UFFS - Ciência da Computação - Matemática Discreta
Lista 2 - Lógica dos Predicados - Quantificadores - Regras de Inferência
Data: 30/08/2023 - Profa. Rosane R. Binotto

1ª Questão Considere $P(x)$ a sentença "$x \leq 4$". Quais são os valores verdade das proposições abaixo?

1) $P(0)$ 2) $P(4)$ 3) $P(6)$

2ª Questão Considere a sentença $Q(x, y)$: x é a capital de y. Quais são os valores verdade das proposições abaixo?

1) Q(Buenos Aires, Argentina).
2) Q(Medelin, Colômbia).
3) Q(Brasil, Brasília).

3ª Questão Constate o valor de x depois que a proposição "**if** $P(x)$ **then** $x := 1$" for executada, em que $P(x)$ é a proposição $x > 1$, se o valor de x, quando essa proposição for alcançada, for

a) $x = 0$. b) $x = 1$. c) $x = 2$.

4ª Questão Considere $P(x)$ a sentença "x passa mais do que cinco horas em aula todos os dias", em que o domínio de x são todos os estudantes. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

1) $\exists x,\ P(x)$
2) $\forall x,\ P(x)$
3) $\exists x,\ \sim P(x)$
4) $\forall x,\ \sim P(x)$

5ª Questão Transcreva as proposições solicitadas para o português, em que $C(x)$: "x é comediante" e $F(x)$: "x é divertido" e o domínio são todas as pessoas.

1) $\forall x,\ (C(x) \rightarrow F(x))$
2) $\forall x,\ (C(x) \wedge F(x))$
3) $\exists x,\ (C(x) \rightarrow F(x))$
4) $\exists x,\ (C(x) \wedge F(x))$

Se existe uma pessoa comediante, então ela é divertida.

6ª Questão Considere $P(x)$: "x fala inglês" e $Q(x)$: "x sabe a linguagem computacional C++". Expresse cada uma dessas sentenças em termos de $P(x)$, $Q(x)$, quantificadores e conectivos lógicos. O domínio para quantificadores são todos os estudantes de sua universidade.

1) Há um estudante em sua universidade que fala inglês e sabe C++. $\exists x(P(x) \land Q(x))$

2) Há um estudante em sua universidade que fala inglês, mas não sabe C++. $\exists x(P(x) \land \sim Q(x))$

3) Todo estudante de sua universidade ou fala inglês ou sabe C++. $\forall x(P(x) \lor Q(x))$

4) Nenhum estudante em sua universidade fala inglês ou sabe C++. $\nexists x(P(x) \lor Q(x)) \equiv$

$\forall x \sim(P(x) \lor Q(x))$

$\forall x(\sim P(x) \land \sim Q(x))$

7ª Questão Considere $P(x)$: "$x+1<2x$". Se o domínio for o conjunto números inteiros, quais são os valores verdade das proposições abaixo?

1) $P(0)$ 2) $P(-1)$ 3) $P(1)$

4) $\exists x, P(x)$ 5) $\forall x, P(x)$ 6) $\exists x, \sim P(x)$

8ª Questão Determine o valor verdade de cada uma das proposições, se o domínio for o conjunto dos números reais.

1) $\forall x,\ (x^2+2 \geq 1)$ 2) $\forall x,\ (x^2 \neq x)$

3) $\exists x,\ (x^2=-1)$ 4) $\exists x,\ (x^2=2)$

5) $\exists!\ x,\ (x>1)$ 6) $\exists!\ x,\ (x+3=2x)$

9ª Questão Suponha que o domínio da função proposicional $P(x)$ seja $\{0,1,2,3,4\}$. Desenvolva estas proposições usando disjunções, conjunções e negações.

1) $\exists x, P(x) \equiv P(0) \lor P(1) \lor P(2) \lor P(3) \lor P(4)$ 2) $\forall x, P(x)$ 3) $\exists x, \sim P(x)$

4) $\forall x, \sim P(x)$ 5) $\sim \exists x, P(x)$ 6) $\sim \forall x, P(x)$

$D \equiv P(1) \land P(2) \land P(3) \land P(4)$

10ª Questão Transcreva, de dois modos distintos, as proposições dadas na sequência em expressões lógicas usando predicados, quantificadores e conectivos lógicos. Primeiro o domínio são os estudantes em sua sala, e, segundo, considere-o como todas as pessoas.

1) Alguém em sua sala fala inglês.

2) Todos em sua sala são amigáveis.

3) Há uma pessoa em sua sala que não nasceu em Chapecó.

4) Todos os estudantes em sua sala sabem resolver equações quadráticas.

11ª Questão Transcreva cada uma das proposições em expressões lógicas usando predicados, quantificadores e conectivos lógicos. Domínio: todas as pessoas

1) Ninguém é perfeito. $\forall x, \sim P(x)$

$P(x)$, x perfeito.

