-19-4	
(№ группы)	*(оценка)*
19.10.2021г.	
(дата сдачи работы)	*(дата проверки)*

Москва – 2021 г.

Цель работы: ознакомление с пакетом прикладных программ SIMULINK и основными приемами моделирования линейных динамических систем.

Ход работы:

1. **Исследование модели вход-выход:**

Математическая модель линейной стационарной системы может быть представлена в виде скалярного дифференциального уравнения n-го порядка. Модель вход-выход:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_m u^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + \dots + b_1 u^{(1)} + b_0 u$$

Для нашего случая имеем:

$$n = 3;\ a_0 = 15;\ a_1 = 5;\ a_2 = 10;\ b_0 = 15;\ b_1 = 0.5;\ b_2 = 1$$

Поэтому получаем:

$$y^{(3)} + a_2 y^{(2)} + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_2 u^{(2)} + b_1 u^{(1)} + b_0 u$$

$$y^{(3)} + 10y^{(2)} + 5y^{(1)} + 15y = u^{(2)} + 0.5u^{(1)} + 15u$$

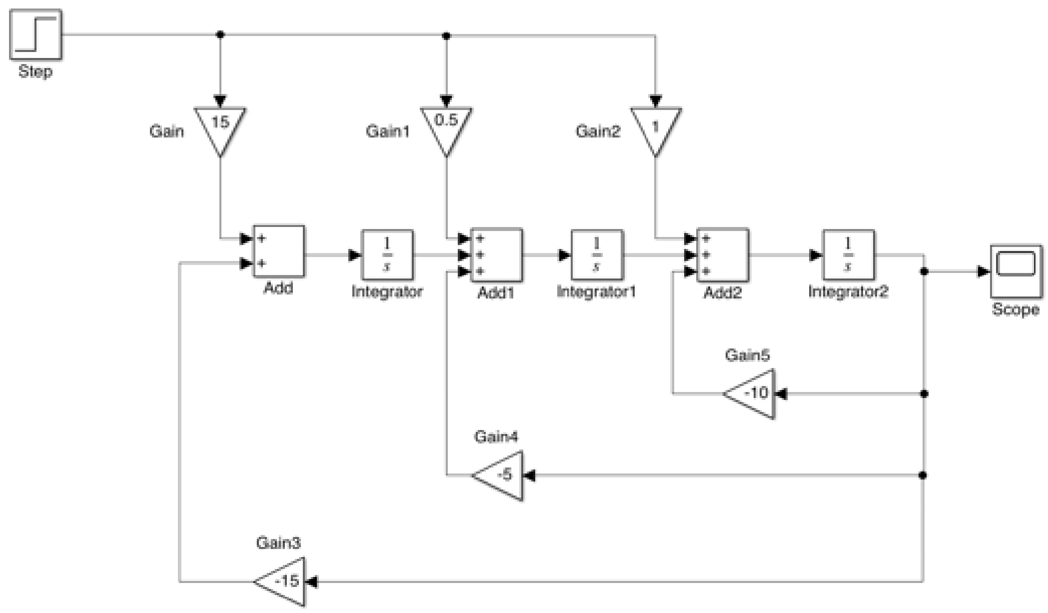
Заменяем операцию дифференцирования оператором дифференцирования $s = d / dt$:

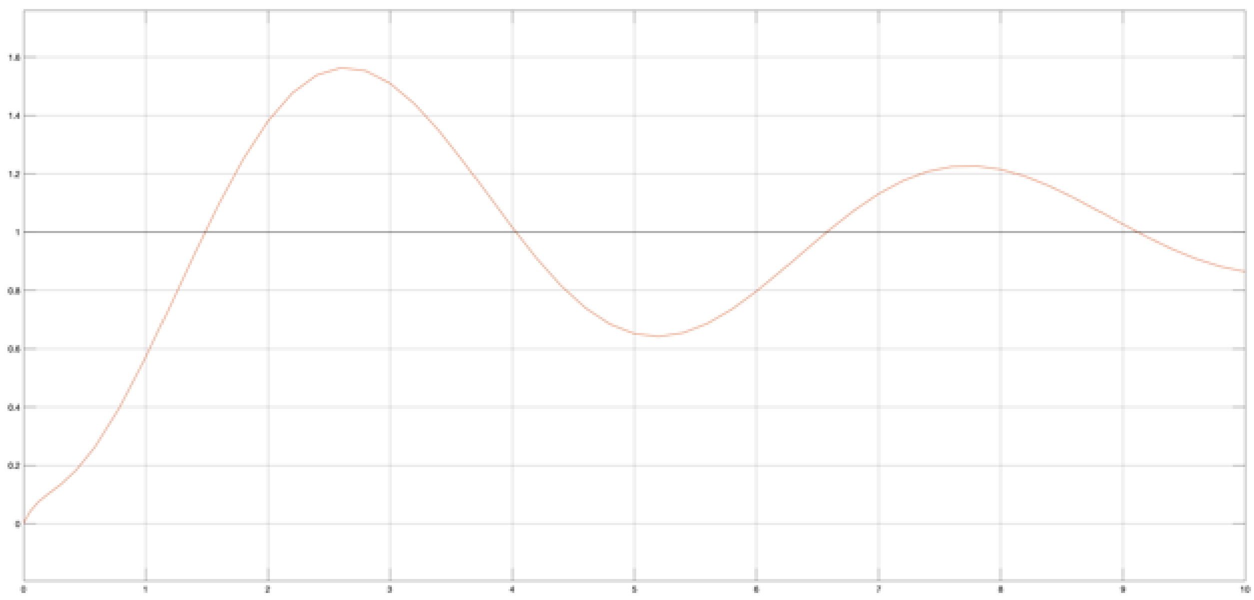
$$s^3 y + 10s^2 y + 5sy + 15y = s^2 u + 0.5su + 15u$$

Выражаем выходную переменную:

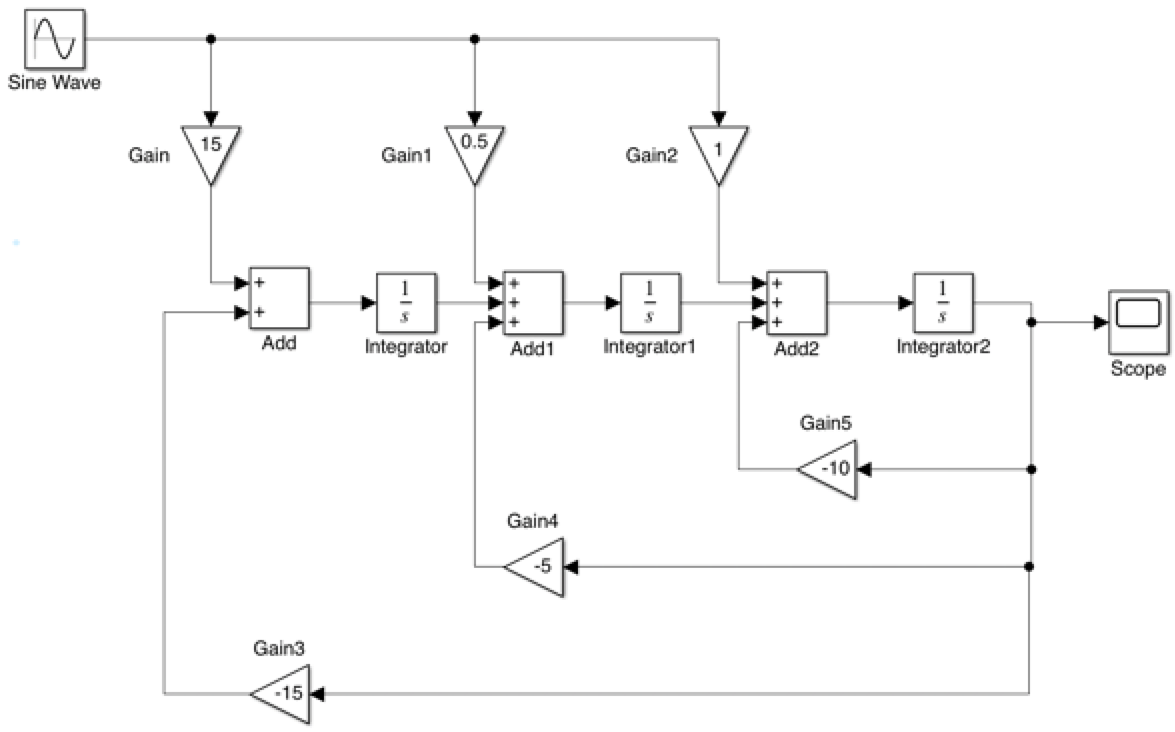
$$y = \frac{1}{s^3}(15u - 15y) + \frac{1}{s^2}(0.5u - 5y) + \frac{1}{s}(u - 10y)$$

