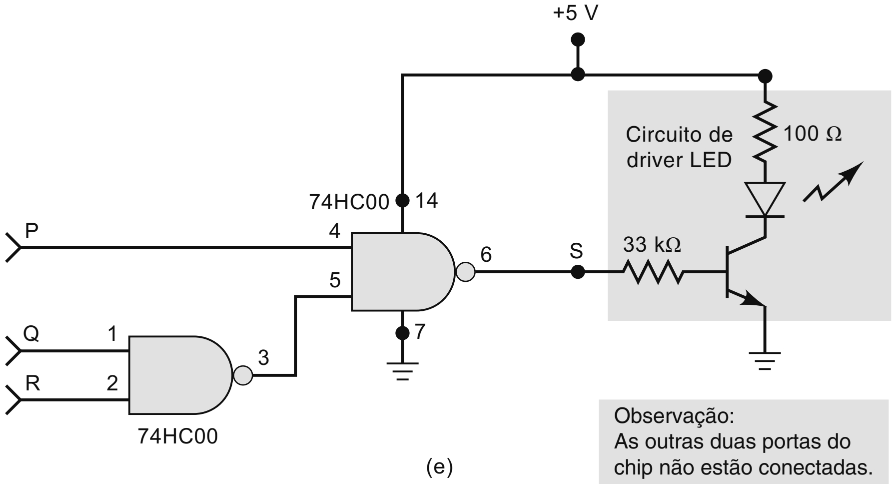


FIGURA 4.10 Circuito da Figura 4.9(d) implementado usando um CI NAND 74HC00.

Questões para revisão

1. Escreva a expressão, na forma de soma-de-produtos, para um circuito com quatro entradas e uma saída, que será nível ALTO apenas quando a entrada *A* for nível BAIXO exatamente ao mesmo tempo que as outras duas entradas forem nível BAIXO.
2. Implemente a expressão da Questão 1 usando apenas portas NAND de quatro entradas. Quantas são necessárias?

4.5 MÉTODO DO MAPA DE KARNAUGH

O **mapa de Karnaugh** (**mapa K**) é um método gráfico usado para simplificar uma equação lógica ou para converter uma tabela-verdade no circuito lógico correspondente, de maneira simples e metódica. Embora um mapa de Karnaugh possa ser usado em problemas que envolvem qualquer número de variáveis de entrada, sua utilidade prática está limitada a cinco ou seis variáveis. A apresentação a seguir está restrita a problemas com até quatro entradas, pois resolver problemas com cinco ou seis entradas é complicado demais, sendo melhor solucioná-los com um programa de computador.

Formato do mapa de Karnaugh

O mapa K, assim como uma tabela-verdade, é um meio de mostrar a relação entre as entradas lógicas e a saída desejada. A Figura 4.11 mostra três exemplos de mapas K, para duas, três e quatro variáveis, em conjunto com as tabelas-verdade correspondentes. Esses exemplos ilustram os seguintes pontos importantes:

1. A tabela-verdade fornece o valor da saída *X* para cada combinação de valores de entrada. O mapa K fornece a mesma informação em um formato diferente. Cada linha na tabela-verdade corresponde a um quadrado no mapa K. Por exemplo, na Figura 4.11(a), a condição $A = 0$, $B = 0$ na tabela-verdade corresponde ao quadrado $\overline{A}\,\overline{B}$ no mapa K. Visto que a tabela-verdade mostra $X = 1$ para esse caso, é colocado um 1 no quadrado $\overline{A}\,\overline{B}$ no mapa K. Da mesma maneira, a condição $A = 1$, $B = 1$ na tabela-verdade corresponde ao quadrado AB no mapa K. Visto que $X = 1$ nesse caso, um 1 é colocado no quadrado AB. Todos os outros quadrados são preenchidos com 0s. Essa mesma ideia é usada nos mapas de três ou quatro variáveis mostrados na figura.
2. Os quadrados do mapa K são nomeados de modo que quadrados adjacentes horizontalmente difiram apenas em uma variável. Por exemplo, o quadrado do canto superior esquerdo no mapa de quatro variáveis é $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$, enquanto o imediatamente à direita é $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$ (apenas a variável *D* é diferente). Da mesma forma, quadrados adjacentes verticalmente diferem apenas em uma variável. Por exemplo, o do canto superior esquerdo do mapa de quatro variáveis é $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$, enquanto o diretamente abaixo dele é $\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}$ (apenas a variável *B* é diferente).

   Observe que cada quadrado da linha superior é considerado adjacente ao correspondente na linha inferior. Por exemplo, o quadrado $\overline{A}\,\overline{B}CD$ na linha superior é adjacente ao quadrado $A\overline{B}CD$ na linha inferior, visto que um difere do outro apenas na variável *A*. Você pode imaginar que a parte superior do mapa foi dobrada de forma a tocar a

A	B	X
0	0	1 → $\overline{A}\,\overline{B}$
0	1	0
1	0	0
1	1	1 → AB

$$x = \overline{A}\,\overline{B} + AB$$

	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	1	0
A	0	1

(a)

A	B	C	X
0	0	0	1 → $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$
0	0	1	1 → $\overline{A}\,\overline{B}C$
0	1	0	1 → $\overline{A}B\overline{C}$
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1 → $AB\overline{C}$
1	1	1	0

$$X = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C}$$

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	1	1
$\overline{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\overline{B}$	0	0

(b)

A	B	C	D	X
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1 → $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1 → $\overline{A}B\overline{C}D$
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1 → $AB\overline{C}D$
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1 → $ABCD$

$$X = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D + AB\overline{C}D + ABCD$$

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	1	0	0
$\overline{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\overline{B}$	0	0	0	0

(c)

FIGURA 4.11 Mapas de Karnaugh e tabelas-verdade para (a) duas, (b) três e (c) quatro variáveis.

parte inferior, assim como os quadrados da coluna mais à esquerda são adjacentes aos quadrados da coluna mais à direita.

