

UFFS - Ciência da Computação - Matemática Discreta

Lista 5 - Relações - Data: 06/11/2023

Relações - Seção 8.1 - Livro do Rosen

1ª Questão Liste os pares ordenados na relação R de $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ em $B = \{0, 1, 2, 3\}$, em que $(a, b) \in R$ se e somente se

- | | |
|------------------|-----------------------------|
| a) $a = b$. | d) $a \mid b$. |
| b) $a + b = 4$. | e) $\text{mdc}(a, b) = 1$. |
| c) $a > b$. | f) $\text{mmc}(a, b) = 2$. |

3ª Questão Para cada uma destas relações no conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, decida se ela é reflexiva, simétrica ou transitiva.

- a) $\{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$.
- b) $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$.
- c) $\{(2, 4), (4, 2)\}$.
- d) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$.
- e) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$.
- f) $\{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$.

5ª Questão Determine se a relação R no conjunto de todas as páginas da Web é reflexiva, simétrica, anti-simétrica e/ou transitiva, em que $(a, b) \in R$ se e somente se

- a) todo mundo que visitou a página a da Web também visitou a página b da Web.
- b) não há links comuns encontrados tanto na página a da Web quanto na página b da Web.
- c) existe, pelo menos um link comum na página a da Web e na página b da Web.
- d) existe uma página da Web que inclui links para ambas as páginas a e b da Web.

6ª Questão Determine se a relação R no conjunto é reflexiva, simétrica, anti-simétrica e/ou transitiva, em que $(x, y) \in R$ se e somente se.

- a) $x + y = 0$.
 b) $x = \pm y$.
 c) $x - y$ é um número racional.
 d) $x = 2y$.
 e) $xy \geq 0$.
 f) $xy = 0$.
 g) $x = 1$.
 h) $x = 1$ ou $y = 1$.

8ª Questão Dê um exemplo de uma relação em um conjunto que seja

- a) simétrica e anti-simétrica.
 b) nem simétrica nem anti-simétrica.

Seja R uma relação de um conjunto A em um conjunto B . A **relação inversa** de B para A , indicada por R^{-1} , é o conjunto dos pares ordenados $\{(b, a) \mid (a, b) \in R\}$. A **relação complementar** \bar{R} é o conjunto dos pares ordenados $\{(a, b) \mid (a, b) \notin R\}$.

24ª Questão Seja R a relação $R = \{(a, b) \mid a < b\}$ no conjunto dos inteiros.

Encontre

- a) R^{-1} b) \bar{R} .

25ª Questão Seja R a relação $R = \{(a, b) \mid a \text{ divide } b\}$ no conjunto dos inteiros positivos. Encontre

- a) R^{-1} b) \bar{R} .

28ª Questão Sejam $R_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ e

$R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$ relações de $\{1, 2, 3\}$ em $\{1, 2, 3, 4\}$. Encontre

- a) $R_1 \cup R_2$.
 b) $R_1 \cap R_2$.
 c) $R_1 - R_2$.
 d) $R_2 - R_1$.

30ª Questão Seja R a relação $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 1)\}$ e seja S a relação $\{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 2)\}$. Determine $S \circ R$.

Os exercícios 32, 33 e 35 tratam destas relações no conjunto .

$R_1 = \{(a, b) \in R^2 \mid a > b\}$, a relação "maior que".

$R_2 = \{(a, b) \in R^2 \mid a \geq b\}$, a relação "maior que ou igual a".

$R_3 = \{(a, b) \in R^2 \mid a < b\}$, a relação "menor que".

$R_4 = \{(a, b) \in R^2 \mid a \leq b\}$, a relação "menor que ou igual a".

$R_5 = \{(a, b) \in R^2 \mid a = b\}$, a relação "igual a".

$R_6 = \{(a, b) \in R^2 \mid a \neq b\}$, a relação "diferente de".

32ª Questão Determine.

