



Universidade Federal da Fronteira Sul
Curso de Ciência da Computação
Campus Chapecó



GEX208 - Informática Básica

Sistemas de Numeração

Prof. Luciano L. Caimi
lcaimi@uffs.edu.br

Sistemas de Numeração



O número é um conceito abstrato que representa a ideia de quantidade

Um **Sistema de Numeração (SN)** é o conjunto de símbolos utilizados para a representação de quantidades e as regras que definem a forma de representação. Um SN pode ser:

- Não posicional
- Posicional

▶ Sistema de Numeração Não Posicional

Cada símbolo representa um valor fixo, independente de sua posição relativa no número

Exemplo: Sistema de algarismos romanos

Símbolos: I, V, X, L, C, D, M

Regras:

- Cada símbolo colocado à direita de um maior é adicionado a este
- Cada símbolo colocado à esquerda de um maior tem o seu valor subtraído do maior

Sistemas de Numeração

▶ Sistema de Numeração Não Posicional

Cada símbolo representa um valor fixo, independente de sua posição relativa no número

Exemplo: Sistema Babilônico

𐎶 1	𐎵𐎶 11	𐎶𐎵𐎶 21	𐎶𐎶𐎶 31	𐎶𐎶𐎶𐎶 41	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 51
𐎶𐎶 2	𐎵𐎶𐎶 12	𐎶𐎵𐎶𐎶 22	𐎶𐎶𐎶𐎶 32	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 42	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎵𐎶𐎶𐎶 13	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶 23	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 33	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 43	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶 14	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶 24	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 34	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 44	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 15	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 25	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 35	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 45	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 16	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 26	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 36	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 46	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 17	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 27	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 37	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 47	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 18	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 28	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 38	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 48	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 19	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 29	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 39	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 49	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 59
𐎵 10	𐎵𐎵 20	𐎵𐎵𐎵 30	𐎵𐎵𐎵𐎵 40	𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵 50	

► Sistema de Numeração Posicional

O **valor** de cada símbolo é determinado **de acordo com a sua posição** no número

Um sistema de numeração é determinado fundamentalmente pela BASE, que indica a quantidade de símbolos e o valor de cada símbolo

Todos os sistemas posicionais, **independente da BASE**, possuem as mesmas regras de formação, contagem e operações aritméticas básicas

► Teorema Fundamental da Numeração

O teorema fundamental da numeração expressa a característica principal dos sistemas posicionais:

$$N^o = \sum_{i=-d}^n (\textit{digito})_i * (\textit{base})^i$$

expandindo

$$\dots + a_3 * B^3 + a_2 * B^2 + a_1 * B^1 + a_0 * B^0 + a_{-1} * B^{-1} + \dots$$

Onde:

i = posição em relação à vírgula,

d = nº de dígitos à direita da vírgula,

n = nº de dígitos à esquerda da vírgula -1,

dígito = cada um símbolos dos que compõem o número

► Teorema Fundamental da Numeração

O valor total do número é a soma dos valores relativos de cada algarismo (decimal)

$$735 = 700 + 30 + 5$$

O algarismo 5 representa 5 unidades, o algarismo 3 representa 3 dezenas, e por último que o algarismo 7 representa 7 centenas ...

$$573 = 500 + 70 + 3$$

Já no 2º exemplo é diferente

Sistemas de Numeração

► Base Decimal: 10 símbolos

Símbolos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Contagem:

00

01 “encheu a casa menos significativa:

02 reinicia a contagem nesta casa e usa o

03 próximo símbolo na casa a sua esquerda”

04 assim:

05 10 20 100

06 11 21

07 ...

08 19 99

09

Esta “regra” é
válida
independente da
base de
numeração
utilizada

► Base Decimal

Cada casa decimal possui um peso 10 vezes maior do que a casa a sua direita

...	100	10	1
-----	-----	----	---

Considerando um número com N dígitos (ou casas) teremos capacidade de representar

B^N valores diferentes (onde B é a base de numeração).