3. Para que os quadrados adjacentes, tanto na vertical quanto na horizontal, difiram apenas de uma variável, as denominações, de cima para baixo, têm de ser feitas na ordem mostrada: $\overline{A}\,\overline{B}$, $\overline{A}B$, AB, $A\overline{B}$. O mesmo se aplica às denominações de variáveis da esquerda para a direita: $\overline{C}\,\overline{D}$, $\overline{C}D$, CD, $C\overline{D}$.
4. Uma vez que um mapa K seja preenchido com 0s e 1s, a expressão na forma de soma-de-produtos para a saída X pode ser obtida fazendo-se a operação OR dos quadrados que contêm 1. No mapa de três variáveis na Figura 4.11(b), os quadrados $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$, $\overline{A}\,\overline{B}C$, $\overline{A}B\overline{C}$ e $AB\overline{C}$ contêm 1, de forma que $X = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C}$.

Agrupamento de quadros

A expressão para a saída X pode ser simplificada combinando adequadamente os quadros do mapa K que contêm 1. O processo de combinação desses 1s é denominado **agrupamento**.

Agrupamento de dois quadros (pares)

A Figura 4.12(a) é o mapa K para uma determinada tabela-verdade de três variáveis. Esse mapa contém um par de 1s adjacentes verticalmente; o primeiro representa $\overline{A}B\overline{C}$ e o segundo, $AB\overline{C}$. Observe que nesses dois termos a variável A aparece na forma normal e complementada (invertida), enquanto B e $\overline{C}$ permanecem inalteradas. Esses dois termos podem ser agrupados (combinados) resultando na eliminação da variável A, visto que ela aparece nos dois termos nas formas complementada e não complementada. Isso é facilmente provado, conforme mostrado a seguir:

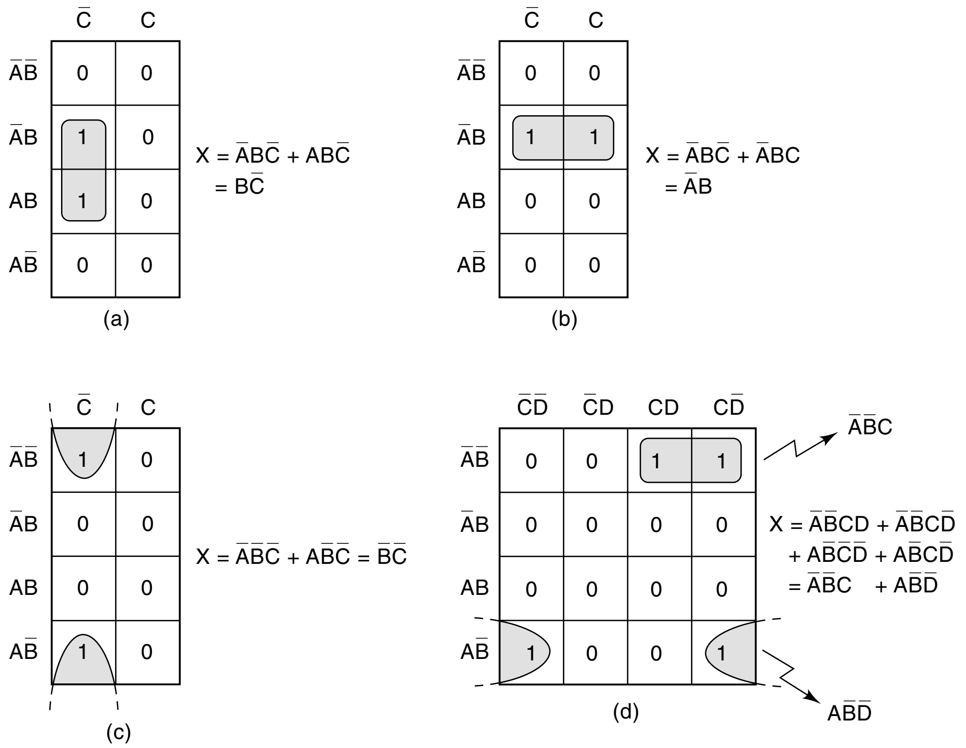


FIGURA 4.12 Exemplos de agrupamentos de pares de 1s adjacentes.

$$\begin{aligned} X &= \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} \\ &= B\overline{C}(\overline{A} + A) \\ &= B\overline{C}(1) = B\overline{C} \end{aligned}$$

O mesmo princípio é válido para qualquer par de 1s adjacentes vertical ou horizontalmente. A Figura 4.12(b) mostra um exemplo de dois 1s adjacentes horizontalmente. Esses dois 1s podem ser agrupados eliminando a variável *C*, visto que ela aparece nas formas complementada e não complementada, resultando em $X = \overline{A}B$.

Outro exemplo é mostrado na Figura 4.12(c). Nesse mapa K, as linhas superior e inferior de quadros são consideradas adjacentes. Assim, os dois 1s nesse mapa podem ser agrupados, gerando como resultado $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} = \overline{B}\,\overline{C}$.