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) $R_1 \cup R_3$. | e) $R_1 - R_2$. |
| b) $R_1 \cup R_5$. | f) $R_2 - R_1$. |
| c) $R_2 \cap R_4$. | g) $R_1 \oplus R_3$. |
| d) $R_3 \cap R_5$. | h) $R_2 \oplus R_4$. |

33ª Questão Determine.

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) $R_2 \cup R_4$. | e) $R_3 - R_6$. |
| b) $R_3 \cup R_6$. | f) $R_6 - R_3$. |
| c) $R_3 \cap R_6$. | g) $R_2 \oplus R_6$. |
| d) $R_4 \cap R_6$. | h) $R_3 \oplus R_5$. |

35ª Questão Determine.

- | | |
|----------------------|----------------------|
| a) $R_2 \circ R_1$. | e) $R_5 \circ R_3$. |
| b) $R_2 \circ R_2$. | f) $R_3 \circ R_6$. |
| c) $R_3 \circ R_5$. | g) $R_4 \circ R_6$. |
| d) $R_4 \circ R_1$. | h) $R_6 \circ R_6$. |

38ª Questão Sejam R_1 e R_2 as seguintes relações no conjunto dos números inteiros: $R_1 = \{(a, b) \mid a \text{ divide } b\}$ e $R_2 = \{(a, b) \mid a \text{ é múltiplo de } b\}$. Determine.

- $R_1 \cup R_2$.
- $R_1 \cap R_2$.
- $R_1 - R_2$.
- $R_2 - R_1$.
- $R_1 \oplus R_2$.

Seção 8.5 - Livro do Rosen

1ª Questão Quais destas relações em $A = \{0, 1, 2, 3\}$ são relações de equivalência?

- $\{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$.
- $\{(0, 0), (0, 2), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$.
- $\{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$.
- $\{(0, 0), (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$.

- 11^a Questão** Mostre que a relação R , que consiste em todos os pares (x, y) tal que x e y são sequências de bits de comprimento maior que ou igual a 3, que coincidem em seus primeiros três bits, é uma relação de equivalência no conjunto de todas as sequências de bits de comprimento maior que ou igual a 3.
- 15^a Questão** Seja R a relação no conjunto de pares ordenados de inteiros positivos tal que $((a, b), (c, d)) \in R$ se e somente se $a + d = b + c$. Mostre que R é uma relação de equivalência.
- 19^a Questão** Seja R a relação no conjunto de todas as URLs(ou endereços na Web) tal que xRy se e somente se a página na Web em x é a mesma que a página na Web em y . Mostre que R é uma relação de equivalência.
- 25^a Questão** Mostre que a relação R no conjunto de todas as sequências de bits tal que sRt se e somente se s e t contiverem o mesmo número de 1s é uma relação de equivalência.
- 26^a Questão** Quais são as classes de equivalência das relações de equivalência do Exercício 1?
- 29^a Questão** Quais são as classes de equivalência da sequência de bits 011 para a relação de equivalência do Exercício 25?
- 30^a Questão** Quais são as classes de equivalência destas sequências de bits para a relação de equivalência do Exercício 11?
 a) 010. b) 1011. c) 11111.
- 41^a Questão** Quais destas coleções de subconjuntos são partições de $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$?
 a) $\{1, 2\}, \{2, 3, 4\}, \{4, 5, 6\}$.
 b) $\{1\}, \{2, 3, 6\}, \{4\}, \{5\}$.
 c) $\{2, 4, 6\}, \{1, 3, 5\}$.
 d) $\{1, 4, 5\}, \{2, 6\}$.

47^a Questão Liste os pares ordenados nas relações de equivalência produzidas por estas partições de $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

- a) $\{0\}$, $\{1, 2\}$, $\{3, 4, 5\}$.
- b) $\{0, 1\}$, $\{2, 3\}$, $\{4, 5\}$.
- c) $\{0, 1, 2\}$, $\{3, 4, 5\}$.
- d) $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$.

48^a Questão Quais são as classes de equivalência correspondentes as relações de congruência:

- a) módulo 5 em \mathbb{Z} ?
- b) módulo 7 em \mathbb{Z} ?