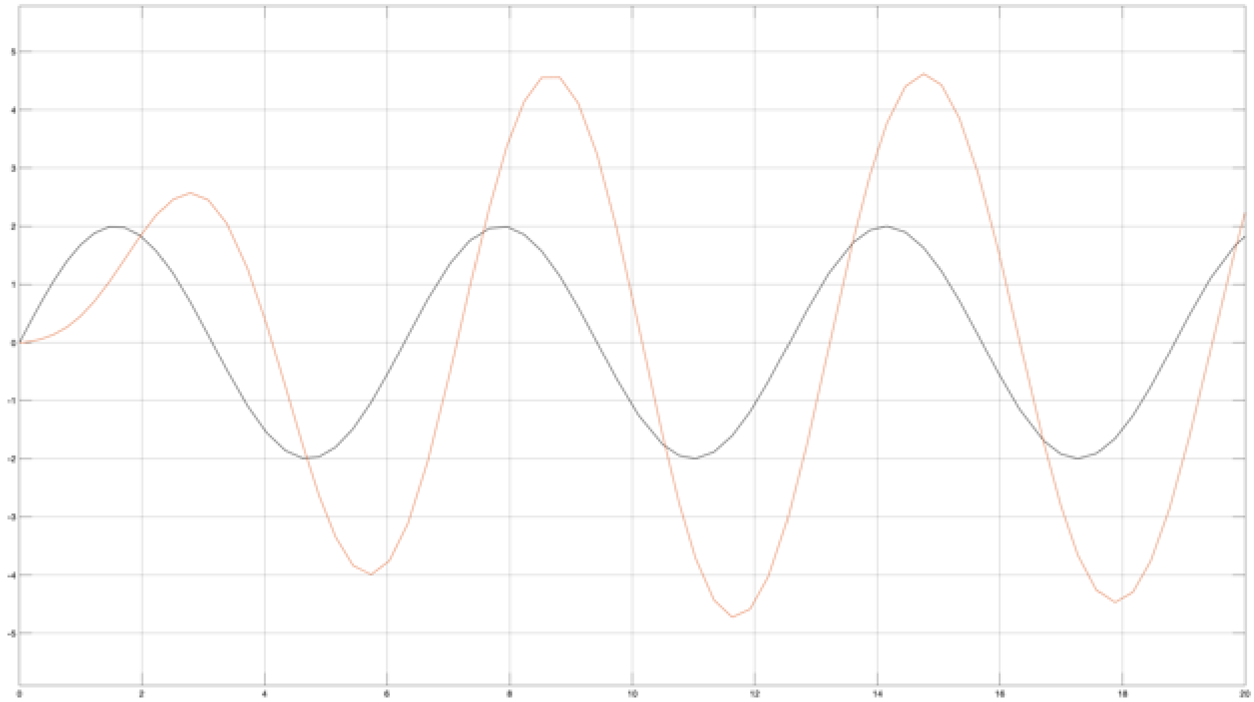
Получаем схему моделирования для вида входного воздействия u=1(t) и выходного сигнала y(t) (при нулевых начальных условиях):





Получаем схему моделирования для вида входного воздействия u=2sin(t) и выходного сигнала y(t) (при нулевых начальных условиях):