A Figura 4.12(d) mostra um mapa K que tem dois pares de 1s que podem ser agrupados. Os dois 1s na linha superior são horizontalmente adjacentes, assim como os dois 1s na linha inferior, visto que, em um mapa K, a coluna mais à esquerda e a mais à direita são consideradas adjacentes. Quando o par de 1s superior é agrupado, a variável *D* é eliminada (já que ela aparece tanto como *D* quanto como $\overline{D}$) resultando no termo $\overline{A}\,\overline{B}C$. Agrupando o par de 1s inferior, eliminamos a variável C, obtendo o termo $A\overline{B}\,\overline{D}$. Esses dois termos são unidos por uma operação OR, resultando no valor final para *X*.

Resumindo:

Agrupando um par de 1s adjacentes em um mapa K, elimina-se a variável que aparece nas formas complementada e não complementada.

Agrupamento de quatro quadros (quartetos)

Um mapa K pode conter um grupo de quatro 1s adjacentes entre si. Esse grupo é denominado *quarteto*. A Figura 4.13 mostra vários exemplos de quartetos. Na parte (a) da figura, os quatro 1s são adjacentes verticalmente, e na parte (b), horizontalmente. O mapa K na Figura 4.13(c) contém quatro 1s formando um quadrado, sendo considerados adjacentes entre si. Os quatro 1s na Figura 4.13(d) também são, assim como os quatro 1s do mapa na Figura 4.13(e) porque, conforme mencionado anteriormente, as linhas superior e inferior são adjacentes entre si, assim como as colunas mais à esquerda e mais à direita.

Quando um quarteto é agrupado, o termo resultante conterá apenas as variáveis que não alteram a forma considerando todos os quadros 1s do quarteto. Por exemplo, na Figura 4.13(a), os quatro quadros que contêm 1 são $\overline{A}\,\overline{B}C$, $\overline{A}BC$, ABC e $A\overline{B}C$. Uma análise desses termos revela que apenas a variável *C* permanece inalterada (as variáveis *A* e *B* aparecem nas

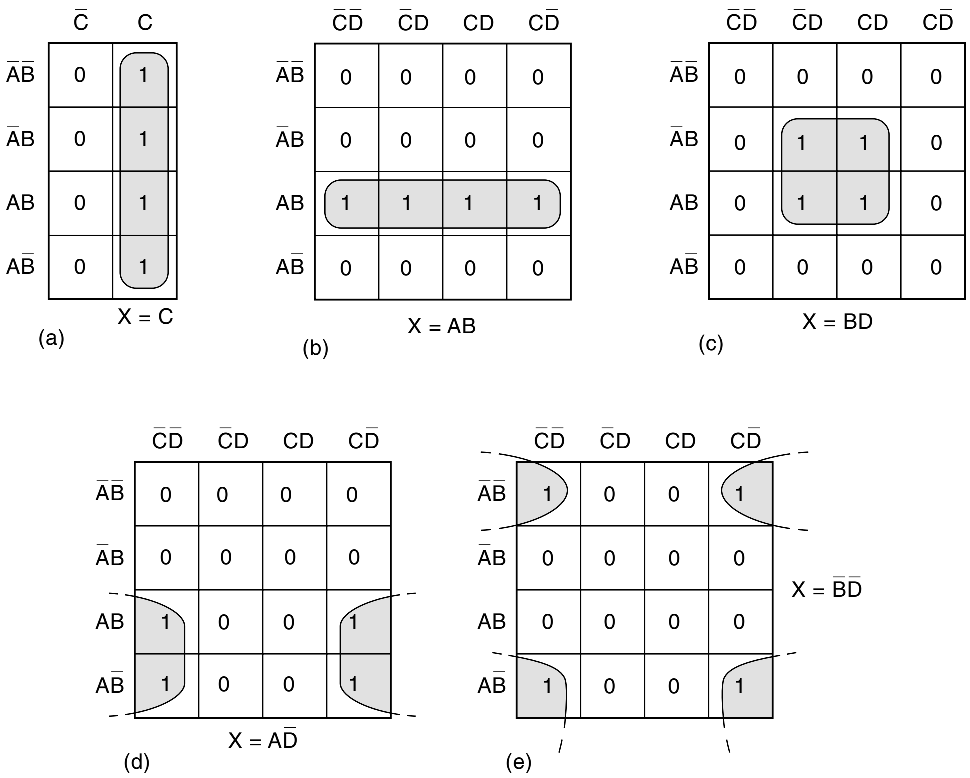


FIGURA 4.13 Exemplos de agrupamentos de quatro 1s (quartetos).

formas complementada e não complementada). Assim, a expressão resultante para X é simplesmente $X = C$. Isso pode ser provado como mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} X &= \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC + A\overline{B}C \\ &= \overline{A}C(\overline{B} + B) + AC(B + \overline{B}) \\ &= \overline{A}C + AC \\ &= C(\overline{A} + A) = C \end{aligned}$$

Como outro exemplo, considere a Figura 4.13(d), na qual os quatro quadros que contêm 1s são $AB\overline{C}\,\overline{D}$, $A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$, $ABC\overline{D}$ e $A\overline{B}C\overline{D}$. Uma análise desses termos indica que apenas as variáveis A e $\overline{D}$ permanecem inalteradas, de modo que a expressão simplificada para X é

$$X = A\overline{D}$$

Isso pode ser provado da mesma maneira que anteriormente. O leitor deve analisar cada um dos outros casos mostrados na Figura 4.13 para verificar as expressões indicadas para X.

Resumindo:

Agrupando um quarteto de 1s adjacentes, eliminam-se duas variáveis que aparecem nas formas complementada e não complementada.

