UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Estatística Básica

Medidas de Posição

Professora Ma. Tainara Volan
tainaravolan@gmail.com

2022

Medidas de posição

Tem por finalidade localizar a maior concentração de cada distribuição, isoladamente, ou em comparação com outras.

As mais importantes são as medidas de tendência central, que recebem tal denominação pelo fato de os dados observados tenderem, em geral, a se agrupar em torno dos **valores centrais**.

As medidas mais conhecidas são: a média aritmética, a mediana, a moda, e as separatrizes (quartis, decis e percentis).

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Estatística Básica

Média aritmética $\overline{X}$

Professora Ma. Tainara Volan
tainaravolan@gmail.com

2022

Média aritmética $\overline{X}$

A **média aritmética** é um número que levando em conta o total de elementos da amostra, pode representar a todos sem alterar a soma total desses elementos.

É o quociente da visão da soma dos valores da variável pelo número deles.

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Sendo:

$\overline{X}$ a média aritmética

x_i os valores da variável

n o número de valores

Média aritmética $\overline{X}$

DADOS NÃO AGRUPADOS

Quando desejamos conhecer a média dos dados não agrupados, determinados a **média aritmética simples.**

Exemplo: Sabendo que a produção leiteira diária da vaca A, durante uma semana, foi de 10, 14, 13, 15, 16, 18 e 12 litros, temos para a produção média da semana:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\overline{X} = \frac{10 + 14 + 13 + 15 + 16 + 18 + 12}{7} = \frac{98}{7} = 14$$

$$\overline{X} = 14$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Média aritmética $\overline{X}$

DESVIO EM RELAÇÃO À MÉDIA

Denominados **desvio em relação à média** a diferença entre cada elemento de um conjunto de valores e a média aritmética.

$$d_i = x_i - \overline{x}$$

Para o exemplo da vaca leiteira, temos:

$$d_1 = x_1 - \overline{x} = 10 - 14 = -4$$

$$d_2 = x_2 - \overline{x} = 14 - 14 = 0$$

$$d_3 = x_3 - \overline{x} = 13 - 14 = -1$$

$$d_4 = x_4 - \overline{x} = 15 - 14 = 1$$

$$d_5 = x_5 - \overline{x} = 16 - 14 = 2$$

$$d_6 = x_6 - \overline{x} = 18 - 14 = 4$$

$$d_7 = x_7 - \overline{x} = 12 - 14 = -2$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Média aritmética $\overline{X}$

DADOS AGRUPADOS – sem intervalos de classe

Como as frequências são números indicadores da intensidade de cada valor da variável, elas funcionam como fatores de ponderação, o que nos leva a calcular a **média aritmética ponderada**.

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

Média aritmética $\overline{X}$

DADOS AGRUPADOS EM TABELAS – sem intervalos de classe

Exemplo: Calcule a média dos dentes perdidos ou danificados em uma amostra de 50 pessoas tratadas em determinada clínica dentária.

n. de dentes (x)	n. de pessoas (fi)	x.fi
0	9	0
1	5	5
2	6	12
3	7	21
4	9	36
5	5	25
6	4	24
7	3	21
8	2	16
$\sum$	50	160

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$\overline{X} = \frac{160}{50}$$

$$\overline{X} = 3{,}2$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Média aritmética $\overline{X}$

DADOS AGRUPADOS – com intervalos de classe

Convencionamos que todos os valores incluídos em determinado intervalo de classe coincidem com o seu ponto médio (onde x_i é o ponto médio da classe).

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Média aritmética $\overline{X}$

DADOS AGRUPADOS EM TABELAS – com intervalos de classe

Primeiro devemos determinar o ponto médio do intervalo.

Renda	x_i	f_i	$x_i f_i$
2 |- 4	3	5	15
4 |- 6	5	10	50
6 |- 8	7	14	98
8 |- 10	9	8	72
10 |- 12	11	3	33
		$\sum = 40$	$\sum = 268$

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$\overline{X} = \frac{268}{40}$$

$$\overline{X} = 6{,}7$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Média aritmética $\overline{X}$

VANTAGENS E DESVANTAGENS

- Pode ser muito influenciada por valores extremos da série. Ex: 18, 20, 22, 24 e 850 (média aritmética é igual a 186,8, resultado influenciado pelo elemento 850).
- Apesar da média se situar entre o menor valor e o maior valor, ela não tem, necessariamente, uma existência real. Ex. uma média do tamanho da família de 4,5 pessoas, que é um valor existente.
- Pode ser calculada usando qualquer calculadora.
- Utiliza todos os valores da distribuição.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Estatística Básica