$F(x)$, x amigo.

2) Todos os seus amigos são perfeitos. $\forall x, (F(x) \to P(x))$
3) Todos são seus amigos e são perfeitos. $\forall x, (F(x) \land P(x))$

12ª Questão Encontre um contra-exemplo, se possível, para estas proposições quantificadas universalmente, em que o domínio para as variáveis são todos os números inteiros.

1) $\forall x, (x^2 \geq x)$
2) $\forall x, \left(x > 0 \ \lor \ x < 0\right)$
3) $\forall x, (x = 1)$.

13ª Questão Suponha que o domínio de $Q(x, y, z)$ sejam as três variáveis x, y e z, em que $x = 0, 1$ ou 2, $y = 0$ ou 1 e $z = 0$ ou 1. Desenvolva as proposições abaixo usando disjunções e conjunções.

1) $\forall y,\ Q(0, y, 0) \equiv Q(0,0,0) \land Q(0,1,0)$
2) $\exists x,\ Q(x, 1, 1) \equiv Q(0,1,1) \lor Q(1,1,1)$
3) $\exists z,\ \sim Q(0, 0, z) \equiv \sim Q(0,0,0) \lor \sim Q(0,0,1)$
4) $\exists x,\ \sim Q(x, 0, 1)$

14ª Questão Transcreva as proposições abaixo para o português, em que o domínio para cada variável consista nos números reais.

1) $\forall x\ \exists y,\ (x < y)$
2) $\forall x\ \forall y,\ \Big(\big((x \geq 0) \land (y \geq 0)\big) \to (xy \geq 0)\Big)$
3) $\forall x\ \forall y\ \forall z,\ (xy = z)$

15ª Questão Considere a sentença $Q(x, y)$: "x enviou um email para y", em que o domínio para x e y são todos os estudantes de sua sala. Expresse cada uma das quantificações abaixo em português:

1) $\exists x \exists y, Q(x, y)$
2) $\exists x \forall y, Q(x, y)$
3) $\forall x \exists y, Q(x, y)$
4) $\forall x \forall y, Q(x, y)$

16ª Questão Considere $L(x, y)$: "x ama y", em que o domínio para x e y são todas as pessoas do mundo. Use quantificadores para expressar cada proposição abaixo.

1) Todas as pessoas amam alguém. $\forall x\ \exists y\ L(x,y)$
2) Há alguém que é amado por todos. $\exists y\ \forall x\ L(x,y)$
3) Ninguém ama a todos. $\forall x\ \exists y\ \sim L(x,y)$
4) Todos amam a si próprios. $\forall x\ L(x,x)$
5) Há alguém que não ama ninguém além de si próprio. $\exists x\ \forall y\ (L(x,y) \Leftrightarrow x=y)$

2ª Questão

1) $\{[(a \vee \sim b) \to c] \wedge (c \to d) \wedge a\} \to d$

1. $(a \vee \sim b) \to c$ ..... hipótese
2. $c \to d$ — hipótese
3. $(a \vee \sim b) \to d$.— silogismo hipotético em 1. e 2.
4. a ..... hipótese
5. $a \vee \sim b$ .... adição em 4.
6. d .... modus ponens em 3. e 5.

2) $[(a \to b) \wedge (\sim c \vee a) \wedge c] \to b$

1. $a \to b$ .... hipótese

$c \to a$
$a \to b$

2. $\sim c \vee a$ ..... hipótese
3. $\sim c \vee a \equiv c \to a$ .... regra do condicional
4. $c \to b$ .... silogismo hipotético em 1. e
5. c .... hipótese
6. b .... modus ponens.

erros lógicos foram cometidos? p q

1) Se n é um número real, tal que $n > 1$, então $n^2 > 1$. Suponha que $n^2 > 1$. então $n > 1$.

2) Se n é um número real com $n > 3$, então $n^2 > 9$. Suponha que $n^2 \leq 9$. então $n \leq 3$.

3) Se n é um número real com $n > 2$, então $n^2 > 4$. Suponha que $n \leq 2$. então $n^2 \leq 4$.

$\underbrace{n > 3}_{r}$ $\quad \underbrace{n > 2}_{s}$ $\quad \underbrace{n^2 > 4}_{m}$

1) $[p \to q \wedge q] \to p$.

Modus ponens

$a \to b$

a

$\therefore b$

$p \to q$

$\therefore q$

$q \quad \nexists$

Argumento inválido

2) $(r \to q) \wedge \sim q \quad \to \sim r$

modus tollens

$\sim a$

$a \to b$

$\therefore \sim b$

$r \to q$

$\sim q$

$\therefore \sim r$

$\nexists$ Argumento não válido

3) $[(s \to m) \wedge \sim s] \to \sim m$

Modus tollens. Argumento válido