Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS - Campus Chapecó
Disciplina: Cálculo I - 2024/1 Curso de Ciência da Computação
Prof$^{\text{a}}$: Divane Marcon

2^a Lista de Exercícios - Revisão sobre funções

1. Se $f(x) = \frac{x^2-4}{x-1}$, determine:

   a) $f(-2)$; Resp: 0

   b) $f\left(\frac{1}{t}\right)$; Resp: $\frac{1-4t^2}{t-t^2}$

   c) $f(x-2)$. Resp: $\frac{x^2-4x}{x-3}$

2. Se $f(x) = \frac{3x-1}{x-7}$, determine:

   a) $\frac{5f(-1)-2f(0)+3f(5)}{7}$; Resp: $-\frac{263}{98}$

   b) $f(t) + f\left(\frac{4}{t}\right)$. Resp: $\frac{-22t^2+38t-88}{-7t^2+53t-28}$

3. Dada $\phi(x) = \frac{x-1}{2x+7}$, forme as expressões $\phi\left(\frac{1}{x}\right)$ e $\frac{1}{\phi(x)}$. Resp: $\frac{1-x}{2+7x}$; $\frac{2x+7}{x-1}$

4. Dada a função $f(x) = x^2+1$, mostrar que , para $a \neq 0, f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{f(a)}{a^2}$.

5. Seja $f(x) = (x-2)(8-x)$ para $2 \leq x \leq 8$.

   a) Determine $f(5), f\left(-\frac{1}{2}\right)$ e $f\left(\frac{1}{2}\right)$; Resp: $9, \nexists, \nexists$

   b) Qual o domínio da função $f(x)$? Resp: $[2, 8]$

   c) Determine $f[f(3)]$ e $f[f(5)]$. Resp: $9, \nexists$

6. Determine o domínio das seguintes funções:

   a) $y = x^2$; Resp: $\mathbb{R}$

   b) $y = \sqrt{4-x^2}$; Resp: $[-2, 2]$

   c) $y = \frac{1}{x-4}$; Resp: $\mathbb{R} - \{4\}$

   d) $y = \sqrt{x^2-4x+3}$; Resp: $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

   e) $y = \sqrt[3]{x+7} - \sqrt[5]{x+8}$; Resp: $\mathbb{R}$

   f) $y = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$; Resp: $(-\infty, -1[\cup [0, +\infty)$

   g) $y = x - \frac{1}{x}$. Resp: $\mathbb{R} - \{0\}$

7. Construir o gráfico das seguintes funções:

   a) $f(x) = -x^2 + 4x - 1$;

b) $y = 4 - x^3$;

c) $f(x) = \frac{1}{x-2}$;

d) $f(x) = \begin{cases} x^3, \text{se } x \leq 0 \\ 1, \text{ se } 0 < x < 2 \\ x^2, \text{ se } x \geq 2 \end{cases}$

8. Para cada item, calcule $f+g, f-g, f \cdot g, f/g, f \circ g, g \circ f, k \cdot f$, onde k é uma constante:

   a) $f(x) = 2x$ e $g(x) = x^2 + 1$;

   b) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ e $g(x) = \frac{1}{x}$;

   c) $f(x) = \sqrt{x+1}$ e $g(x) = x - 2$.

9. Seja h definida por $h(x) = 2x - 7$. Calcule $h \circ h, h^2$ e $h + h$. Resp: $4x - 21; 4x^2 - 28x + 49; 4x - 14$

10. Sendo $f(x) = ax + b$, para quais valores de a e b tem-se $(f \circ f)(x) = 4x - 9$? Resp: 2 e -3; -2 e 9

11. Dadas as funções $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = 2x - 1$:

   a) Determine o domínio e o conjunto imagem de $f(x)$;

   b) Determine o domínio e o conjunto imagem de $g(x)$;

   c) Construa os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$;

   d) Calcule $f+g, f-g, g \cdot f, f/g, f \circ g$ e $g \circ f$;

   e) Determine o domínio das funções calculadas no item (d).

12. Sabendo que $f = g \circ h$, em cada item encontre a função h.

   a) $f(x) = x^2 + 1, g(x) = x + 1$

   b) $f(x) = \sqrt{x+2}, g(x) = x + 2$

13. A função $f(x)$ é do 1^o grau. Escreva a função se $f(-1) = 2$ e $f(2) = 3$.

14. Determine quais das seguintes funções são pares ou ímpares

   a) $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$

   b) $f(x) = 5x^3 - 2x$

   c) $f(s) = s^2 + 2s + 2$

   d) $f(t) = t^6 - 4$

e) $f(x) = |x|$

15. Demonstre que se f e g são funções ímpares, então $(f+g)$ e $(f-g)$ são também funções ímpares.

16. Demonstre que se f e g são funções ímpares, então $f.g$ e f/g são funções pares.

17. Mostre que a função $\frac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$ é par e que a função $\frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$ é ímpar.

18. Demonstre que qualquer função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pode ser expressa como a soma de uma função par com uma função ímpar.

19. Seja $\phi(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ e $\psi(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$. Demonstre que:

    a) $\phi(x+y) = \phi(x).\phi(y) + \psi(x).\psi(y)$

    b) $\psi(x+y) = \phi(x).\psi(y) + \phi(y).\psi(x)$.