

UFFS - Ciência da Computação - Matemática Discreta
Lista 4 - Lógica - Data: 27/09/2023 - Profa. Rosane R. Binotto

1ª Questão Para cada conjunto:

- descreva de forma alternativa (usando outra forma de notação);
 - diga se é finito ou infinito.
- 1) Todos os números inteiros maiores que 10.
 - 2) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$.
 - 3) Os números ímpares.

2ª Questão Represente os conjuntos abaixo indicados por uma propriedade característica de seus elementos:

- 1) $A = \{-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6\}$.
- 2) $B = \{0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, \dots\}$.
- 3) $C = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, \dots\}$.

3ª Questão Considere $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$. Liste os elementos de cada um dos seguintes conjuntos:

- 1) $\{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é divisível por } 3\}$.
- 2) $\{x \mid x = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*\}$.
- 3) $\{x \mid x = 2y + 1, \text{ com } y \in \mathbb{N} \text{ e } y < 8\}$.
- 4) $\{x = 2n \mid n \in \mathbb{N}\}$.
- 5) $\{x \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \text{ e } n < 6\}$.
- 6) $\{n \in \mathbb{N}^* \mid n + 1 \text{ é primo}\}$.

4ª Questão Liste os elementos dos seguintes conjuntos e informe que conjuntos são vazios.

- 1) $\{n \in \mathbb{N} \mid n^2 = 9\}$.
- 2) $\{n \in \mathbb{Z} \mid n^2 = 9\}$.
- 3) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 9\}$.
- 4) $\{n \in \mathbb{N} \mid 3 < n < 7\}$.
- 5) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 0\}$.
- 6) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = -4\}$.
- 7) $\{n \in \mathbb{N}^* \mid n \text{ é primo e } n \leq 15\}$.

5ª Questão Descreva cada um dos conjuntos a seguir:

- 1) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } \exists q, q \in \{2, 3\} \text{ e } x = 2q\}.$
- 2) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } \forall y, y \text{ par} \rightarrow x \neq y\}.$

6ª Questão Determine a cardinalidade dos seguintes conjuntos.

- 1) $\{x \mid x = 2n + 1, 3 \leq n \leq 6, n \in \mathbb{N}\}.$
- 2) $\{y = -x + 1, -2 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}.$
- 3) $\{y = x^2 + 1, -2 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}.$

7ª Questão Descreva o conjunto das partes do conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}.$

8ª Questão Sejam $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{2, 3, 4\}$ e $Z = \{2\}.$ Encontre o maior conjunto W satisfazendo as seguintes condições: $W \subset X, W \subset Y$ e $Z \subset W.$ Faça diagramas de Venn.

9ª Questão Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas, justificando.

- 1) $3 = \{3\}.$
- 2) $5 \in \{\{5\}\}.$
- 3) $4 \in \{\{4\}, 4\}.$
- 4) $\emptyset \in \{3\}.$
- 5) $\{2, 8\} \subseteq \{2, 8, 9\}.$
- 6) $\{3, 4\} \subseteq \{\{3, 4\}, \{5, 6\}\}.$
- 7) $(\forall A)(\forall B)(\forall C) (A \cap B \cap C = A \cap B \cap (C \cup B)).$
- 8) $(\forall A)(\forall B)(\forall C) ((A \cup B) - C = A \cup (B - C)).$
- 9) $(\forall A)(\forall B)(\forall C) (A \cup B = A \cup C \implies B = C).$

10ª Questão Sejam A e B conjuntos. Determine se cada uma das afirmações abaixo são verdadeiras. Se sim, mostre, caso contrário, dê um contraexemplo.

- 1) $x \in A \text{ e } A \in B \Rightarrow x \in B.$
- 2) $x \in A \text{ e } A \subseteq B \Rightarrow x \in B.$
- 3) $x \in A \text{ e } A \not\subseteq B \Rightarrow x \notin B.$
- 4) $A \subseteq B \text{ e } x \notin B \Rightarrow x \notin A.$
- 5) $A \subseteq B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B).$

11ª Questão Suponha o conjunto universo $S = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$ bem como os seguintes conjuntos: $A = \{p, q, r, s\}$, $B = \{r, t, v\}$ e $C = \{p, s, t, u\}$.

- | | |
|------------------------|------------------------------|
| 1) $B \cap C$. | 6) $\overline{(A \cup B)}$. |
| 2) $A \cup C$. | 7) $A \times B$. |
| 3) \overline{C} . | 8) $(A \cup B) \cap C$. |
| 4) $A \cap B \cap C$. | 9) $A + B$. |
| 5) $B - C$. | 10) $B + B$. |

12ª Questão Suponha o conjunto universo $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ bem como os seguintes conjuntos: $A = \{2, 4, 5, 6, 8\}$, $B = \{1, 4, 5, 9\}$, $C = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge 2 \leq x < 5\}$.

- | | |
|------------------------------|---|
| 1) $A \cap B$. | 9) $C - B$. |
| 2) $A \cup B$. | 10) $(C \cap B) \cup \overline{A}$. |
| 3) $A \cap C$. | 11) $\overline{(B - A)} \cap (A - B)$. |
| 4) $B \cup C$. | 12) $\overline{(C \cup B)}$. |
| 5) $A - B$. | 13) $B \times C$. |
| 6) \overline{A} . | 14) $(A \times B) \times C$. |
| 7) $A \cap \overline{A}$. | 15) $B + C$. |
| 8) $\overline{(A \cap B)}$. | 16) $(B + B) + B$. |

13ª Questão Sejam A , B e C conjuntos quaisquer. Prove que:

- 1) $(A \cup B) \cap \overline{A} = B \cap \overline{A}$.
- 2) $(A \cap B) \cup A = A$.
- 3) $A \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup B$.
- 4) $A \cap (\overline{A} \cup B) = A \cap B$.
- 5) $(A - B) \subseteq A$.
- 6) $A - B = A \iff A \cap B = \emptyset$.
- 7) $(A - B) \cap B = \emptyset$.
- 8) $(A - B) \cup B = A \cup B$.
- 9) $A \cap B = A - (A - B)$.
- 10) $A \subseteq B \iff \overline{B} \subseteq \overline{A}$.