

Devoir 3

Emeric Laberge

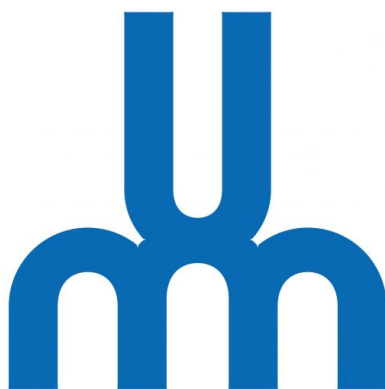
20220275

Sara Haddad

20208373

Dans le cadre du cours

IFT 1575



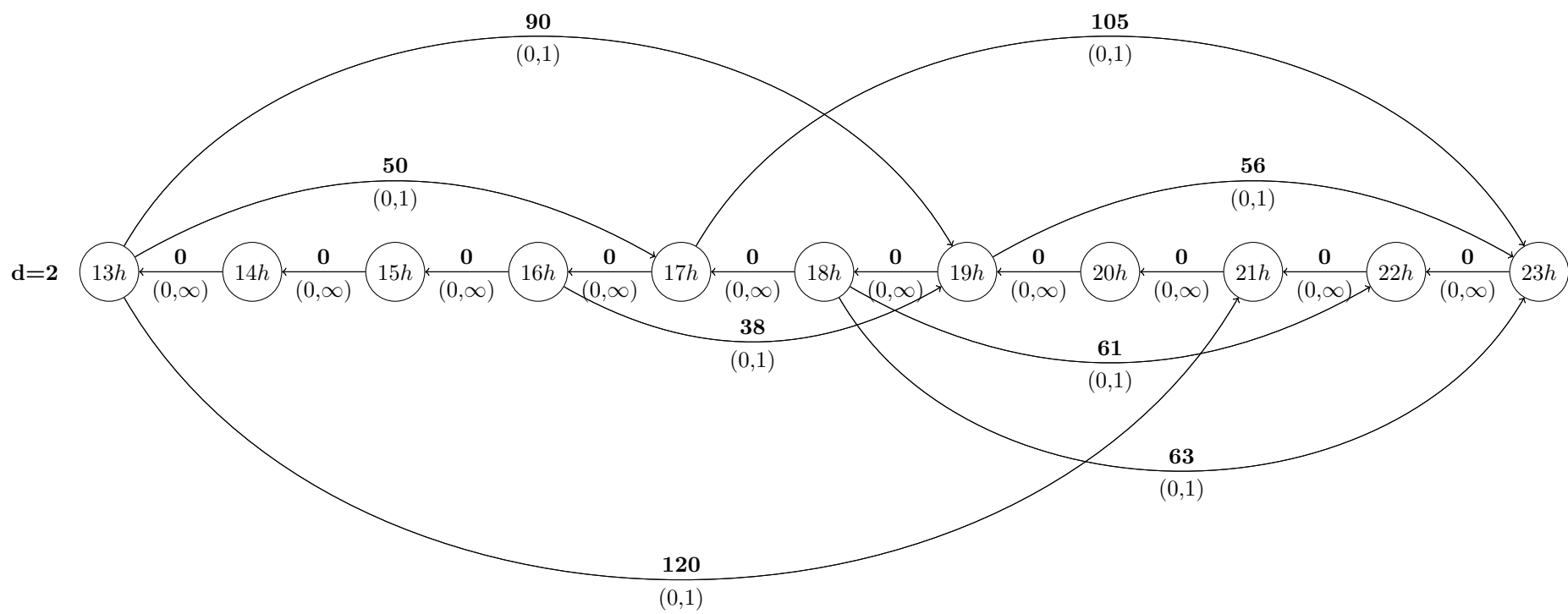
Département d'informatique et de recherche opérationnelle

Université de Montréal

Canada

27 mars 2023

1



Question 2

Initialisation: $EM = \{1\}$; $\delta_1 = 0$

Itération 1:

Étape 1:

Les successeurs de 1 sont 2, 3 et 4.

$$\lambda_{12} = 10 \quad \lambda_{13} = 25 \quad \lambda_{14} = 16$$

$$\min \{\lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_{14}\} = \min\{10, 25, 16\} = 10 \Rightarrow j_1 = 2$$

Étape 2:

On détermine le chemin le plus court menant de 1 à j_1

$$\min \{\delta_1 + \lambda_{12}\} = \min \{0 + 10\} = 10$$

marquer $j_1 = 2$ avec $\delta_2 = 10$

Étape 3:

$$EM \leftarrow EM \cup \{j_1\} \quad \text{avec } \delta_{21} = \delta_1 + \lambda_{12} = 10$$

$$EM = \{1, 2\}$$

Étape 4:

$\overline{EM} \neq \emptyset$, alors on effectue une autre itération

Itération 2:

$$EM = \{1, 2\}$$

Étape 1:

On identifie le sommet adjacent non marqué situé le plus près de:

$$1. \min \{\lambda_{13}, \lambda_{14}\} = \min \{25, 16\} = 16 \Rightarrow j_1 = 4$$

$$2. \min \{\lambda_{24}, \lambda_{25}\} = \min \{5, 22\} = 5 \Rightarrow j_2 = 4$$

Étape 2:

$$\min \{\delta_1 + \lambda_{14}, \delta_2 + \lambda_{24}\} = \min \{0 + 16, 10 + 5\} = 15$$

marquer le sommet $j_2 = 4$ avec $\delta_4 = 15$

Étape 3:

$$EM = \{1, 2, 4\}$$

Étape 4:

$\overline{EM} \neq \emptyset$, alors on effectue une autre itération $\overline{EM} \neq \emptyset$, alors on effectue une autre itération

Itération 3:

$$EM = \{1, 2, 4\}$$

Étape 1:

On identifie les sommets adjacents non marqués situés le plus près de:

1. $\min \{\lambda_{13}\} = 25 \Rightarrow j_1 = 3$
2. $\min \{\lambda_{25}\} = 22 \Rightarrow j_2 = 5$
3. $\min \{\lambda_{43}, \lambda_{45}, \lambda_{46}, \} = \min \{7, 15, 22\} = 7 \Rightarrow j_4 = 3$

Étape 2:

$\min \{\delta_1 + \lambda_{13}, \delta_4 + \lambda_{43}, \delta_2 + \lambda_{25}\} = \min \{0 + 25, 15 + 7, \} = 22$
 marquer le sommet $j_4 = 3$ avec $\delta_3 = 22$

Étape 3:

$$EM = \{1, 2, 4, 3\}$$

Étape 4:

$\overline{EM} \neq \emptyset$, alors on effectue une autre itération

Itération 4:

$$EM = \{1, 2, 4, 3\}$$

Étape 1:

On identifie les sommets adjacents non marqués situés le plus près de:

1. $\min \{\} = \infty$
2. $\min \{22\} \Rightarrow j_2 = 5$

$$3. \min \{22, 15\} \Rightarrow j_4 = 5$$

$$4. \min \{2\} \Rightarrow j_3 = 6$$

Étape 2:

$\min \{\infty, \delta_2 + \lambda_{25}, \delta_4 + \lambda_{45}, \delta_3 + \lambda_{36}\} = \min \{10 + 22, 15 + 15, 22 + 2\} = 24$
marquer le sommet $j_3 = 6$ avec $\delta_4 = 24$

Étape 3:

$$EM = \{1, 2, 4, 3, 6\}$$

Étape 4:

$\overline{EM} \neq \emptyset$, alors on effectue une autre itération

Itération 5:

$$EM = \{1, 2, 4, 3, 6\}$$

Étape 1:

On identifie les sommets adjacents non marqués situés le plus près de:

1. $\min \{\} = \infty$
2. $\min \{22\} \Rightarrow j_2 = 5$
3. $\min \{22, 15\} \Rightarrow j_4 = 5$
4. $\min \{\} = \infty$
5. $\min \{5\} \Rightarrow j_6 = 7$

Étape 2:

$\min \{\infty, \delta_2 + \lambda_{25}, \delta_4 + \lambda_{45}, \infty, \delta_6 + \lambda_{67}\} = \min \{\infty, 10 + 22, 15 + 15, \infty, 24 + 5\} = 29$
marquer le sommet $j_6 = 7$ avec $\delta_7 = 29$

Étape 3:

$$EM = \{1, 2, 4, 3, 6, 7\}$$

Étape 4:

$\overline{EM} \neq \emptyset$, alors on effectue une autre itération

Itération 6:

$$EM = \{1, 2, 4, 3, 6\}$$

Étape 1:

On identifie les sommets adjacents non marqués situés le plus près de:

1. $\min \{\} = \infty$
2. $\min \{22\} \Rightarrow j_2 = 5$
3. $\min \{22, 15\} \Rightarrow j_4 = 5$
4. $\min \{\} = \infty$
5. $\min \{\} = \infty$
6. $\min \{\} = \infty$

Étape 2:

$\min \{\infty, \delta_2 + \lambda_{25}, \delta_4 + \lambda_{45}, \infty, \infty, \infty\} = \min \{\infty, 10 + 22, 15 + 15, \infty, \infty, \infty\} = 30$
marquer le sommet $j_4 = 5$ avec $\delta_5 = 30$

Étape 3:

$$EM = \{1, 2, 4, 3, 6, 7, 5\}$$

Étape 4:

$\overline{EM} = \emptyset$, alors on arrête

Question 4

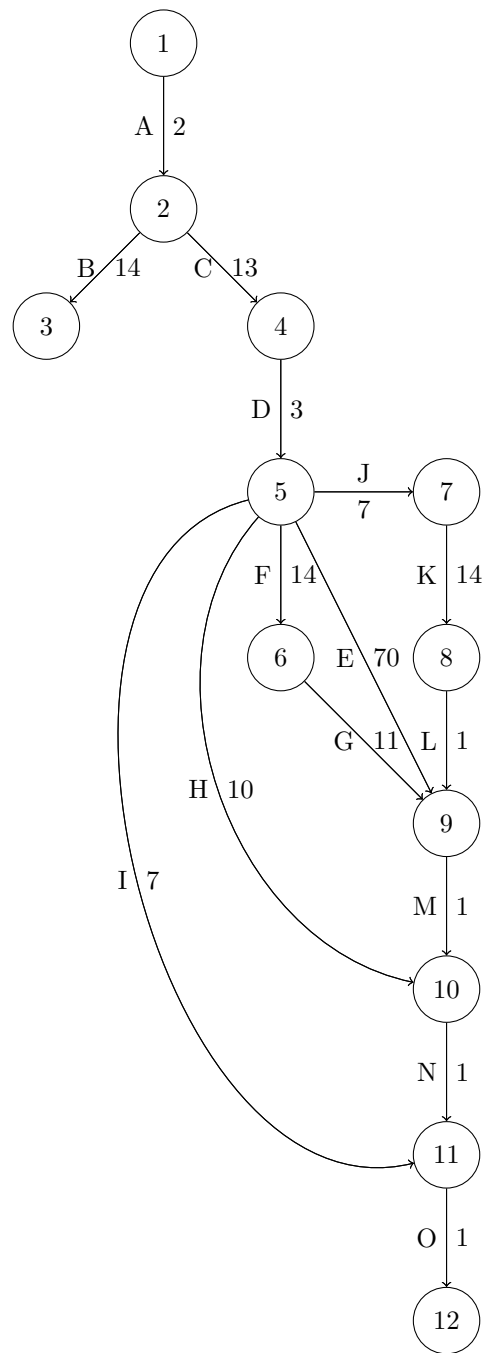


Table 1: Temps le plus tard

Étape i	$j \in p_i$	$LT_j - t_{ij}$	LT_i
12	-	-	92
11	12	92-1	91
10	11	91-1	90
9	10	90-1	89
8	9	89-1	88
7	8	88-14	74
6	9	89-1	88
5	6	88-14	19
	7	74-7	
	9	89-70	
	10	90-1	
	11	91-7	
4	5	19-3	16
3	4	16-0	16
2	3	16-14	2
2	4	16-14	0
1	2	2-2	

Table 2: Temps le plus tôt

Étape i	$j \in B_i$	$ET_j + t_{ji}$	ET_i
1	-	-	0
2	12	0+12	2
3	11	2+14	16
4	10	2+14	16
	10	2+0	19
5	8	16+3	
6	9	19+14	
7	6	19+7	26
8	7	26 +14	40
9	9	19+70	89
	10	33+1	90
	11	40+1	
10	5	19+1	
	4	89+1	91
11	3	19+7	
	4	90+1	
12	2	91+1	92

Table 3: Écarts

Tâches	$LT_j - (ET_i + t_{ij})$	Écart
(1,2)	$2 - (0 + 2)$	0
(2,3)	$16 - (2 + 14)$	0
(2,4)	$16 - (2 + 14)$	0
(3,4)	$16 - (16 + 0)$	0
(4,5)	$19 - (16 + 3)$	0
(5,6)	$88 - (19 + 14)$	55
(5,7)	$76 - (19 + 7)$	48
(5,9)	$89 - (19 + 70)$	0
(5,10)	$90 - (19 + 1)$	70
(5,11)	$91 - (19 + 7)$	65
(6,9)	$89 - (33 + 1)$	55
(7,8)	$88 - (26 + 14)$	48
(8,9)	$89 - (40 + 1)$	48
(9,10)	$90 - (89 + 1)$	0
(10,11)	$91 - (90 + 1)$	0
(11,12)	$92 - (91 + 1)$	0