МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

«Моделирование различных форм резервуаров с жидкостью»

по дисциплине:

«Математическое моделирование»

Выполнил:	Проверил:
Емельященкова Е.А.	Добриборщ Д.Э.
(Ф.И.О. студента)	*(Ф.И.О преподавателя)*
БПМ-19-4	
(№ группы)	*(оценка)*
21.12.2021г.	
(дата сдачи работы)	*(дата проверки)*

Москва – 2021 г.

Цель работы: исследовать математические модели, полученные методом балансовых соотношений в пакете прикладных программ MATLAB/Simulink.

Ход работы:

1. **Моделирование системы простого цилиндрического резервуара с жидкостью.**

Обозначения:

V – объём жидкости;

S – площадь поверхности жидкости;

$Q_1, Q_2(\text{управляющее воздействие})$ – объёмные расходы жидкости;

F – площадь проходного отверстия сливной трубы;

v – скорость истечения жидкости из сливного отверстия;

v_0 – скорость изменения уровня жидкости в резервуаре;

$x - x_0$ – перепад высот жидкости в резервуаре;

p1, p2 – статические давления над жидкостью в резервуаре и за сливным отверстием;

ρ – плотность жидкости;

g – ускорение свободного падения;

$\frac{\rho * v_0^2}{2}$ - динамическое или скоростное давление;

γ = ρ*g – удельный вес.

Уравнение материального баланса жидкости для ***цилиндрического резервуара*** имеет вид:

$$\Delta V + Q_1 * \Delta t = Q_{2*} \Delta t$$

Полагаем, что $\Delta t \to 0 \text{ и } \Delta V \to 0$ и делим на Δt:

$$\dot{V} + Q_1 = Q_2$$

Мы можем выразить объём жидкости V через её уровень x:

V = S * x

Получаем, что:

$$\dot{V} = S * \dot{x}\ ;\ S\frac{dx}{dt} + Q_1 = Q_2$$

Зависимость между объёмным расходом Q1 и уровнем x вытекает из уравнения Бернулли:

$$\frac{\rho * v_0^2}{2} + \ \rho * g * x + P_1 = \ \frac{\rho * v^2}{2} + \rho * g * x_0 + p_2$$

Это уравнение можно переписать в виде:

$$\frac{v^2 - v_0^2}{2 * g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (x - x_o)$$

Предполагаем, что v_0 много меньше v $x_0 = 0$, $p_1 = p_2$, а скорость истечения жидкости будет определяться выражением v = 2*g*x.

Умножим левую и правую части данного выражения на площадь проходного сечения F, поэтому получаем:

$$F * v = Q_1 = F * \sqrt{2 * g * x}$$

Используя поправочного коэффициент µ может быть учтена форма и состояние поверхности сливного отверстия. Для данного резервуара получаем:

$$Q_1 = \mu * F * \sqrt{2 * g * x}$$

То есть получено искомое уравнение материального баланса для истечения жидкости в цилиндрическом резервуаре:

$$\boldsymbol{S * \dot{x} + \mu * F * \sqrt{2 * g * x} = Q_2} \quad \textit{(ДУ данной системы)}$$

$$\boldsymbol{\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2}{S} - \frac{\mu F\sqrt{2gx}}{S}}$$

Также при $\frac{dx}{dt}$ = 0 можно записать уравнение для стационарного режима данного резервуара:

$$\mu * F * \sqrt{2 * g * x} = Q_2$$

Для нашей задачи зададим параметры:

S =100 м^2; Q_2=1 м$^3/c$; F=1 м^2; μ = 0.6; g = 9.8 м/с^2

Получаем схему моделирования:

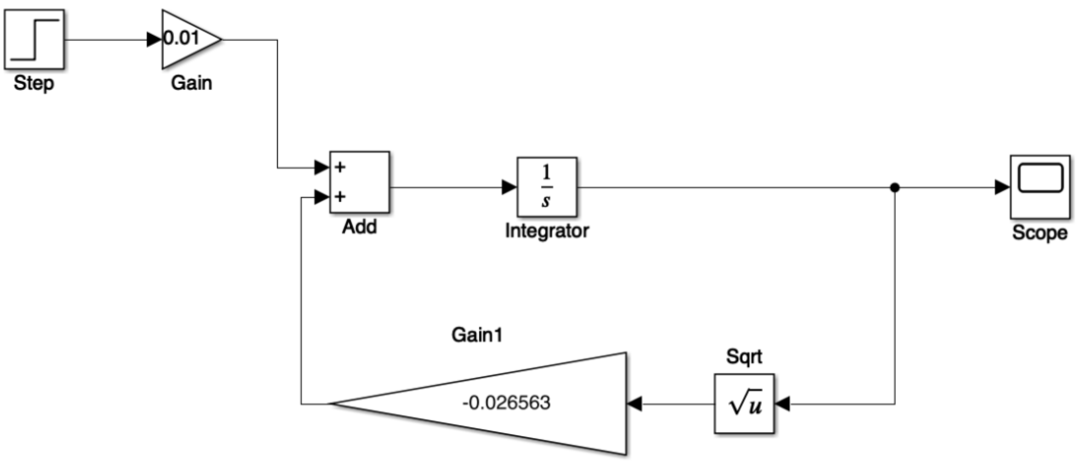

Рисунок 1 – Схема моделирования простого цилиндрического резервуара с жидкостью

Результат моделирования:

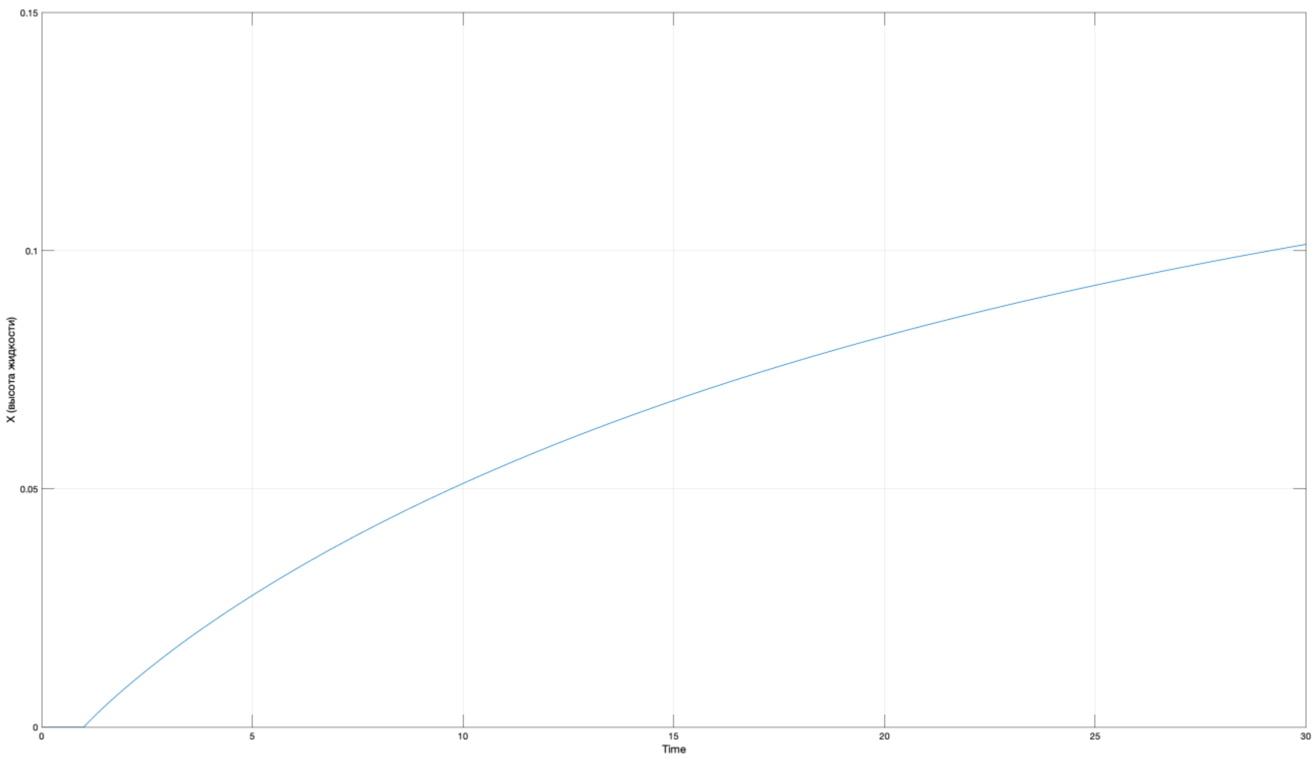

Рисунок 2 – График зависимости высоты жидкости x от времени

2. **Моделирование резервуара, имеющего форму усеченного конуса.**

Дифференциальное уравнение данной системы имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2}{\pi(r^2 + 2r\,\mathrm{tg}\,\alpha x + \mathrm{tg}^2\,\alpha x^2)} - \frac{\mu F\sqrt{2gx}}{\pi(r^2 + 2r\,\mathrm{tg}\,\alpha x + \mathrm{tg}^2\,\alpha x^2)},$$

где коэффициент $S = S(x) = \pi(r^2 + 2 * R * \mathrm{tg}\,\alpha + (\mathrm{tg}\,\alpha)^2 * x^2)$.

Для нашей задачи зададим параметры:

r =1 м^2 ; Q_2=1 $\text{м}^3/c$; F=1 м^2; $\mu = 0.6$; $g = 9.8$ м/с^2

Получаем схему моделирования:

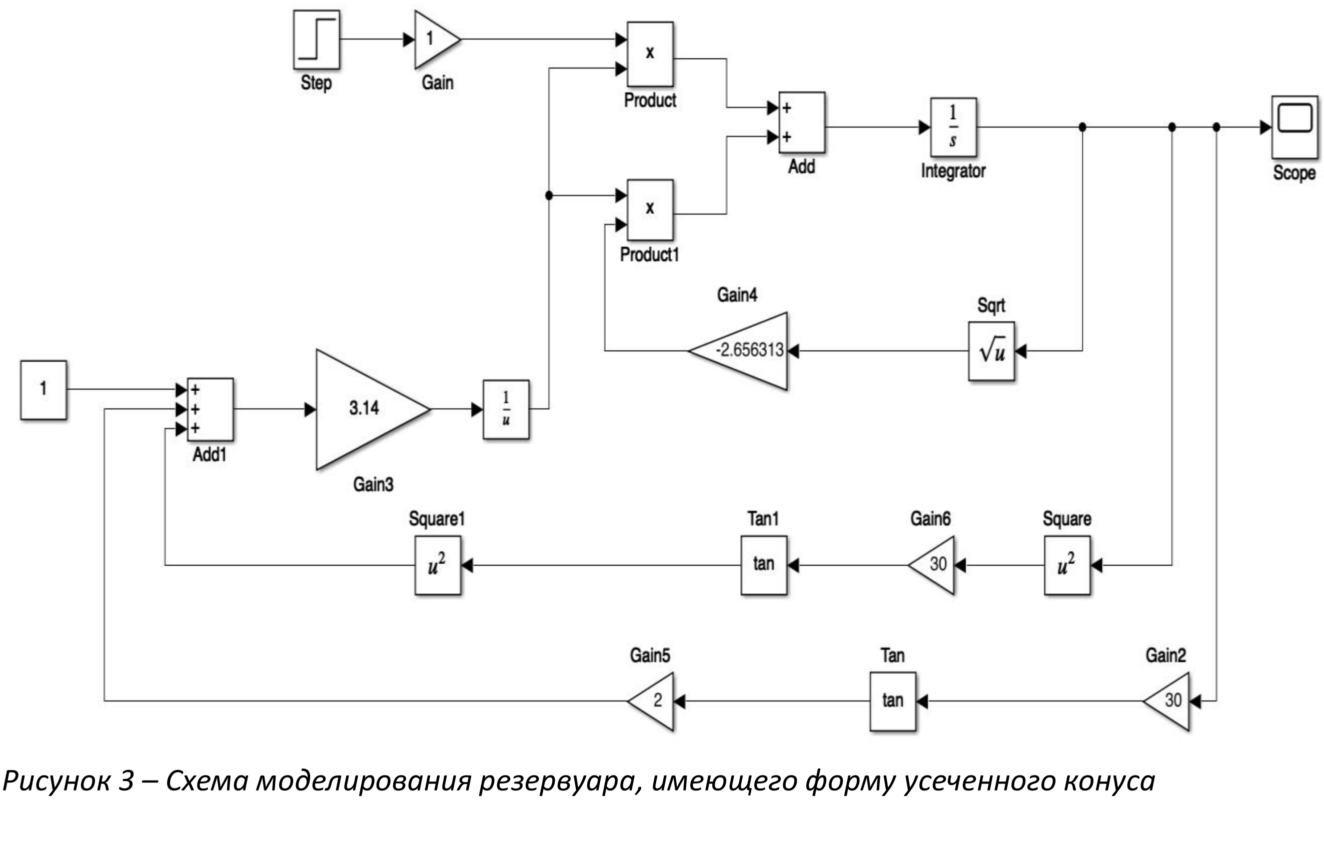

Рисунок 3 – Схема моделирования резервуара, имеющего форму усеченного конуса

Результат моделирования:

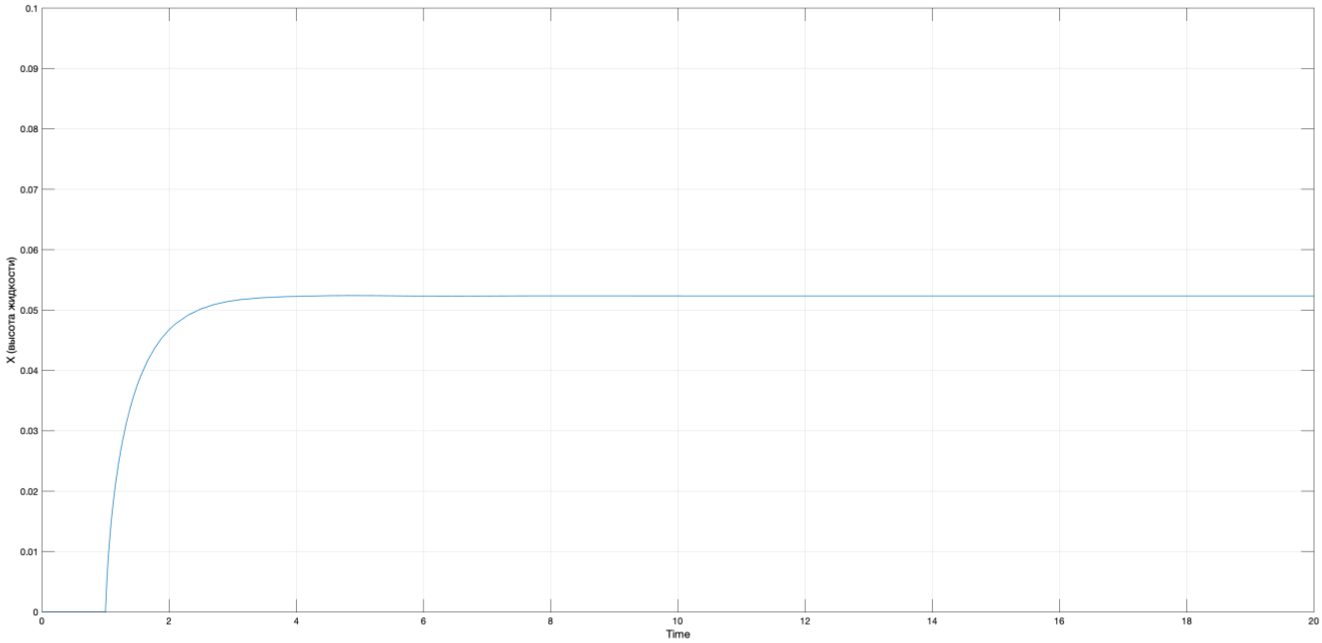

Рисунок 4 – График зависимости высоты жидкости x от времени

3. Моделирование резервуара сферической формы.