Agrupamento de oito quadros (octetos)

Um grupo de oito 1s adjacentes entre si é denominado *octeto*. Vários exemplos de octetos são mostrados na Figura 4.14. Quando um octeto é agrupado em um mapa de quatro variáveis, três são eliminadas, porque apenas uma variável permanece inalterada. Por exemplo, a análise do agrupamento dos oito quadros 1s na Figura 4.14(a) mostra que apenas a variável B se mantém na mesma forma para os oito quadros: as outras variáveis aparecem nas formas complementada e não complementada. Assim, para esse mapa, $X = B$. O leitor pode verificar os resultados para os outros exemplos mostrados na Figura 4.14.

Resumindo:

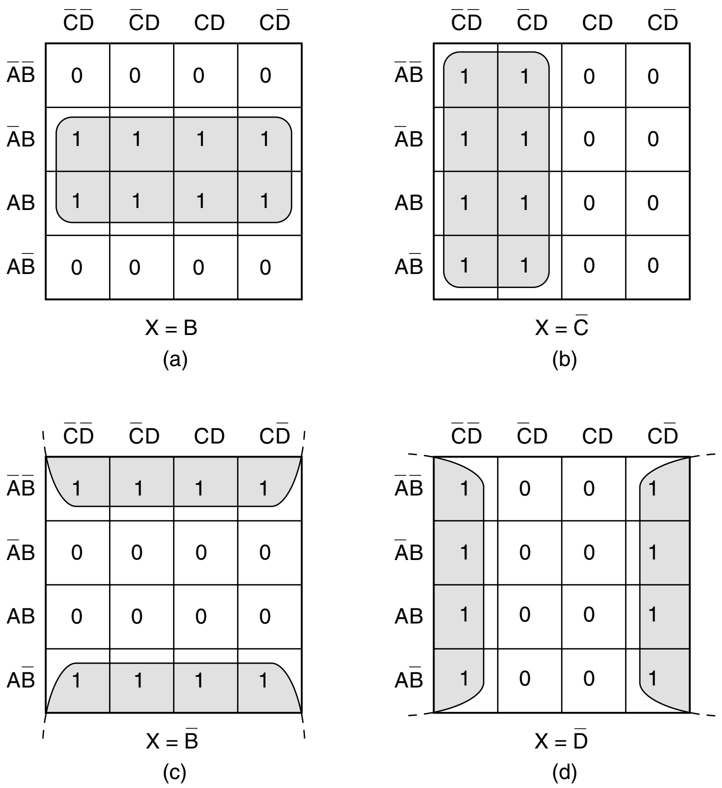


FIGURA 4.14 Exemplos de agrupamentos de oito 1s (octetos).

Agrupando um octeto de 1s adjacentes, eliminam-se três variáveis que aparecem nas formas complementada e não complementada.

Processo completo de simplificação

Vimos como o agrupamento de pares, quartetos e octetos em um mapa K pode ser usado para obter uma expressão simplificada. Podemos resumir as regras de agrupamentos para grupos de *qualquer* tamanho:

Quando uma variável aparece nas formas complementada e não complementada em um agrupamento, tal variável é eliminada da expressão. As variáveis que não se alteram para todos os quadros do agrupamento têm de permanecer na expressão final.

Deve ficar claro que um grupo maior de 1s elimina mais variáveis. Para ser exato, um grupo de dois 1s elimina uma variável, um de quatro 1s elimina duas e um de oito 1s elimina três. Esse princípio será usado para se obter a expressão lógica simplificada a partir do mapa K que contém qualquer combinação de 1s e 0s.

O procedimento será inicialmente resumido e, em seguida, aplicado em vários exemplos. Estes são os passos seguidos no uso do método do mapa K para a simplificação de uma expressão booleana:

Passo 1 Construa o mapa K e coloque os 1s nos quadros que correspondem aos 1s na tabela-verdade. Coloque 0s nos outros quadros.

Passo 2 Analise o mapa quanto aos 1s adjacentes e agrupe os 1s que *não* sejam adjacentes a quaisquer outros 1s. Esses são denominados 1s *isolados*.

Passo 3 Em seguida, procure os 1s que são adjacentes a somente um outro 1. Agrupe *todo* par que contém tal 1.

Passo 4 Agrupe qualquer octeto, mesmo que contenha alguns 1s que já tenham sido agrupados.

Passo 5 Agrupe qualquer quarteto que contenha um ou mais 1s que ainda não tenham sido agrupados, *certificando-se de usar o menor número de agrupamentos*.

Passo 6 Agrupe quaisquer pares necessários para incluir 1s que ainda não tenham sido agrupados, *certificando-se de usar o menor número de agrupamentos*.

Passo 7 Forme a soma OR de todos os termos gerados por cada grupo.

Esses passos são seguidos exatamente como mostrado e mencionado nos exemplos a seguir. Em cada caso, a expressão lógica resultante estará em sua forma mais simples da soma-de-produtos.

Exemplo 4.10

A Figura 4.15(a) mostra um mapa K para um problema de quatro variáveis. Vamos supor que o mapa tenha sido obtido a partir da tabela-verdade do problema (passo 1). Os quadrados estão numerados por conveniência para identificar cada grupo. Use os passos 2-7 do processo de simplificação para reduzir o mapa K a uma expressão soma-de-produtos.