Para 3 dígitos decimais teremos:

$$10^3 = 1000 \text{ valores}$$

► Base Decimal

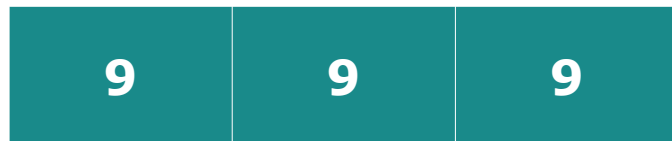
O maior valor a ser representado com N dígitos será:

$$B^N - 1 \quad (\text{onde } B \text{ é a base de numeração}).$$

Para 3 dígitos decimais teremos:

$$10^3 - 1 = 999$$

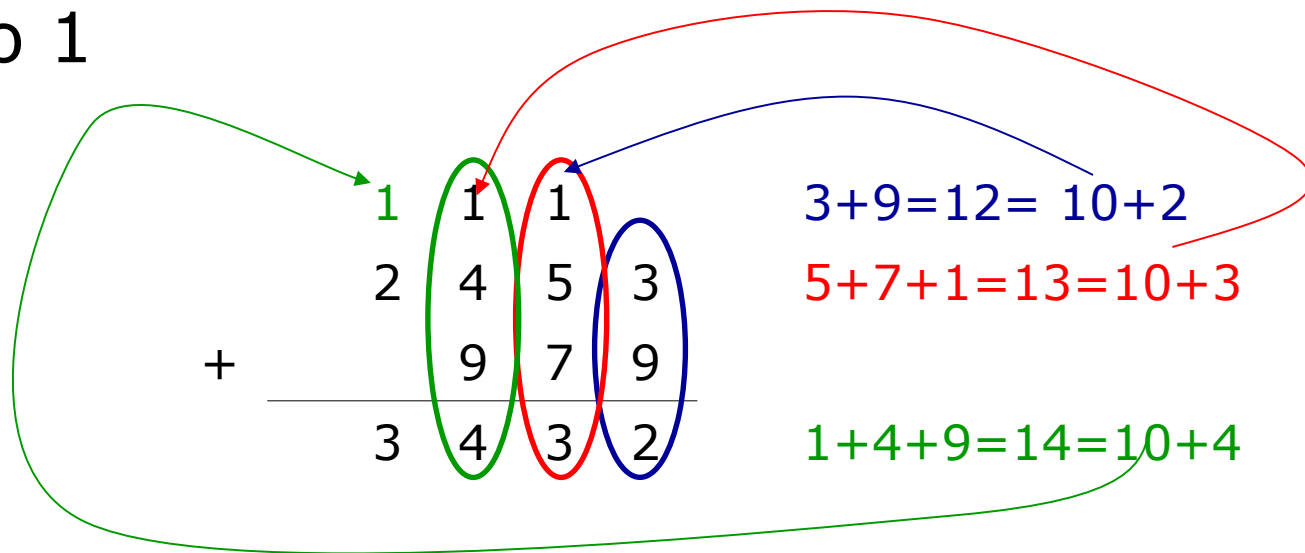
Considerando o maior símbolo possível



► Base Decimal:

Adição: quando a soma em uma determinada casa excede o maior símbolo da base, devemos deixar o excedente e levar o peso da base para a casa mais a esquerda valendo 1

Exemplo:



The diagram illustrates the addition of two numbers in base 10, showing the process of carrying over when the sum in a column exceeds 9. The numbers are aligned vertically, and the result is shown below a horizontal line. The columns are grouped by colored ovals: green for the first column, red for the second, and blue for the third. Arrows indicate the flow of carries from right to left.

	1	1	1	
	2	4	5	3
+		9	7	9
	3	4	3	2

Carry calculations:

- Red: $3 + 9 = 12 = 10 + 2$
- Red: $5 + 7 + 1 = 13 = 10 + 3$
- Green: $1 + 4 + 9 = 14 = 10 + 4$

► Base Decimal

Subtração: quando uma determinada casa necessita “pedir emprestado” a casa a sua esquerda fica com um a menos e a casa solicitante recebe o peso da base (10)

Exemplo:

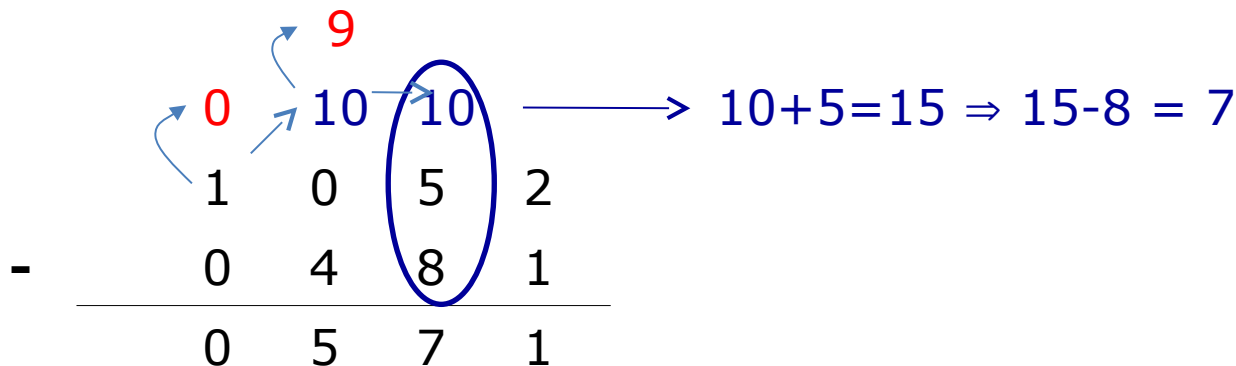

$$\begin{array}{r} 1052 \\ - 0481 \\ \hline 0571 \end{array}$$

Diagram illustrating the borrowing process in base 10 subtraction:

- The thousands digit (1) is reduced by 1 (to 0) and the hundreds digit (0) is increased by 10 (to 10).
- The hundreds digit (10) is reduced by 1 (to 9) and the tens digit (5) is increased by 10 (to 15).
- The calculation for the tens place is shown: $10 + 5 = 15 \Rightarrow 15 - 8 = 7$.

► Base Binária

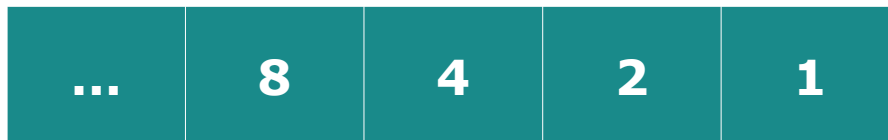
Símbolos: 0,1

Contagem:

000	“encheu a casa menos significativa:
001	reinicia a contagem nesta casa e usa o
010	próximo símbolo na casa a sua esquerda”
011	
100	
101	
110	
111	

► Base Binária

- Cada casa ou dígito binário é chamado de bit (do inglês **B**inary **D**igit)
- Um agrupamento de 8 bits é chamado de Byte
- Pelo T.F.N. cada casa binária possui um peso 2 vezes maior do que a casa a sua direita



Sistemas de Numeração



Com n bits podemos representar: $B^n \Rightarrow 2^n$

Para 3 casas binárias (ou 3 bits) teremos:

$$2^3 = 8 \text{ valores}$$

O maior valor a ser representado com N dígitos será: $B^n - 1$

Para 5 bits teremos:

$$2^5 - 1 = 31$$

Considerando o maior símbolo possível:

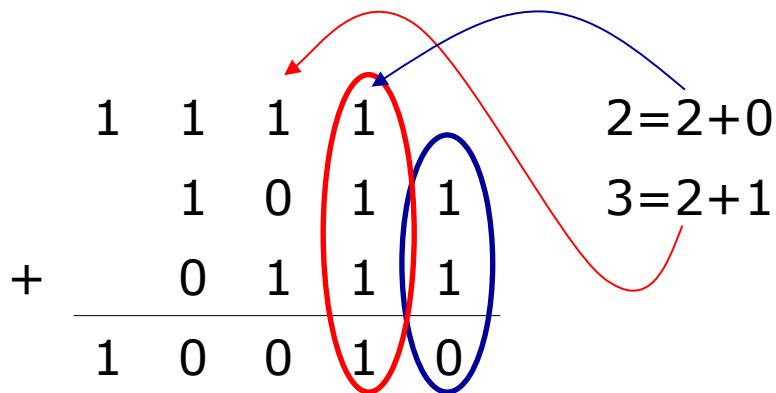
1	1	1	1	1
---	---	---	---	---

 $\Rightarrow 31$

► Base Binária

Adição: quando a soma em uma determinada casa excede o maior símbolo da base, devemos deixar o excedente e levar o peso da base para a casa mais a esquerda valendo 1