Mediana (Md)

Professora Ma. Tainara Volan
tainaravolan@gmail.com

2022

Mediana (Md)

É outra medida de posição definida como o número que se encontra no **centro de uma série de números**, **estando estes dispostos segundo uma ordem**. Em outras palavras, a mediana de um conjunto de valores, ordenados segundo uma ordem de grandeza, é o valor situado de tal forma no conjunto que o separa em dois subconjuntos de mesmo número de elementos.

Mediana (Md)

A mediana numa amostra de n elementos é o elemento que ocupa a posição central quando colocados em ordem **crescente** ou **decrescente**.

Ou seja, é o elemento tal que 50% dos dados estão acima dele e 50% dos dados estão abaixo dele.

Mediana (Md)

EMPREGO DA MEDIANA

Empregamos a mediana quando:

- desejamos obter o ponto que divide a distribuição em partes iguais;
- há valores extremos que afetam de uma maneira acentuada a média;

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Mediana (Md)

DADOS NÃO AGRUPADOS

De acordo com a definição de mediana, o primeiro passo a ser dado é o da ordenação dos valores.
Em seguida, tomamos aquele valor central que apresenta o mesmo número de elementos à direita e à esquerda.

Mediana (Md)

Lembrar de organizar

DADOS NÃO AGRUPADOS

Se n for um número ***ÍMPAR****:*

A mediana é dada pelo termo de ordem $\frac{(n+1)}{2}$ termo central.

Ex.: o conjunto de números: 3, 4, 4, 5, 6, 8, 8, 10.

A mediana é 6.

Mediana (Md)

Lembrar de organizar

DADOS NÃO AGRUPADOS

Se n for um número ***PAR****:*
A mediana será a média aritmética dos dois termos centrais.

Ex.: o conjunto de números: 5, 5, 7, 9, 11, 12, 15, 18.

A mediana é:

$$Md = \frac{9 + 11}{2} = 10$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Mediana (Md)

DADOS AGRUPADOS

Se os dados se agrupam em uma distribuição de frequência, o cálculo da mediana se processa de modo muito semelhante àquele dos dados não agrupados, implicando, porém, a determinação prévia das frequências acumuladas (f_i).

Ainda aqui, temos que determinar um valor tal que divida a distribuição em dois grupos que contenham o mesmo número de elementos.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Mediana (Md)

DADOS AGRUPADOS – sem intervalo de classe

Neste caso, é o bastante identificar a frequência acumulada imediatamente superior à metade da soma das frequências.
A mediana será aquele valor da variável que corresponde a tal frequência acumulada.

$$\frac{\sum f_i}{2}$$

Mediana (Md)

DADOS AGRUPADOS – sem intervalo de classe

Exemplo:

n. de meninos	f_i	Fac
0	2	2
1	6	8
2	10	18
3	12	30
4	4	34
	$\sum = 34$	

$$\frac{\sum f_i}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

A menor frequência acumulada que supera esse valor é **18**, que corresponde ao valor **2** da variável, sendo este o valor mediano.

Logo:

Md: 2 meninos

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Mediana (Md)

DADOS AGRUPADOS – com intervalo de classe

Neste caso, o problema consiste em determinar o ponto do intervalo em que está compreendida a mediana.

Para tanto, temos inicialmente que determinar a classe na qual se acha a mediana – classe mediana.

$$Md = l + \frac{\left[\frac{\sum f_i}{2} - F(ant)\right]}{f} \cdot h$$

Mediana (Md)

DADOS AGRUPADOS – com intervalo de classe

Passos para encontrar a mediana:

Passo 1: calcular as frequências acumuladas (Fac). Pelo f_i identifica-se a classe que contém a mediana (classe de Md).

Passo 2: Calcular ($\frac{\sum f_i}{2}$).

Passo 3: Utiliza-se a fórmula:

$$Md = l + \frac{\left[\frac{\sum f_i}{2} - F(ant)\right]}{f} \cdot h$$

Onde:

l = limite inferior da classe que contém a mediana.

F (ant) = frequência acumulada da classe anterior à classe mediana.

h = amplitude do intervalo de classe md.

f = frequência simples da classe md.