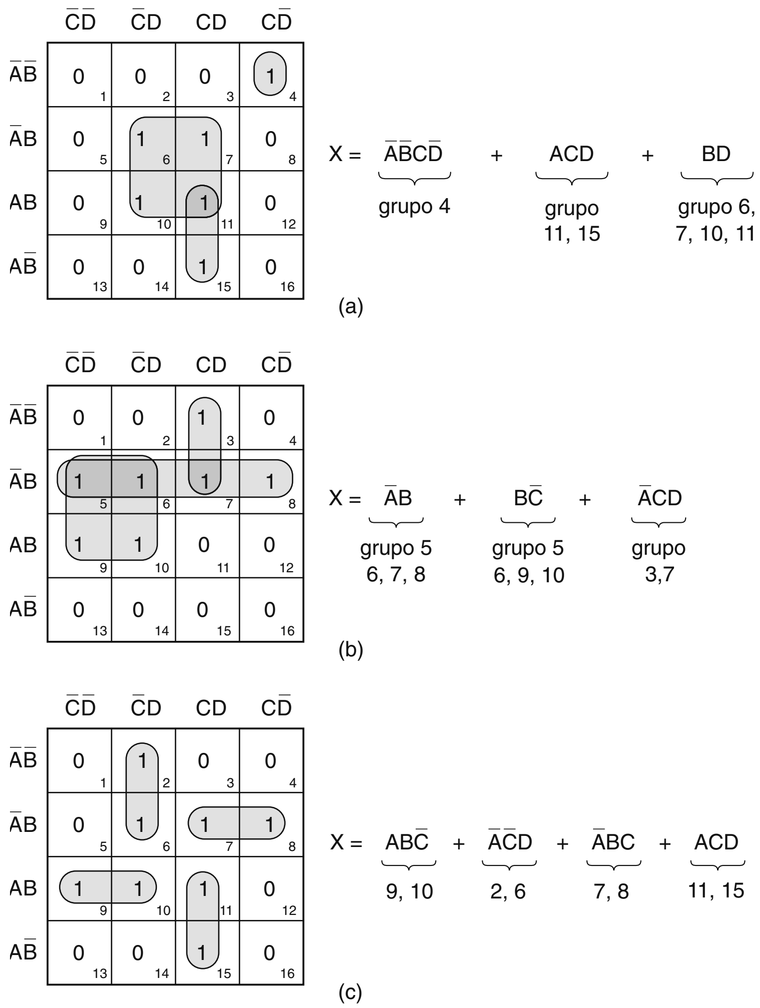


FIGURA 4.15 Exemplos 4.10 a 4.12.

Solução

Passo 2 O quadrado 4 é o único que contém um 1 que não é adjacente a qualquer outro 1. Ele é agrupado e denominado grupo 4.

Passo 3 O quadrado 15 é adjacente *apenas* ao quadrado 11. Esse par é agrupado e denominado grupo 11, 15.

Passo 4 Não há octetos.

Passo 5 Os quadrados 6, 7, 10 e 11 formam um quarteto agrupado (grupo 6, 7, 10, 11). Observe que o quadrado 11 foi usado novamente, mesmo fazendo parte do grupo 11, 15.

Passo 6 Todos os 1s já estão agrupados.

Passo 7 Cada grupo gera um termo na expressão para X. O grupo 4 é simplesmente $\bar{A}\,\bar{B}C\bar{D}$. O grupo 11, 15 é ACD (a variável B foi eliminada). O grupo 6, 7, 10, 11 é BD (A e C foram eliminadas).

Exemplo 4.11

Considere o mapa K na Figura 4.15(b). Mais uma vez, vamos supor que o passo 1 já tenha sido realizado. Simplifique.

Solução

Passo 2 Não há 1s isolados.
Passo 3 O 1 no quadro 3 é adjacente *apenas* ao 1 no quadro 7. O agrupamento desse par (grupo 3, 7) gera o termo $\overline{A}CD$.
Passo 4 Não há octetos.
Passo 5 Existem dois quartetos. Os quadrados 5, 6, 7 e 8 formam um quarteto. O agrupamento desse quarteto gera o termo $\overline{A}B$. O segundo quarteto é formado pelos quadrados 5, 6, 9 e 10, o qual é agrupado porque contém dois quadrados que não foram agrupados anteriormente. O agrupamento desse quarteto gera o termo $B\overline{C}$.
Passo 6 Todos os 1s já foram agrupados.
Passo 7 Os termos gerados pelos três grupos são unidos pela operação OR, resultando na expressão para X.

Exemplo 4.12

Considere o mapa K na Figura 4.15(c). Simplifique.

Solução

Passo 2 Não existem 1s isolados.
Passo 3 O 1 no quadrado 2 é adjacente apenas ao 1 no quadrado 6. Esse par é agrupado para gerar $\overline{A}\,\overline{C}D$. De maneira similar, o quadrado 9 é adjacente apenas ao 10. Agrupando esse par, gera-se $AB\overline{C}$. Do mesmo modo, o grupo 7, 8 e o grupo 11, 15 geram os termos $\overline{A}BC$ e ACD, respectivamente.
Passo 4 Não existem octetos.
Passo 5 Existe um quarteto formado pelos quadrados 6, 7, 10 e 11. Esse quarteto, entretanto, *não* é agrupado porque todos os 1s do quarteto já foram incluídos em outros grupos.
Passo 6 Todos os 1s já foram agrupados.
Passo 7 A expressão para X é mostrada na figura.

Exemplo 4.13

Considere os dois agrupamentos de mapas K na Figura 4.16. Qual deles é melhor?