Осуществляем моделирование свободного движения системы, то есть с нулевым входным воздействием и ненулевыми начальными условиями, изменив начальные условия интеграторов. По условию $y(0) = 1;\ \dot{y}(0) = 0.5;\ \ddot{y}(0) = 0.1$

Обозначим выходные сигналы интеграторов через z_1, z_2 и z_3, следовательно, искомые начальные условия — через $z_1(0)$, $z_2(0)$ и $z_3(0)$. Так как $z_1 = y$, то $z_1(0) = y(0) = 1$. Из схемы моделирования видно, что $\dot{y} = \dot{z}1 = z_2 + u - 10y$ и, следовательно, $z_2 = \dot{y} - u + 10y$.
Подставляя начальные значения сигналов $y(0)$, $u(0)$ и $\dot{y}(0)$, вычисляем начальное условие для второго интегратора:

$z_2(0) = \dot{y}(0) - u(0) + 10y(0) = 0.5 + 10 * 1 = 10.5$ (начальные условия $u(0) = \dot{u}(0) = 0$).

Из структурной схемы получаем, что $\dot{z_2} = z_3 + 0.5u - 5y$ и, следовательно,$z_3 = \dot{z_2} - 0.5u + 5y$.

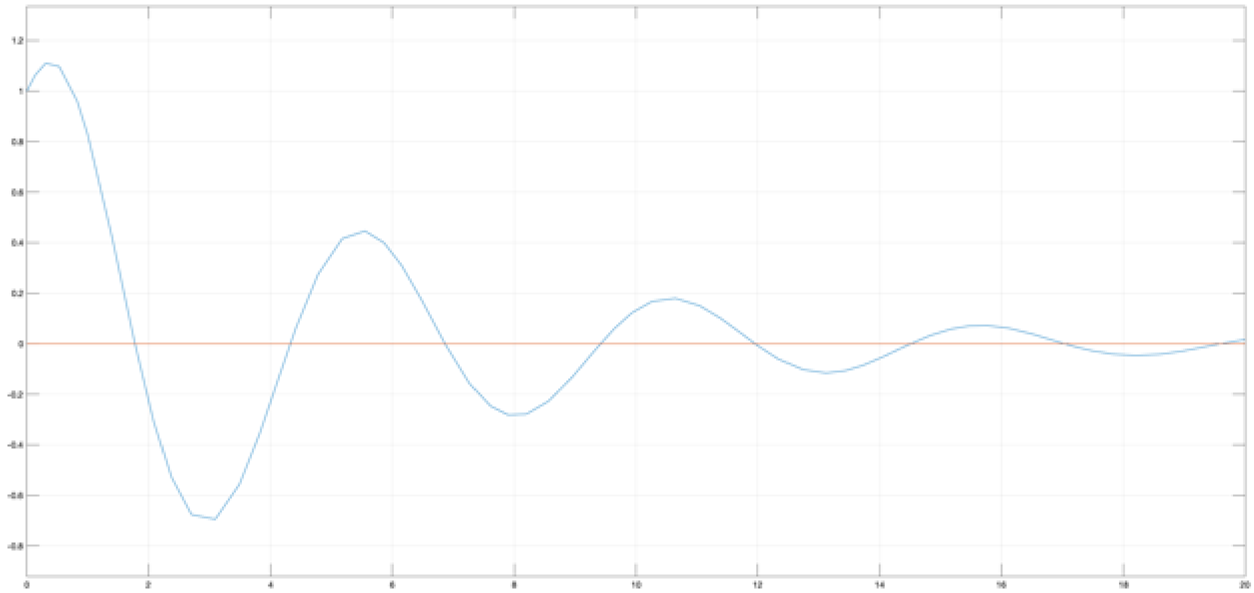
Дифференцируя z_2, в силу уравнения $z_2 = \dot{y} - u + 10y$ окончательно получаем:

$$z_3 = \ddot{y} - \dot{u} + 10\dot{y} - 0.5u + 5y.$$

Подставляя начальные значения соответствующих сигналов, вычисляем начальное условие для третьего интегратора:

$$z_3(0) = \ddot{y}(0) - \dot{u}(0) + 10\dot{y}(0) - 0.5u(0) + 5y(0) = 10.1$$

Получаем вид выходного сигнала y(t) при нулевом входном воздействии и ненулевых начальных условиях:



2. Исследование модели вход-состояние-выход

Система может быть представлена в компактной векторно-матричной форме

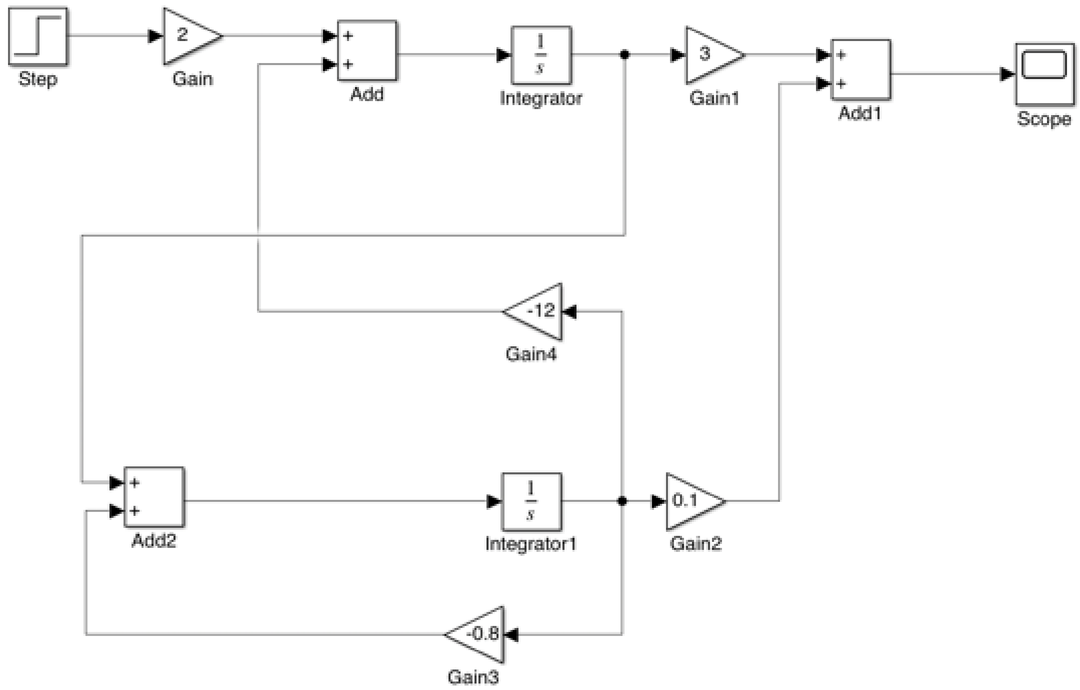
$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases}$$