Mediana (Md)

DADOS AGRUPADOS – com intervalo de classe

Exemplo: calcular a mediana.

Passo 1: calcular as frequências acumuladas (Fac). Pelo f_i identifica-se a classe que contém a mediana (classe de Md).

Passo 2: Calcular ($\frac{\sum f_i}{2}$= 34) (o 34º elemento está na 3ª classe, que é a classe mediana – identifica-se pela Fac)

Passo 3: Utiliza-se a fórmula:

Classes	fi	Fac
35 |- 45	15	15
45|- 55	12	27
55|- 65	18	45
65|- 75	14	59
75|- 85	6	65
85|- 95	3	68
Total	68	

$$Md = l + \frac{\left[\frac{\sum f_i}{2} - F(ant)\right]}{f} \cdot h$$

$$Md = 55 + \frac{\left[\frac{68}{2} - 27\right]}{18} \cdot 10 = 58{,}89$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Mediana (Md)

DADOS AGRUPADOS – com intervalo de classe

Exemplo2: calcular a mediana.

Passo 1: calcular as frequências acumuladas (Fac).

Passo 2: Calcular ($\frac{\sum f_i}{2}$= 58/2=29) (o 29º elemento está na 3ª classe, que é a classe mediana – identifica-se pela Fac)

Passo 3: Utiliza-se a fórmula:

Classes	fi	Fac
35 |- 45	5	5
45|- 55	12	17
55|- 65	18	35
65|- 75	14	49
75|- 85	6	55
85|- 95	3	58
Total	58	

$$Md = l + \frac{\left[\frac{\sum f_i}{2} - F(ant)\right]}{f} \cdot h \qquad Md = 55 + \frac{\left[\frac{58}{2} - 17\right]}{18} \cdot 10 = 61{,}67$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Diferenças entre média aritmética e mediana

RESISTÊNCIA

Considere os seguintes exemplos:
Exemplo 01: Dados os valor es 1,2,3. Sua média e sua mediana são iguais a 2.
Exemplo 02: Dados os valores 1,2,300. Sua média é igual a 101 e a mediana igual a 2.

Assim: A mediana é insensível aos valores extremos da distribuição, o que não ocorre com a média, ou ainda, dizemos que a mediana é denominada resistente de posição em uma distribuição.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Estatística Básica

Moda (Mo)

Professora Ma. Tainara Volan
tainaravolan@gmail.com

2022

Moda (Mo)

Denominamos moda o valor que ocorre com maior frequência em uma série de valores.

Desse modo, o salário modal dos empregados de uma indústria é o salário mais comum, isto é, o salário recebido pelo maior número de empregados dessa indústria.;

Moda (Mo)

A Moda é definida como a realização mais frequente do conjunto de valores observados, isto é, o valor mais comum.
A moda pode não existir, e mesmo que exista, pode não ser única (bimodal, trimodal, multimodal), de acordo com os exemplos a seguir:

2, 2, 5, 7, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 12, 18
moda 9
2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 9
Tem duas modas, 4 e 7 (bimodal)
3, 5, 8, 10, 12, 15, 16
Não tem moda ou amodal

Moda (Mo)

DADOS NÃO AGRUPADOS

Quando lidamos com valores não agrupados, a moda é facilmente reconhecida: basta de acordo com a definição, procurar o valor que mais se repete.

Podemos, entretanto, encontrar séries nas quais não exista valor modal.

Em outros casos, ao contrário, pode haver dois ou mais valores de concentração.

Moda (Mo)

DADOS AGRUPADOS – sem intervalos de classe

Uma vez agrupados os dados, é possível determinar imediatamente a moda: basta fixar o valor da variável de maior frequência.

Número de meninos	fi
0	2
1	6
2	10
3	12
4	4
Total	34

A frequência máxima corresponde ao valor 3 da variável, logo Mo = 3

Moda (Mo)

DADOS AGRUPADOS – com intervalos de classe

Para se determinar a moda para os dados agrupados em classe teremos que realizar alguns procedimentos (Czuber).

Passo 1: Identifica-se a classe modal (aquela que possui maior frequência).

Passo 2: Aplica-se a fórmula

$$Mo = l + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \times h$$

Em que:

l = limite inferior da classe modal

Δ_1= diferença entre a frequência da classe modal e a imediatamente anterior;

Δ_2= diferença entre a frequência da classe modal e imediatamente posterior.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Moda (Mo)

DADOS AGRUPADOS – com intervalos de classe

Ex.: Calcular a moda para a distribuição

Classes	fi
0 |- 1	3
1 |- 2	10
2 |- 3	17
3 |- 4	8
4 |- 5	5
Total	43

Passo 1: Indica-se a classe modal, que neste caso trata-se da 3ª classe (2|-3).

