**UFFS - Ciência da Computação - Matemática Discreta**
**Lista 2 - Lógica dos Predicados - Quantificadores - Regras de Inferência**
**Data: 30/08/2023 - Profa. Rosane R. Binotto**

**1ª Questão** Considere $P(x)$ a sentença "$x \leq 4$". Quais são os valores verdade das proposições abaixo?

**1)** $P(0)$ **2)** $P(4)$ **3)** $P(6)$

**2ª Questão** Considere a sentença $Q(x, y)$ : $x$ é a capital de $y$. Quais são os valores verdade das proposições abaixo?

**1)** $Q$(Buenos Aires, Argentina).
**2)** $Q$(Medelin, Colômbia).
**3)** $Q$(Brasil, Brasília).

**3ª Questão** Constate o valor de $x$ depois que a proposição "**if** $P(x)$ **then** $x := 1$" for executada, em que $P(x)$ é a proposição $x > 1$, se o valor de $x$, quando essa proposição for alcançada, for

**a)** $x = 0$. **b)** $x = 1$. **c)** $x = 2$.

**4ª Questão** Considere $P(x)$ a sentença "$x$ passa mais do que cinco horas em aula todos os dias", em que o domínio de $x$ são todos os estudantes. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

**1)** $\exists x,\ P(x)$ **2)** $\forall x,\ P(x)$
**3)** $\exists x,\ \sim P(x)$ **4)** $\forall x,\ \sim P(x)$

**5ª Questão** Transcreva as proposições solicitadas para o português, em que $C(x)$: "$x$ é comediante" e $F(x)$: "$x$ é divertido" e o domínio são todas as pessoas.

**1)** $\forall x,\ \big(C(x) \rightarrow F(x)\big)$ **2)** $\forall x,\ \big(C(x) \wedge F(x)\big)$
**3)** $\exists x,\ \big(C(x) \rightarrow F(x)\big)$ **4)** $\exists x,\ \big(C(x) \wedge F(x)\big)$

**6ª Questão** Considere $P(x)$: "$x$ fala inglês" e $Q(x)$: "$x$ sabe a linguagem computacional C++". Expresse cada uma dessas sentenças em termos de $P(x)$, $Q(x)$, quantificadores e conectivos lógicos. O domínio para quantificadores são todos os estudantes de sua universidade.

**1)** Há um estudante em sua universidade que fala inglês e sabe C++.

**2)** Há um estudante em sua universidade que fala inglês, mas não sabe C++.

**3)** Todo estudante de sua universidade ou fala inglês ou sabe C++.

**4)** Nenhum estudante em sua universidade fala inglês ou sabe C++.

**7ª Questão** Considere $P(x)$: "$x+1<2x$". Se o domínio for o conjunto números inteiros, quais são os valores verdade das proposições abaixo?

**1)** $P(0)$ **2)** $P(-1)$ **3)** $P(1)$

**4)** $\exists x, P(x)$ **5)** $\forall x, P(x)$ **6)** $\exists x, \sim P(x)$

**8ª Questão** Determine o valor verdade de cada uma das proposições, se o domínio for o conjunto dos números reais.

**1)** $\forall x,\ (x^2+2\geq 1)$ **2)** $\forall x,\ (x^2\neq x)$

**3)** $\exists x,\ (x^2=-1)$ **4)** $\exists x,\ (x^2=2)$

**5)** $\exists!\ x,\ (x>1)$ **6)** $\exists!\ x,\ (x+3=2x)$

**9ª Questão** Suponha que o domínio da função proposicional $P(x)$ seja $\{0,1,2,3,4\}$. Desenvolva estas proposições usando disjunções, conjunções e negações.

**1)** $\exists x, P(x)$ **2)** $\forall x, P(x)$ **3)** $\exists x, \sim P(x)$

**4)** $\forall x, \sim P(x)$ **5)** $\sim \exists x, P(x)$ **6)** $\sim \forall x, P(x)$

**10ª Questão** Transcreva, de dois modos distintos, as proposições dadas na sequência em expressões lógicas usando predicados, quantificadores e conectivos lógicos. Primeiro o domínio são os estudantes em sua sala, e, segundo, considere-o como todas as pessoas.

**1)** Alguém em sua sala fala inglês.

**2)** Todos em sua sala são amigáveis.

**3)** Há uma pessoa em sua sala que não nasceu em Chapecó.

**4)** Todos os estudantes em sua sala sabem resolver equações quadráticas.

**11ª Questão** Transcreva cada uma das proposições em expressões lógicas usando predicados, quantificadores e conectivos lógicos.

**1)** Ninguém é perfeito.

**2)** Todos os seus amigos são perfeitos.

**3)** Todos são seus amigos e são perfeitos.

**12ª Questão** Encontre um contra-exemplo, se possível, para estas proposições quantificadas universalmente, em que o domínio para as variáveis são todos os números inteiros.

**1)** $\forall x, (x^2 \geq x)$

**2)** $\forall x, \Big(x > 0 \ \vee \ x < 0\Big)$

**3)** $\forall x, (x = 1)$.

**13ª Questão** Suponha que o domínio de $Q(x, y, z)$ sejam as três variáveis $x$, $y$ e $z$, em que $x = 0, 1$ ou $2$, $y$ $=0$ ou $1$ e $z$$=0$ ou $1$. Desenvolva as proposições abaixo usando disjunções e conjunções.