Exemplo:



The diagram illustrates the binary addition of 1111 and 0111. The numbers are aligned vertically, with the first number having an implicit leading zero. A red oval highlights the first column (ones place) where 1 + 1 = 2, and a blue oval highlights the second column (twos place) where 1 + 1 = 2. A red arrow points from the top of the red oval to the first column of the result, and a blue arrow points from the top of the blue oval to the second column of the result. To the right, the calculations are shown: $2 = 2 + 0$ and $3 = 2 + 1$.

	1	1	1	1	
		1	0	1	1
+		0	1	1	1
	1	0	0	1	0

► Base Binária

Subtração: quando uma determinada casa necessita “pedir emprestado” a casa a sua esquerda fica com um a menos e a casa solicitante recebe o peso da base(2)

Exemplo:

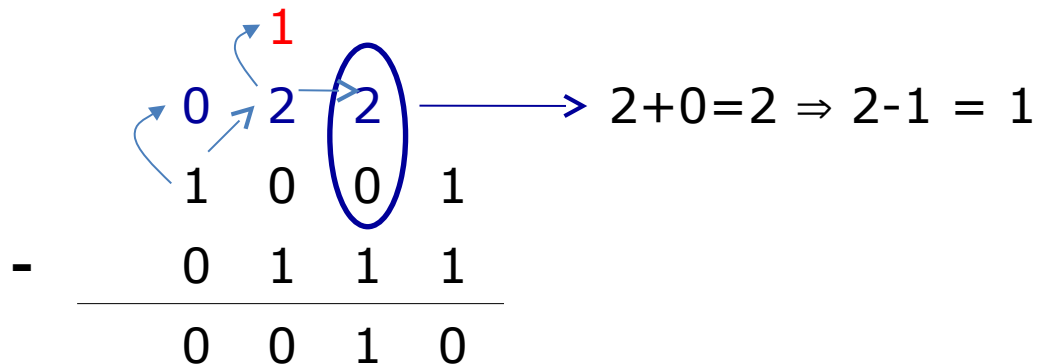

$$\begin{array}{r} 1001 \\ - 0111 \\ \hline 0010 \end{array}$$

Diagram illustrating binary subtraction with borrowing. The top number is 1001 and the bottom number is 0111. The third column from the right (the third zero in the top number) is circled in blue. A blue arrow points from the second column (the first zero) to the circled zero, and another blue arrow points from the first column (the one) to the second zero. Above the second zero is a red '1' with a blue arrow pointing to it from the first column. To the right of the circled zero, an arrow points to the equation $2+0=2 \Rightarrow 2-1 = 1$.

Sistemas de Numeração

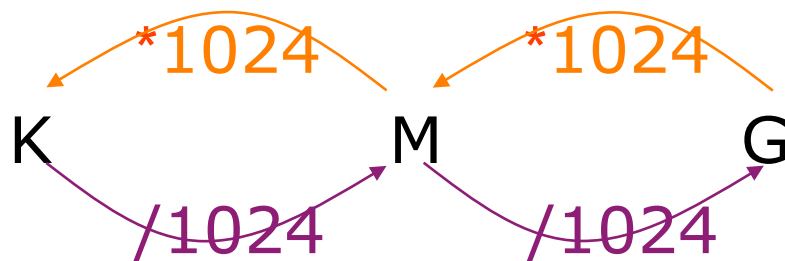
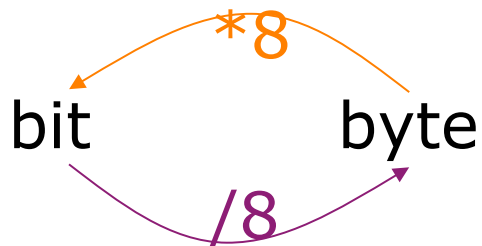
Considerando o peso de cada casa teremos:

$2^0 = 1$	$2^{10} = 1024 = 1K$	$2^{20} = 1024K = 1M$
$2^1 = 2$	$2^{11} = 2048 = 2K$	$2^{21} = 2048K = 2M$
$2^2 = 4$	$2^{12} = 4096 = 4K$	$2^{22} = 4096K = 4M$
$2^3 = 8$	$2^{13} = 8192 = 8K$	$2^{23} = 8M$
$2^4 = 16$	$2^{14} = 16K$	$2^{24} = 16M$
$2^5 = 32$	$2^{15} = 32K$	$2^{25} = 32M$
$2^6 = 64$	$2^{16} = 64K$	$2^{26} = 64M$
$2^7 = 128$	$2^{17} = 128K$	$2^{27} = 128M$
$2^8 = 256$	$2^{18} = 256K$	$2^{28} = 256M$
$2^9 = 512$	$2^{19} = 512K$	$2^{29} = 512M$

Para valores entre 2^{30} e 2^{39} : Giga

Sistemas de Numeração

Conversões:



Sistemas de Numeração



Exemplos de conversão

Considerando que 1 byte é um agrupamento de 8 bits teremos:

a) 56 bits = ? Bytes $\Rightarrow 56/8$ Bytes = 7 Bytes

b) 9 Bytes = ? bits $\Rightarrow 9 \times 8$ bits = 72 bits

c) 32KBytes = ? bits $\Rightarrow 32 * 8$ Kbits

$\Rightarrow 256 * 1024$ bits

$\Rightarrow 262144$ bits

d) 131072Kbits = ? MBytes $\Rightarrow 131072/8$ KBytes

$\Rightarrow 16384 / 1024$ KB

$\Rightarrow 16$ MBytes

Sistemas de Numeração



► Base Octal

Símbolos: 0,1,2,3,4,5,6,7

Contagem:

00

01

02

03

04

05

06

07

“encheu a casa menos significativa:

reinicia a contagem nesta casa e usa o

próximo símbolo na casa a sua esquerda”

assim:

10

20

100

11

21

..

17

77

Sistemas de Numeração



cada casa octal possui um peso 8 vezes maior do que a casa a sua direita

...	64	8	1
-----	----	---	---

Considerando um número com N dígitos (ou casas) teremos capacidade de representar B^N valores diferentes (onde B é a base de numeração).

Para 3 dígitos octais teremos:

$$8^3 = 512 \text{ valores}$$

Sistemas de Numeração



O maior valor a ser representado com N dígitos será:

$$B^N - 1 \quad (\text{onde } B \text{ é a base de numeração}).$$

Para 4 dígitos octais teremos:

$$8^4 - 1 = 4095$$

Considerando o maior símbolo possível

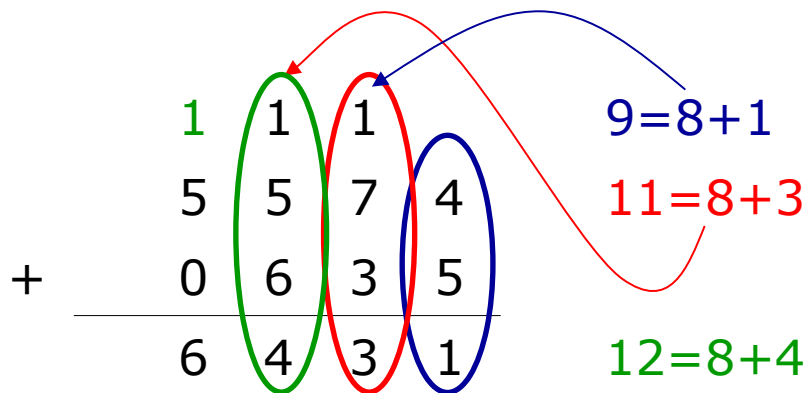
7	7	7	7
---	---	---	---

 = 4095

► Base Octal

Adição: Quando a soma em uma determinada casa excede o maior símbolo da base, devemos deixar o excedente e levar o peso da base para a casa mais a esquerda valendo 1

Exemplo:



The diagram illustrates the addition of two octal numbers: 1506 and 1574. The digits are arranged in columns, with the least significant digit on the right. The digits are grouped into three columns by colored ovals: green for the first column (1, 5, 0, 6), red for the second column (1, 5, 7, 4), and blue for the third column (4, 3, 1). The addition is performed from right to left. The first column (green) shows 6 + 4 = 12, which is written as 12 = 8 + 4. The second column (red) shows 4 + 3 = 7, which is written as 11 = 8 + 3. The third column (blue) shows 1 + 5 = 6, which is written as 9 = 8 + 1. The final result is 1061, with the carry-over 1 written above the first column. Arrows indicate the carry-over from the first column to the second, and from the second column to the third.