Solução

Passo 2 Não existem 1s isolados.
Passo 3 Não existem 1s que sejam adjacentes a apenas um outro 1.
Passo 4 Não existem octetos.
Passo 5 Não existem quartetos.
Passos 6 e 7 Existem muitos pares possíveis. O processo de agrupamento tem de usar o menor número de grupos para envolver todos os 1s. Para esse mapa, há *dois* agrupamentos possíveis, que requerem apenas quatro agrupamentos de pares. A Figura 4.16(a) mostra uma solução e a expressão resultante. A Figura 4.16(b) mostra outra solução. Observe que as duas expressões têm a mesma complexidade; portanto, nenhuma é melhor que a outra.

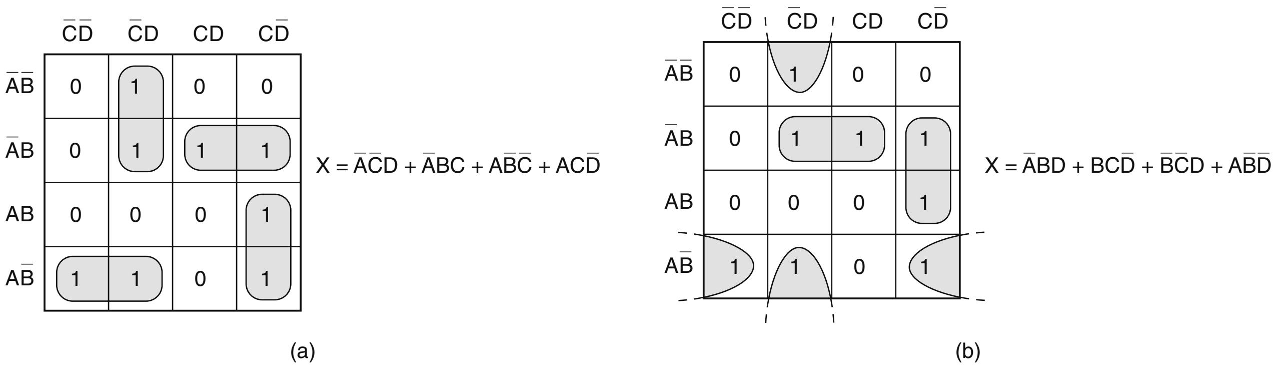


FIGURA 4.16 O mesmo mapa K com duas soluções igualmente boas.

Preenchendo o mapa K a partir da expressão de saída

Quando a saída desejada é apresentada como uma expressão booleana em vez de uma tabela-verdade, o mapa K pode ser preenchido usando os seguintes passos:

1. Passe a expressão para a forma de soma-de-produtos caso ela não esteja nesse formato.
2. Para cada termo produto da expressão na forma de soma-de-produtos, coloque um 1 em cada quadrado do mapa K cuja denominação seja a mesma da combinação das variáveis de entrada. Coloque um 0 em todos os outros quadrados.

O exemplo a seguir ilustra esse procedimento.

Exemplo 4.14

Use um mapa K para simplificar $y = \overline{C}(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + D) + A\overline{B}C + \overline{D}$.

Solução

1. Multiplique o primeiro termo para obter $y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{C}D + A\overline{B}C + \overline{D}$, que está agora na forma de soma-de-produtos.
2. Para o termo $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$ coloque simplesmente um 1 no quadrado $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$ do mapa K (Figura 4.17). Para o termo $\overline{C}D$, coloque um 1 em todos os quadrados que têm $\overline{C}D$ nas denominações, ou seja, $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$, $\overline{A}B\overline{C}D$, $AB\overline{C}D$, $A\overline{B}\,\overline{C}D$. Para o termo $A\overline{B}C$, coloque um 1 em todos os quadrados que têm $A\overline{B}C$ nas denominações, ou seja, $A\overline{B}C\overline{D}$, $A\overline{B}CD$. Para o termo $\overline{D}$ coloque um 1 em todos os quadrados que têm $\overline{D}$ nas denominações, ou seja, todos os quadrados das colunas mais à esquerda e mais à direita.

O mapa K agora está preenchido e pode ser agrupado para as simplificações. Verifique que os agrupamentos adequados geram $y = A\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$.

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	1	1	0	1
$\overline{A}B$	1	1	0	1
AB	1	1	0	1
$A\overline{B}$	1	1	1	1

$y = A\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$

FIGURA 4.17 Exemplo 4.14

Condições de irrelevância (*don't-care*)

Alguns circuitos lógicos podem ser projetados de modo que existam certas condições de entrada para as quais não existem níveis de saída especificados, em geral, porque essas condições de entrada nunca ocorrerão. Em outras palavras, existem certas combinações para os níveis de entrada em que é irrelevante (*don't-care*) se a saída é nível ALTO ou BAIXO. Isso está ilustrado na tabela-verdade da Figura 4.18(a).

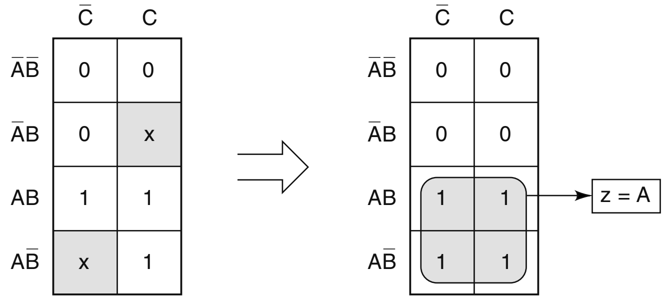
Nesse caso, a saída z não é especificada nem como 0 nem como 1 para as condições $A, B, C = 1, 0, 0$ e $A, B, C = 0, 1, 1$. Em vez de níveis, um x é mostrado para essas condições. O x representa a **condição de irrelevância (don't-care).** Uma condição de irrelevância pode acontecer por várias razões, mais comumente em algumas situações das combinações de entrada que nunca ocorrerão; assim, não há saída especificada para essas condições.