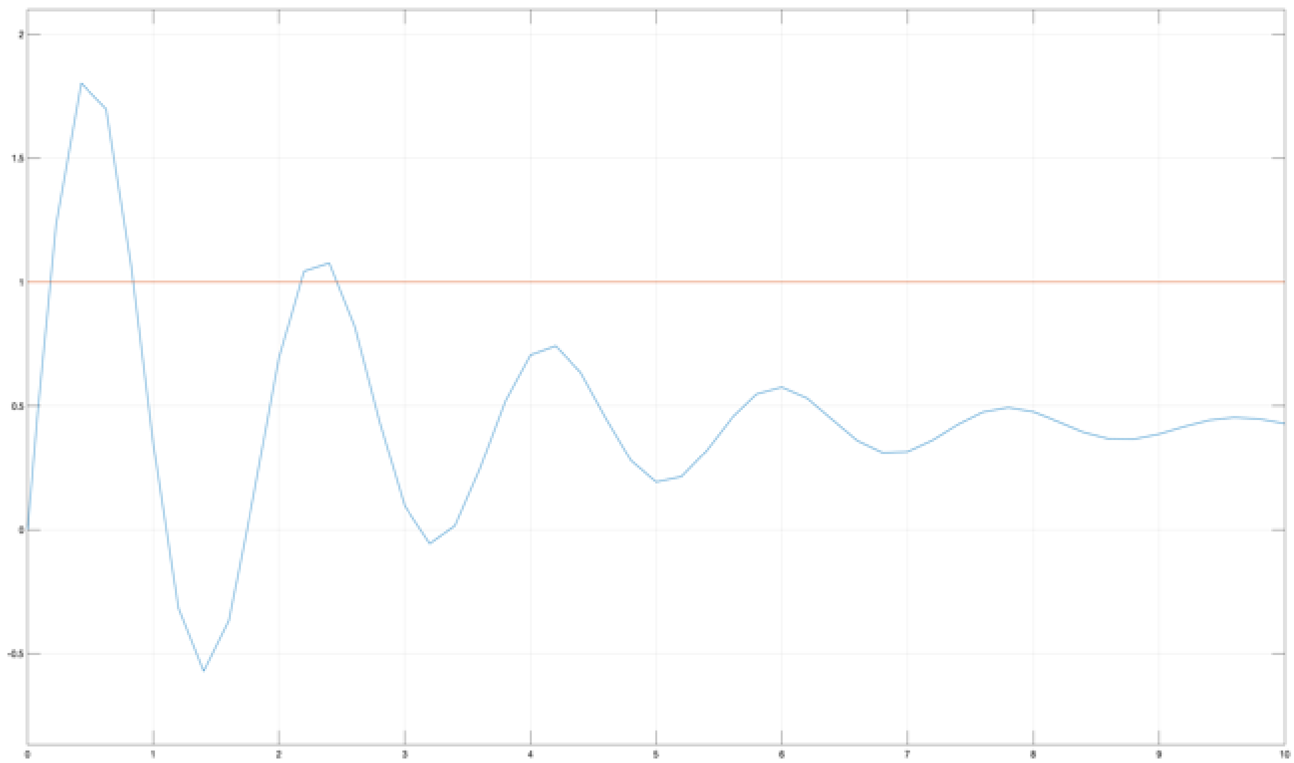
где A — $n \times n$ матрица постоянных коэффициентов, B — $n \times 1$ вектор-столбец постоянных коэффициентов, C — $1 \times n$ вектор-строка постоянных коэффициентов, а x — n-мерный вектор состояния. Подставив исходные данные получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = -12x_2 + 2u \\ \dot{x_2} = x_1 - 0.8x_2 \\ y = 3x_1 + 0.1x_2 \end{cases}$$

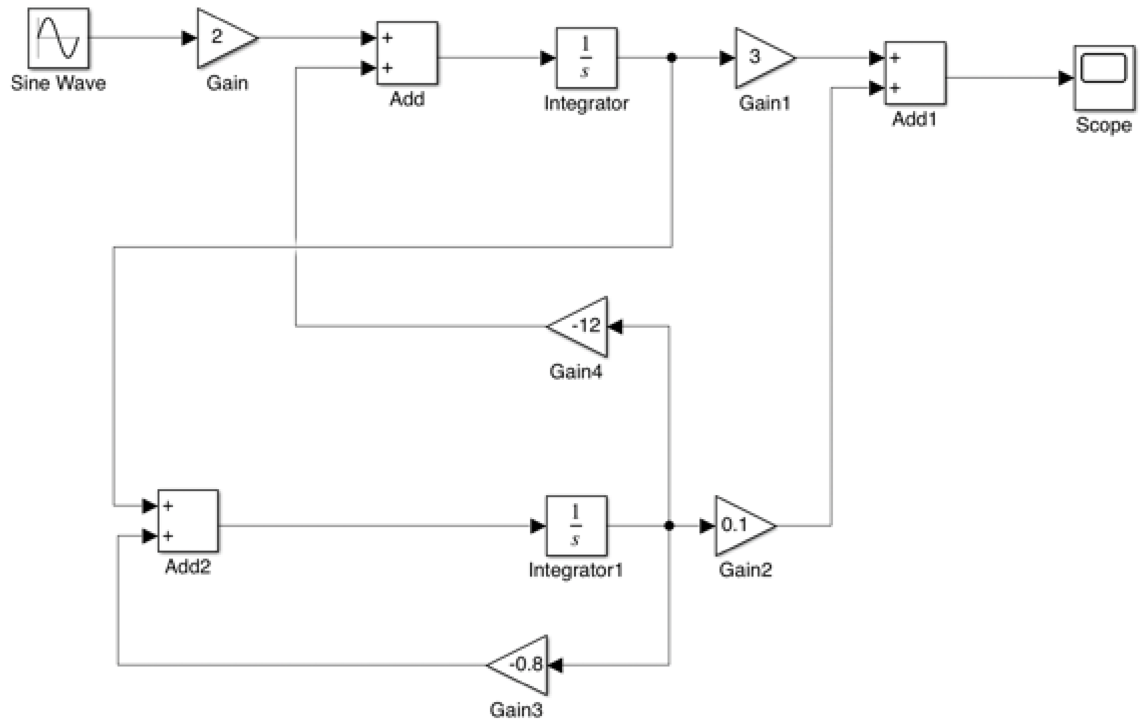
Осуществляем моделирование системы при двух видах входного воздействия – u=1(t) и u=2sin(t) – и нулевых начальных условиях.