Passo 2: aplica-se a fórmula, em que: l = 2 e h=1.

Δ_1=17 - 10= 7

Δ_1=17 – 8 = 9

$$Mo = l + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \times h \quad Mo = 2 + \left(\frac{7}{7+9}\right) \times 1 = 2{,}44$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Relembrando

DADOS DESAGRUPADOS

Ex.: Calcular a nédia para 8, 5, 4, 6, 9, 4

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{36}{6} = 6$$

Relembrando

DADOS DESAGRUPADOS

Ex.: Calcular a mediana para 8, 5, 4, 6, 9, 4

1. Colocar em rol: 4, 4, 5, 6, 8, 9
2. Quantidade par de números
3. Fazer média entre o elemento 3 e 4.

$$Md = \frac{X_3 + X_4}{2} = \frac{5 + 6}{2} = 5{,}5$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Relembrando

DADOS DESAGRUPADOS

Ex.: Calcular a moda para 8, 5, 4, 6, 9, 4

Verificar os números que mais se repetem.

$$Mo = 4$$

Relembrando

DADOS AGRUPADOS SEM CLASSE

Ex.: Calcular a média

xi	fi
2	4
5	2
6	3
7	1
	10

Calcular xi.fi e aplicar a fórmula

xi	fi	xi.fi
2	4	8
5	2	10
6	3	18
7	1	7
	10	43

$$X = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{43}{10} = 4{,}3$$

Relembrando

DADOS AGRUPADOS SEM CLASSE

Ex.: Calcular a mediana

xi	fi	Fi
2	4	4
5	2	6
6	3	9
7	1	70
	10	

1) Fazer Fi e verificar se quantidade de dados é par ou ímpar
2) Como é par, verificar (n/2) e (n/2)+1 no acumulado (Fi). Os valores 5 e 6 estão dentro de Fi = 6.
3) Para Fi = 6, verificar xi = 5.

Md = 5

Relembrando

DADOS AGRUPADOS SEM CLASSE

Ex.: Calcular a moda

xi	fi
2	4
5	2
6	3
7	1
	10

1) Verificar qual xi tem maior fi = 2

Mo = 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Relembrando

DADOS AGRUPADOS COM CLASSE

Ex.: Calcular a média

classes	fi
4 |- 8	2
8 |-12	5
12 |- 16	3
16 |- 20	6
	16

1) Calcular xi, xi.fi e aplicar fórmula

classes	fi	xi	xi.Fi
4 |- 8	2	6	12
8 |-12	5	10	50
12 |- 16	3	14	42
16 |- 20	6	18	108
	16		212

$$X = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{212}{16} = 13{,}25$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Relembrando

DADOS AGRUPADOS COM CLASSE

Ex.: Calcular a mediana

classes	fi
4 |- 8	2
8 |-12	5
12 |- 16	3
16 |- 20	6
	16

1) Calcular fi, dividir 16/2=8 e procurar esse valor no fi (classe mediana)

classes	fi	Fi
4 |- 8	2	2
8 |-12	5	7
12 |- 16	3	10
16 |- 20	6	16
	16	

2) Extrair dados da classe mediana e aplicar a fórmula

l = 12

fi = 3

Fant = 7

h = 4

$$Md = \frac{\left[\frac{\sum f_i}{2} - F(ant)\right]}{fi} = 12 + \frac{8-7}{3} . 4 = 13{,}33$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Relembrando

DADOS AGRUPADOS COM CLASSE

Ex.: Calcular a moda (de czuber)

classes	fi
4 |- 8	2
8 |-12	5
12 |- 16	3
16 |- 20	6
	16

1) Procurar classe modal (maior fi) e extrair dados:

classes	fi
4 |- 8	2
8 |-12	5
12 |- 16	3
16 |- 20	6
	16

2) Extrair dados da classe mediana e aplicar a fórmula

l = 16

h = 4

Δ1 = 6-3=3

Δ1 = 6-0=6

$$Mo = l + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right].h = 16 + \left[\frac{3}{3+6}\right].4 = 16 + 1{,}33 = 17{,}33$$