Um projetista de circuito está livre para fazer a saída ser 0 ou 1 para qualquer condição de irrelevância, podendo com isso gerar uma expressão de saída mais simples. Por exemplo, o mapa K para essa tabela-verdade é mostrado na Figura 4.18(b) com um x colocado nos quadrados $A\overline{B}\,\overline{C}$ e $\overline{A}BC$. Nesse caso, o projetista deve alterar o x no quadrado $A\overline{B}\,\overline{C}$ para 1 e o x no quadrado $\overline{A}BC$ para 0, visto que isso produz um quarteto que pode ser agrupado para gerar $z = A$, conforme mostrado na Figura 4.18(c).

Sempre que ocorrerem condições de irrelevância, temos de decidir qual x será alterado para 0 e qual para 1, de modo a gerar o melhor agrupamento no mapa K (isto é, a expressão mais simplificada). Essa decisão nem sempre é fácil. Diversos problemas no final do capítulo proporcionarão a prática para lidar com os casos de irrelevância. Vejamos outro exemplo.

A	B	C	z	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	x	irrelevante
1	0	0	x	irrelevante
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	1	

(a)

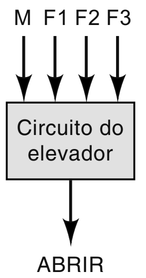


(b) (c)

FIGURA 4.18 Condições de irrelevância devem ser alteradas para 0 ou 1, de modo a gerar agrupamentos no mapa K que produzam a expressão mais simples.

Exemplo 4.15

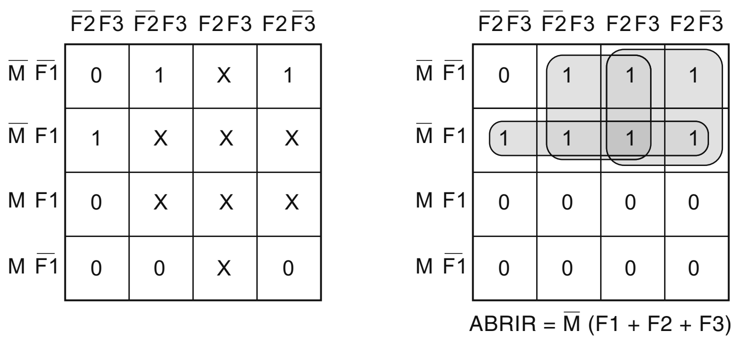
Vamos projetar um circuito lógico que controla uma porta de elevador em um prédio de três andares. O circuito na Figura 4.19(a) tem quatro entradas. *M* é um sinal lógico que indica quando o elevador está se movendo (*M* = 1) ou parado (*M* = 0). *F1*, *F2* e *F3* são os sinais indicadores dos andares que são normalmente nível BAIXO, passando para nível ALTO apenas quando o elevador estiver posicionado em determinado andar. Por exemplo, quando estiver no segundo andar, *F2* = 1 e *F1* = *F3* = 0. A saída do circuito é o sinal *ABRIR* que normalmente é nível BAIXO e vai para o ALTO quando a porta do elevador precisar ser aberta.
Podemos preencher a tabela-verdade para a saída ABRIR [Figura 4.19(b)], conforme se segue:



(a)

M	F1	F2	F3	ABRIR
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	1
0	1	0	1	X
0	1	1	0	X
0	1	1	1	X
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	X
1	1	0	0	0
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

(b)



(c) (d)

FIGURA 4.19 Exemplo 4.15.

1. Visto que o elevador não está em mais de um andar ao mesmo tempo, apenas uma das entradas relativas aos andares pode ser nível ALTO em um dado momento. Isso significa que todos os casos da tabela-verdade em que mais de uma entrada relativa aos andares for nível 1 são condições de irrelevância. Podemos colocar um x na coluna da saída ABRIR para aqueles oito casos em que mais de uma entrada F for nível 1.
2. Observando os outros oito casos, quando $M = 1$ o elevador se move, então a saída ABRIR tem de ser 0, pois não queremos que a porta do elevador abra. Quando $M = 0$ (elevador parado), queremos ABRIR = 1 proporcionada por uma das entradas, relativas aos andares, em nível 1. Quando $M = 0$ e todas as entradas relativas aos andares forem 0, o elevador está parado, mas não está adequadamente alinhado com qualquer andar, de forma que desejamos ABRIR = 0 para manter a porta fechada.

A tabela-verdade agora está completa e podemos transferir as informações para o mapa K, conforme mostra a Figura 4.19(c). Esse mapa tem apenas três 1s, porém possui oito condições de irrelevância. Alterando quatro desses quadrados de irrelevância para 1s, podemos gerar quartetos que contenham os 1s originais [Figura 4.19(d)]. É o melhor que podemos fazer quanto à minimização da expressão de saída. Verifique que os agrupamentos feitos geram a expressão para a saída ABRIR mostrada.

Resumo

O processo do mapa K tem várias vantagens sobre o método algébrico. O mapa K é um processo mais ordenado, com passos bem definidos quando comparado com o processo de tentativa e erro, algumas vezes usado na simplificação algébrica. Normalmente, o mapa K requer menos passos, em especial para expressões que contêm muitos termos, e sempre gera uma expressão mínima.