	1	1	
	5	7	4
+	0	3	5
	6	3	1

12 = 8 + 4
11 = 8 + 3
9 = 8 + 1

► Base Octal

Subtração: quando uma determinada casa necessita “pedir emprestado” a casa a sua esquerda fica com um a menos e a casa solicitante recebe o peso da base(8).

Exemplo:

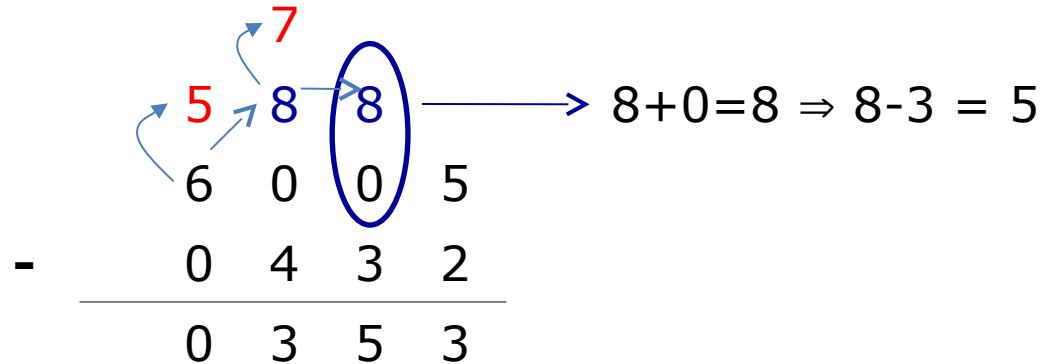

$$\begin{array}{r} 6 \quad 0 \quad 0 \quad 5 \\ - \quad 0 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \\ \hline 0 \quad 3 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

Diagram illustrating the borrowing process in octal subtraction. The top number is 6005 and the bottom number is 0432. The third column (0s) is circled in blue. A blue arrow points from the 0 in the third column to the 0 in the second column, and another blue arrow points from the 0 in the second column to the 6 in the first column. Red numbers 5 and 7 are placed above the first and second columns respectively. To the right of the circled 0, the calculation $8+0=8 \Rightarrow 8-3=5$ is shown with a blue arrow pointing to it.

► Base Hexadecimal

Símbolos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Contagem:

00			
01	0A		
02	0B		
03	0C	..	
04	0D	19	20
05	0E	1A	21
06	0F
07	10	1F	2F
08	11		30
09	12		

“encheu a casa menos significativa:
reinicia a contagem nesta casa e usa
o próximo símbolo na casa a sua
esquerda”

Sistemas de Numeração



Cada casa hexadecimal possui um peso 16 vezes maior do que a casa a sua direita

...	256	16	1
-----	-----	----	---

Considerando um número com N dígitos (ou casas) teremos capacidade de representar

B^N valores diferentes (onde B é a base de numeração).

Para 3 dígitos hexadecimais teremos:

$$16^3 = 4096 \text{ valores}$$

Sistemas de Numeração



O maior valor a ser representado com N dígitos será:

$B^N - 1$ (onde B é a base de numeração).

Para 4 dígitos hexa, teremos:

$$16^4 - 1 = 65535$$

Considerando o maior símbolo possível

F	F	F	F
---	---	---	---

 = 65535

▶ Base Hexadecimal

Adição: Quando a soma em uma determinada casa excede o maior símbolo da base, devemos deixar o excedente e levar o peso da base para a casa mais a esquerda valendo 1

Exemplo:

Diagram illustrating the addition of two numbers in a base-10 system, showing the carry-over process. The numbers are 106 and 123. The sum is 229. The diagram highlights the carry-over from the units place (3+9=12) to the tens place (2+12=14), and from the tens place (10+14=24) to the hundreds place (1+24=25).