Дифференциальное уравнение данной системы имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2}{\pi(2rx - x^2)} - \frac{\mu F\sqrt{2gx}}{\pi(2rx - x^2)}, \text{где } S = S(x) = \pi(2 * r * x - x^2)$$

Для нашей задачи зададим параметры:

r =2 м^2; Q_2=4 м$^3/c$; F=1 м^2; $\mu = 0.6$; $g = 9.8$ м/с^2

Получаем схему моделирования:

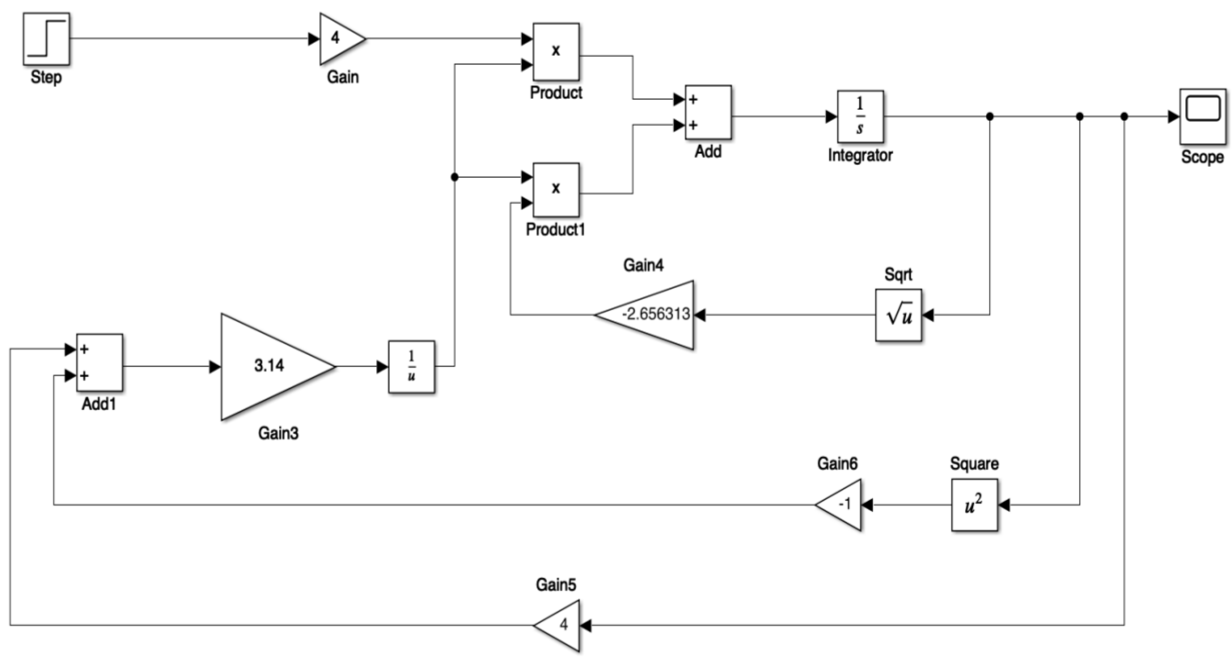

Рисунок 5 – Схема моделирования резервуара сферической формы

Результат моделирования:

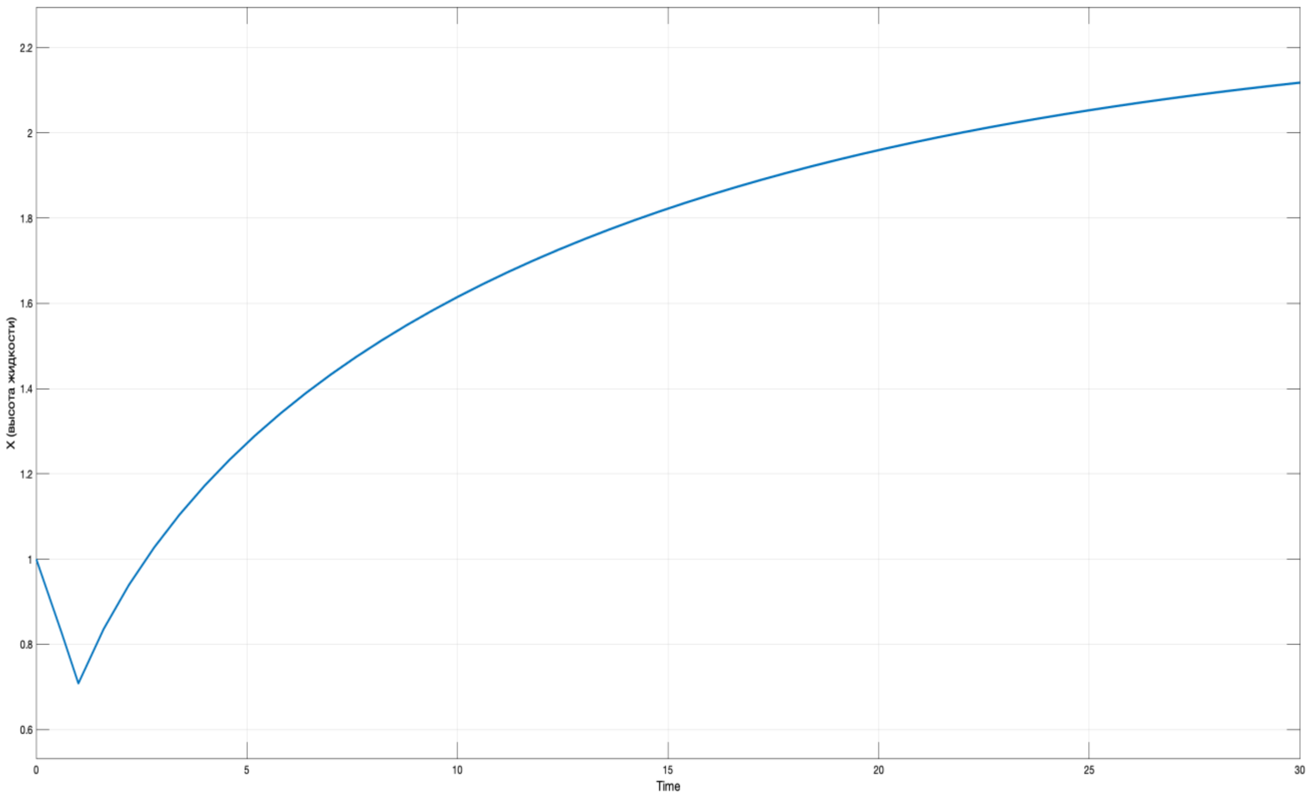

Рисунок 6 – График зависимости высоты жидкости x от времени

4. Моделирование флотационной машины.

Дифференциальное уравнение данной системы имеет вид:

$$S * \dot{x} + \left(0.465 + \frac{0.003}{x}\right) * b * \sqrt{}(2 * g * x)^{*} \text{ x} = Q_2 \quad \text{(ДУ)}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2}{S} - \frac{0{,}465bx\sqrt{2gx}}{S} - \frac{0.003b\sqrt{2gx}}{S}$$

Для нашей задачи зададим параметры:

Q_2=2 м$^3/c$; S =10 м^2; $b = 5$ м; $g = 9.8$ м/с^2

Получаем схему моделирования:

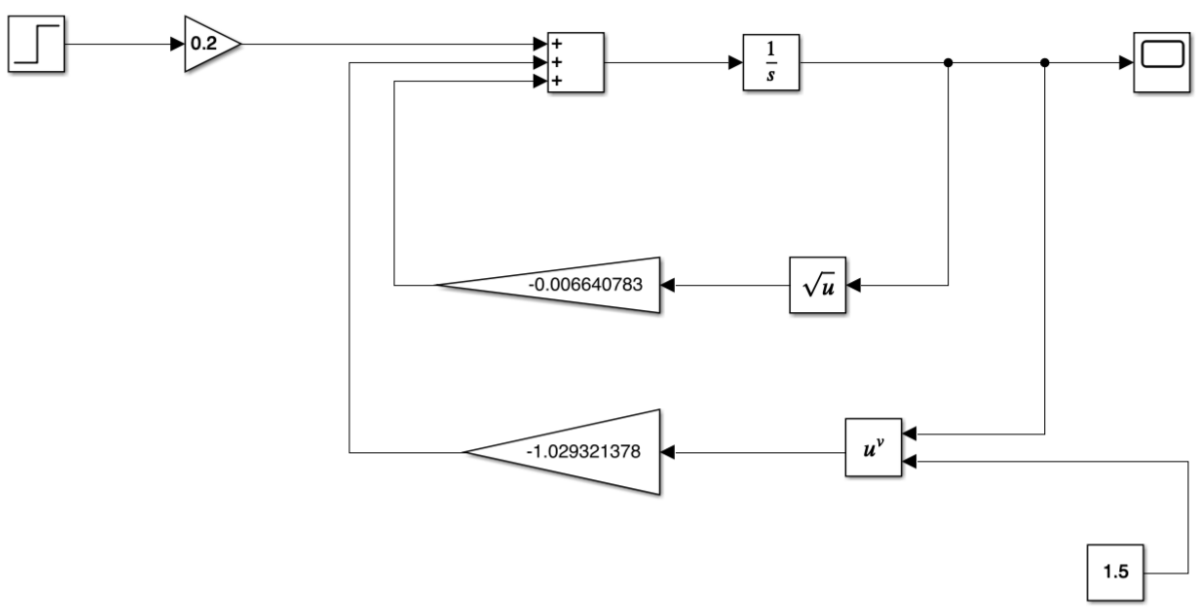

Рисунок 7 – Схема моделирования флотационной машины

Результат моделирования:

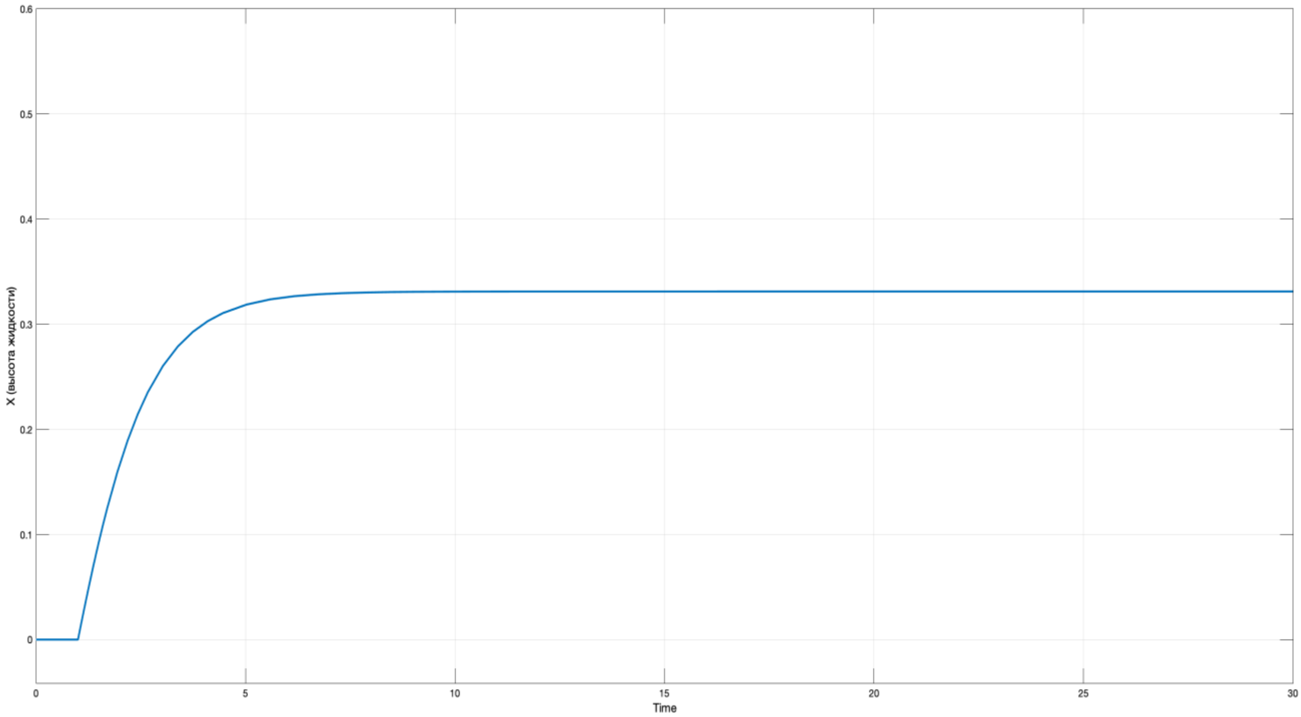

Рисунок 8– График зависимости высоты жидкости x от времени

Вывод: выполняя лабораторную работу №3, я исследовала модели, полученные методом балансовых соотношений в пакете прикладных программ MATLAB/Simulink.