**1)** $\forall y, \ Q(0, y, 0)$

**2)** $\exists x, \ Q(x, 1, 1)$

**3)** $\exists z, \ \sim Q(0, 0, z)$

**4)** $\exists x, \ \sim Q(x, 0, 1)$

**14ª Questão** Transcreva as proposições abaixo para o português, em que o domínio para cada variável consista nos números reais.

**1)** $\forall x \ \exists y, \ (x < y)$

**2)** $\forall x \ \forall y, \ \Big(\big((x \geq 0) \wedge (y \geq 0)\big) \rightarrow (xy \geq 0)\Big)$

**3)** $\forall x \ \forall y \ \forall z, \ (xy = z)$

**15ª Questão** Considere a sentença $Q(x, y)$: "$x$ enviou um email para $y$", em que o domínio para $x$ e $y$ são todos os estudantes de sua sala. Expresse cada uma das quantificações abaixo em português:

**1)** $\exists x \exists y, Q(x, y)$

**2)** $\exists x \forall y, Q(x, y)$

**3)** $\forall x \exists y, Q(x, y)$

**4)** $\forall x \forall y, Q(x, y)$

**16ª Questão** Considere $L(x, y)$: "$x$ ama $y$", em que o domínio para $x$ e $y$ são todas as pessoas do mundo. Use quantificadores para expressar cada proposição abaixo.

**1)** Todas as pessoas amam alguém.

**2)** Há alguém que é amado por todos.

**3)** Ninguém ama a todos.

**4)** Todos amam a si próprios.

**5)** Há alguém que não ama ninguém além de si próprio.

**17ª Questão** Determine o valor verdade ($V$ ou $F$) de cada uma das seguintes proposições no conjunto dos números reais:

**1)** $(\forall x)\ (|\ x\ | = x)$.
**2)** $(\exists x)\ (x^2 = x)$.
**3)** $(\exists x)\ (|\ x\ | = 0)$
**4)** $(\forall x)\ (x + 1 > x)$.
**5)** $(\forall x)\ (x^2 = x)$.
**6)** $(\exists x)\ (x^2 + 3x = 2)$.

**18ª Questão** Suponha o conjunto universo $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

**a)** Determine o valor-verdade de cada uma das proposições:

**1)** $(\forall x)\ (\forall y)\ \big(x + 5 < y + 12\big)$.
**2)** $(\forall x)\ (\exists y)\ (xy$ não é primo$)$.
**3)** $(\exists x)\ (\forall y)\ (xy$ não é primo$)$
**4)** $(\forall x)\ (\forall y)\ (\forall z)\ (x + y > z)$.
**5)** $(\exists x)\ (\forall y)\ (\forall z)\ (x + y > z)$.
**6)** $(\forall x)\ (\exists y)\ (\exists z)\ (x + y > z)$.

**b)** Negue cada uma das proposições do item **a)**.

**19ª Questão** Encontre um contra-exemplo, se possível, para estas proposições quantificadas universalmente, em que o domínio para as variáveis são todos os números inteiros.

**1)** $\forall x\ \forall y,\ (x^2 = y^2\ \rightarrow\ x = y)$
**2)** $\forall x\ \exists y,\ (y^2 = x)$
**3)** $\forall x\ \forall y,\ (xy \geq x)$

**20ª Questão** Prove a validade dos argumentos usando a lógica proposicional (regras de inferência ou regras de equivalência).

**1)** $\Big\{\big[(a \vee \sim b)\ \longrightarrow c\big]\ \wedge\ (c \longrightarrow d)\ \wedge\ a\Big\}\ \longrightarrow\ d,$ sendo $a,\ b,\ c$ e $d$ proposições.

**2)** $\big[(a \longrightarrow b)\ \wedge\ (\sim c\ \vee\ a)\ \wedge\ c\big]\ \longrightarrow\ b,$ sendo $a,\ b$ e $c$ proposições.

**3)** "Se as taxas de juros caírem, o mercado imobiliário vai melhorar. Ou a taxa federal de descontos vai cair ou o mercado imobiliário não vai melhorar. As taxas de juros vão cair. Portanto, a taxa federal de descontos vai cair."

**4)** "Meu cliente é canhoto mas, se o diário não tiver sumido, então meu cliente não é canhoto; portanto o diário sumiu."

**21ª Questão** Determine se cada um dos argumentos abaixo é válido. Se um argumento estiver correto qual regra de inferência foi utilizada? Se não, quais erros lógicos foram cometidos?

**1)** Se $n$ é um número real, tal que $n > 1$, então $n^2 > 1$. Suponha que $n^2 > 1$. então $n > 1$.

**2)** Se $n$ é um número real com $n > 3$, então $n^2 > 9$. Suponha que $n^2 \leq 9$. então $n \leq 3$.

**3)** Se $n$ é um número real com $n > 2$, então $n^2 > 4$. Suponha que $n \leq 2$. então $n^2 \leq 4$.