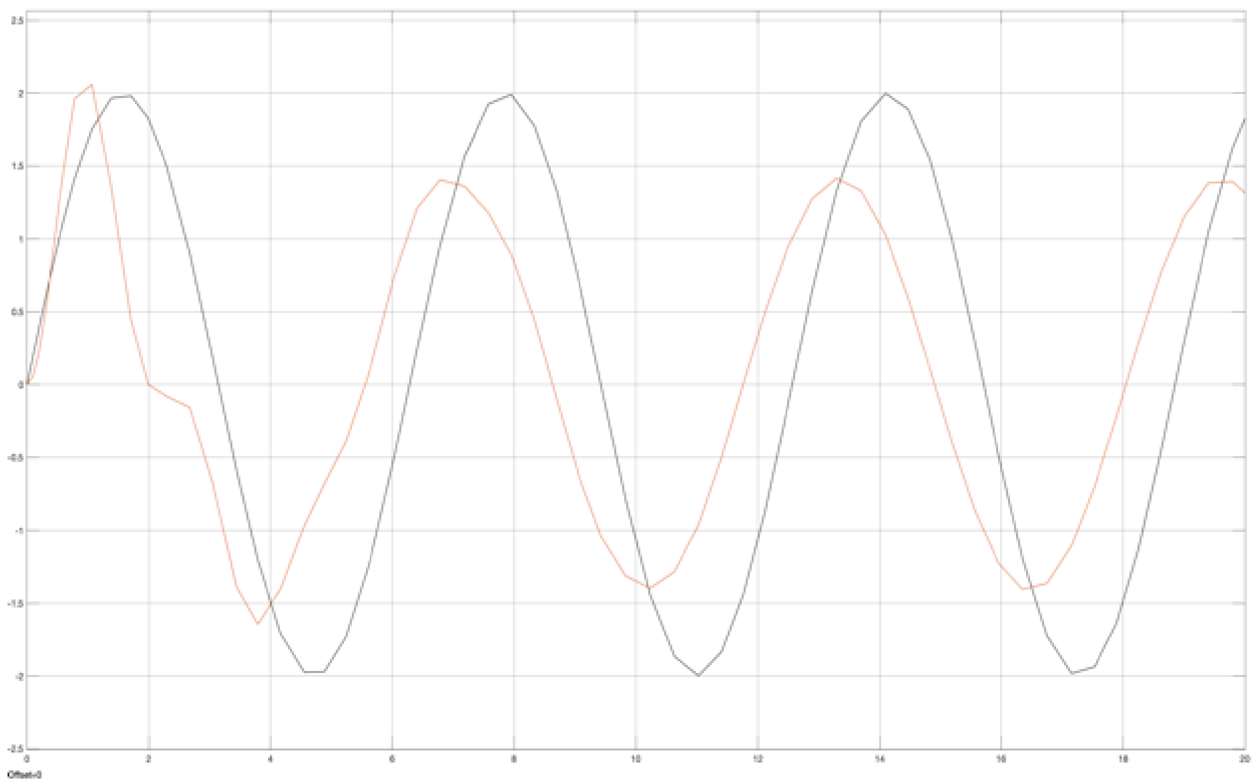
Получаем схему моделирования для вида входного воздействия u=1(t) и выходного сигнала y(t) (при нулевых начальных условиях):