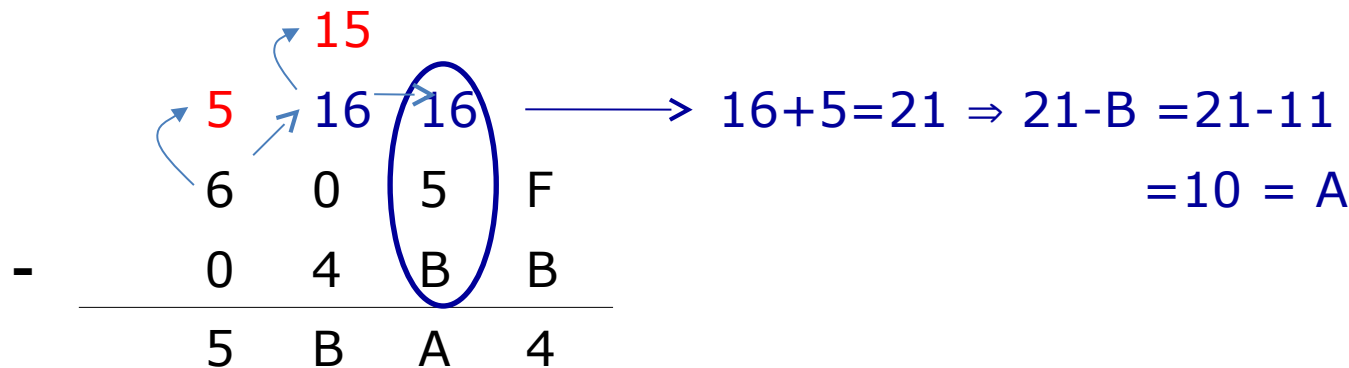
1	1	1	
E	B	C	A
0	A	D	9
F	6	A	3

$A+9=10+9 = 19 = 16+3$
 $C+D+1=12+13+1=26$
 $= 16+10 = 16+A$
 $B+A+1=11+10+1=22$
 $=16+6$

► Base Hexadecimal

Subtração: quando uma determinada casa necessita “pedir emprestado” a casa a sua esquerda fica com um a menos e a casa solicitante recebe o peso da base (16)

Exemplo:


$$\begin{array}{r} 6 5 \text{ F} \\ - 0 4 \text{ B B} \\ \hline 5 \text{ B A } 4 \end{array}$$