No entanto, alguns professores preferem o método algébrico, porque requer conhecimento amplo de álgebra booleana e não é um procedimento mecânico. Cada método tem suas vantagens e, embora a maioria dos projetistas de circuitos lógicos seja adepta de ambos, ser habilidoso em um deles é o suficiente para produzir resultados aceitáveis.

Existem outras técnicas mais complexas para minimizar circuitos lógicos com mais de quatro entradas. Elas são adequadas para circuitos com grande número de entradas, nos quais tanto o método algébrico quanto o mapa K são impraticáveis. A maioria dessas técnicas pode ser implementada por um programa de computador, que realizará a minimização a partir dos dados provenientes de uma tabela-verdade ou de uma expressão não simplificada.

Questões para revisão

1. Use o mapa K para obter a expressão do Exemplo 4.7.
2. Use o mapa K para obter a expressão do Exemplo 4.8. Esse exemplo enfatiza a vantagem do mapa K para expressões contendo muitos termos.
3. Obtenha a expressão do Exemplo 4.9 usando um mapa K.
4. O que é uma condição de irrelevância?

4.6 CIRCUITOS EXCLUSIVE-OR E EXCLUSIVE-NOR

Dois circuitos lógicos especiais, que aparecem muitas vezes em sistemas digitais, são os circuitos *exclusive-OR* e *exclusive-NOR*.

Exclusive-OR (OU-EXCLUSIVO)

Considere o circuito lógico mostrado na Figura 4.20(a). A expressão de saída para esse circuito é

$$x = \overline{A}B + A\overline{B}$$

A tabela-verdade que acompanha o circuito mostra que $x = 1$ em dois casos: $A = 0, B = 1$ (o termo $\overline{A}B$) e $A = 1, B = 0$ (o termo $A\overline{B}$). Em outras palavras:

Esse circuito produz uma saída em nível ALTO sempre que as duas entradas estiverem em níveis opostos.

Esse é o circuito **exclusive-OR**, que daqui em diante será abreviado como **XOR**.

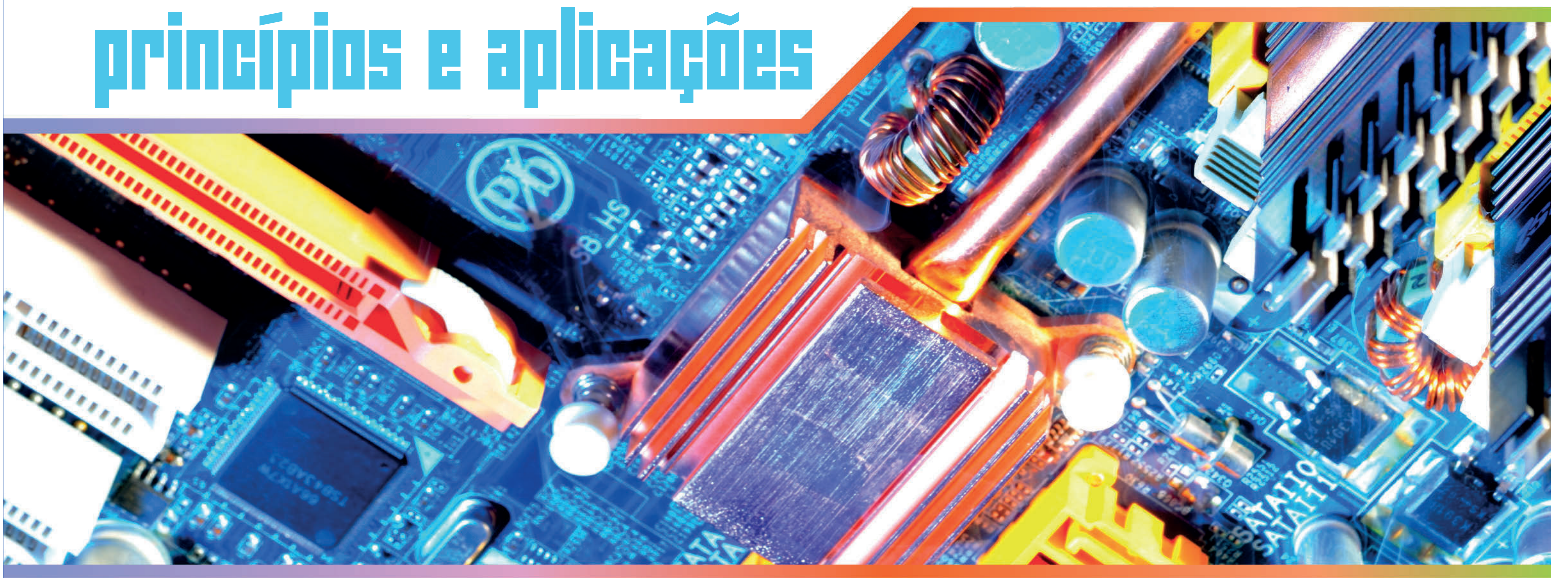
Essa combinação particular de portas lógicas ocorre com frequência e é muito útil em determinadas aplicações. Na verdade, o circuito XOR tem um símbolo próprio, mostrado na Figura 4.20(b). Admite-se que esse símbolo contém todo o

RONALD J. TOCCI
NEAL S. WIDMER | GREGORY L. MOSS

11ª EDIÇÃO

SISTEMAS DIGITAIS

princípios e aplicações



ALWAYS LEARNING

PEARSON