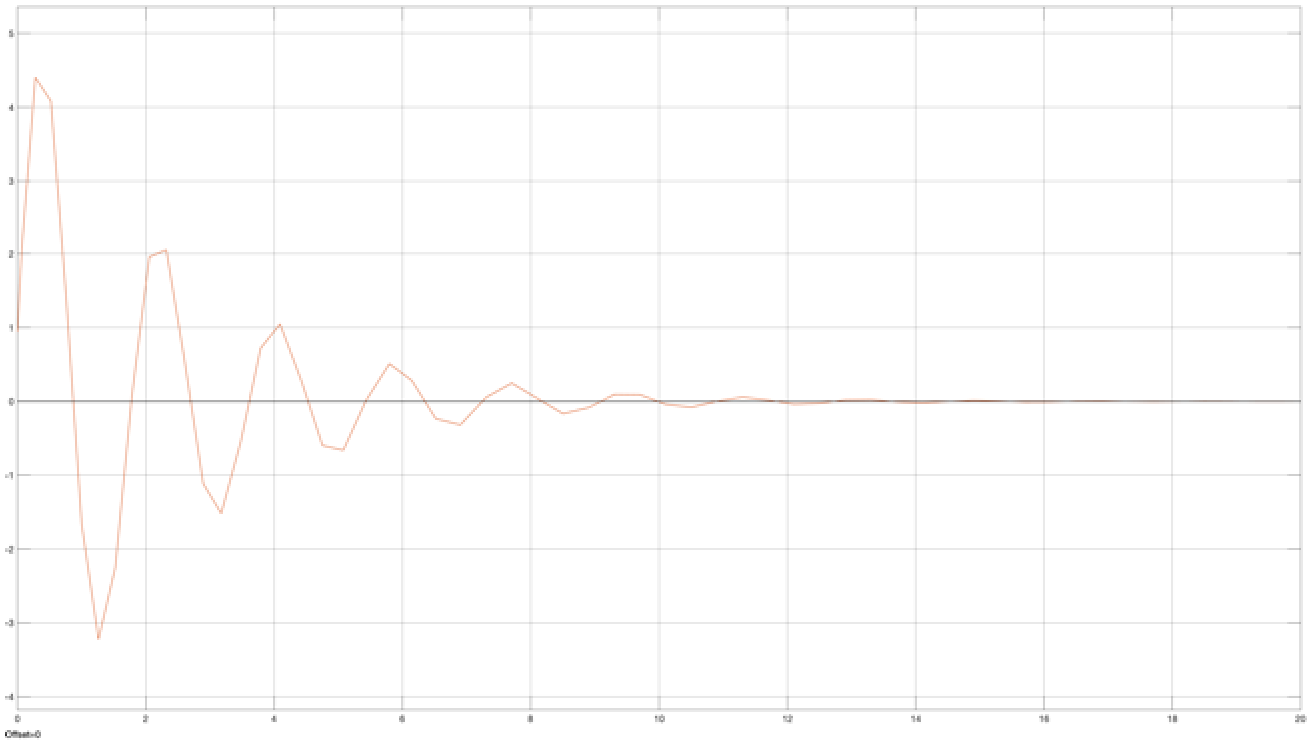


Получаем схему моделирования для вида входного воздействия u=2sin(t) и выходного сигнала y(t) (при нулевых начальных условиях):





Осуществляем моделирование свободного движения системы с начальными условиями, приведенными в исходных данных. $x_1(0) = 0.33$ и $x_2(0) = -0.5$:



Вывод: выполняя лабораторную работу №1, я ознакомилась с пакетом прикладных программ SIMULINK и основными приемами моделирования линейных динамических систем. Данный пакет программ позволяет легко решать задачи моделирования процессов, происходящих в системах автоматического управления вне зависимости от вида представления математической модели системы.