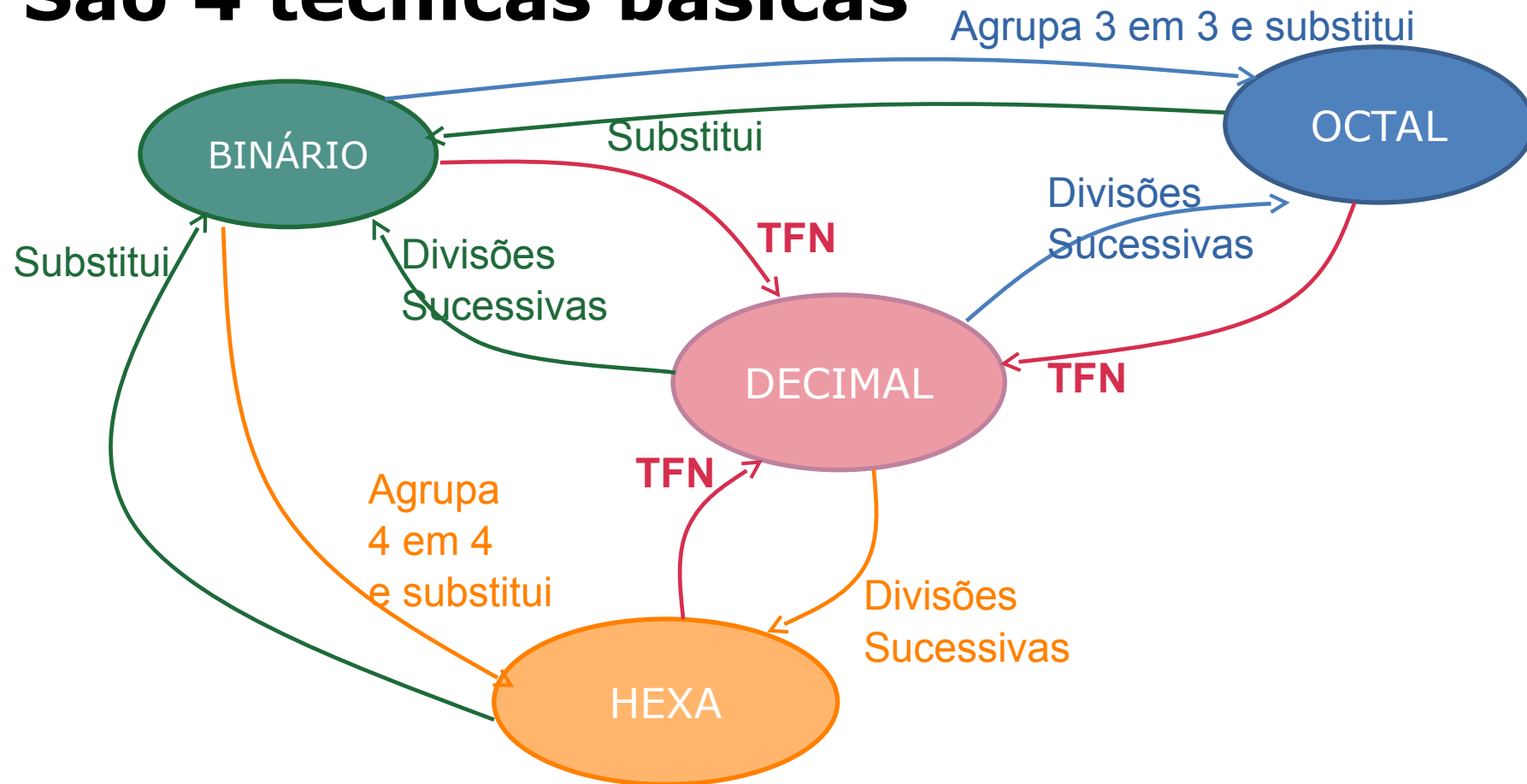
$16 + 5 = 21 \Rightarrow 21 - B = 21 - 11 = 10 = A$

► São 4 técnicas básicas

Base Origem	Base Destino	Técnica
Base Qualquer → Decimal		Teorema Fundamental da Numeração
Decimal → Base Qualquer		Divisões Sucessivas
Octal/Hexa → Binário		Substituir de 3 em 3 / 4 em 4
Binário → Octal/Hexa		Agrupar de 3 em 3 / 4 em 4 e substituir

Conversão entre Bases

► São 4 técnicas básicas



Códigos Numéricos



Código BCD (Binary Coding Decimal)

O código BCD é um sistema de representação dos dígitos decimais desde 0 até 9 com um código binário de 4 bits. Esse código BCD usa o sistema de pesos posicionais 8421 do código binário puro

Apesar de usar 4 bits existem apenas dez códigos válidos. Os números binários de 4 bits representando os números decimais desde 10 até 15 são inválidos no sistema BCD

Ex: 238 = 001000111000

Decimal	BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Códigos Numéricos



Códigos 2 em 5

Características

Grupo de códigos onde 2 entre 5 dígitos recebem o valor 1

Cada posição tem um peso associado

O zero tem codificação especial

Ex:

$$\begin{aligned} 804 &= 001010110001010 \\ &= 100101100001001 \end{aligned}$$

Código	2 em 5	
Decimal	01236	74210
0	01100	11000
1	11000	00011
2	10100	00101
3	10010	00110
4	01010	01001
5	00110	01010
6	10001	01100
7	01001	10001
8	00101	10010
9	00011	10100

Códigos Numéricos

Código GRAY

Características

- Palavras adjacentes variam apenas 1 bit
- Cíclico
- Refletido
- Bit mais significativo é igual ao código inário natural

Ex: 237 = 011010100

Decimal	GRAY
0	0000
1	0001
2	0011
3	0010
4	0110
5	0111
6	0101
7	0100
8	1101
9	1001
10	1111
11	1110
...	