



Universidade Federal da Fronteira Sul
Curso de Ciência da Computação
Informática Básica



Máquina de Turing

Luciano L. Caimi
lcaimi@uffs.edu.br

Chapecó, Brasil

Introdução

Alan Turing

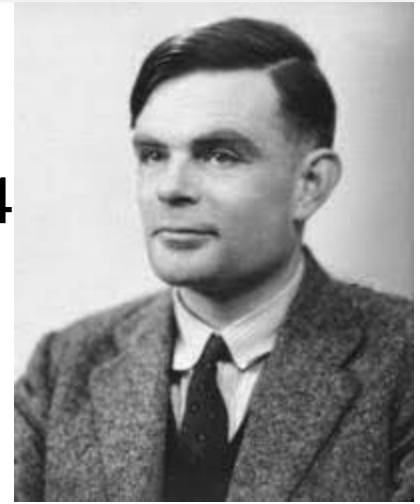
★ 23 de Junho de 1912 – □ 7 de Junho de 1954

- Considerado o “pai” da computação
- Contribuições:

Máquina de Turing e a tese de Church-Turing

Colossus (Enigma)

Teste de Turing



Introdução

Decidibilidade

- o termo decidível se refere a um problema de decisão, ou seja, a questão da existência de um método efetivo para determinar a pertinência em um conjunto de fórmulas

Problemas decidíveis

- um sistema lógico fixo é decidível se existe um algoritmo eficiente para determinar se fórmulas arbitrárias pertencem a ela

Problemas indecidíveis

Não existe algoritmo

Computabilidade

Os algoritmos conhecidos são demasiado dispendiosos

Simplificação; heurísticas

Introdução

Decidibilidade

David Hilbert (início do séc. XX)

- Há alguma maneira de determinar se qualquer fórmula da lógica de predicados de primeira ordem, aplicada aos inteiros, é verdadeira?

Kurt Gödel (1931)

- Teorema da incompletude: construiu uma fórmula que não pode ser provada nem refutada

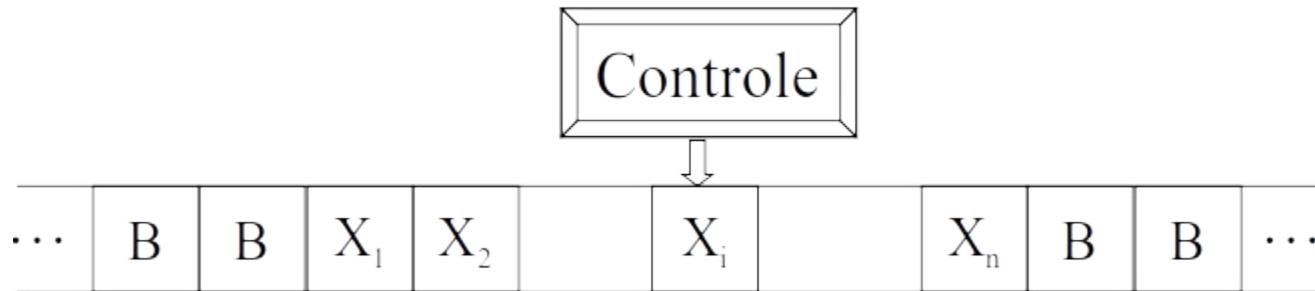
Alan Turing (1936)

- Máquina de Turing: modelo de qualquer computação possível

Hipótese de Church (tese de Church-Turing, não demonstrável)

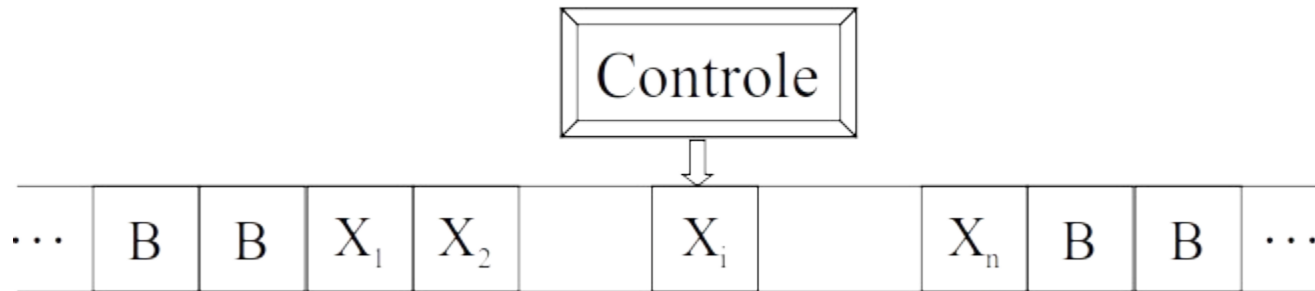
- Todos os modelos gerais de computação são equivalentes às funções parciais recursivas e às máquinas de Turing (mesmo os computadores atuais)

Máquina de Turing



- Fita de comprimento infinito dividida em células
 - Cada célula pode conter um símbolo (alfabeto finito)
- Controle finito
 - Número finito de estados
- Entrada
 - Cadeia finita constituída por símbolos do alfabeto de entrada
- Cabeça da fita
 - Sempre posicionada em uma célula
 - No início, está na célula mais à esquerda da entrada

Máquina de Turing



- Baseado no estado atual e no valor lido realiza o movimento
- Movimento ou passo da máquina

Função do estado e do símbolo a ser lido pela cabeça

1. Mudança de estado

pode permanecer no mesmo

2. Escrita de um símbolo na célula onde está a cabeça

pode ser o mesmo

3. Deslocamento da cabeça uma célula à esquerda ou à direita

Máquina de Turing

- Máquina de Turing (TM) $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$

Q : conjunto finito de estados de controle

Σ : conjunto finito de símbolos de entrada

Γ : conjunto finito de símbolos da fita

δ : função de transição $(q, X) = (p, Y, D)$

q é um estado, X um símbolo da fita

p é o novo estado, em Q ;

Y é o símbolo que substitui X ;

D é L ou R, esquerda ou direita, direção em que a cabeça se move depois da substituição

q_0 : estado inicial

B : branco, símbolo que preenche a fita, exceto as células com a entrada

F : conjunto de estados de aceitação ou finais

Máquina de Turing

Exemplo: Implementação de uma máquina de Turing que verifica se um número binário é par ou não.

Um número binário, quando par, tem seu bit menos significativo igual a 0, e quando ímpar igual a 1.

Á máquina percorre a fita até encontrar um simbolo em branco “ \sqcup ”, então basta ela voltar uma posição e verificar a paridade. Se for 0 ela retorna q_{ok} , se for 1 ela retorna q_{fim} . Segue o conjunto de estados (Q) e as funções de transições da máquina (δ) (programa da máquina):

$$Q = \{q_{inicio}, q_{teste}, q_{ok}, q_{fim}\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, \sqcup\}$$

$$q_0 = q_{inicio}$$

$$F = \{q_{ok}, q_{fim}\}$$

Máquina de Turing

$\delta =$

q_inicio (#1)

(q, s)	$\delta(s, q)$
(q_inicio, 0)	(0, q_inicio, ->)
(q_inicio, 1)	(1, q_inicio, ->)
(q_inicio, \sqcup)	(\sqcup , q_teste, <-)

q_teste (#2)

	$\delta(s, q)$
(q_teste, 0)	(0, q_ok, -)
(q_teste, 1)	(1, q_fim, -)
(q_teste, \sqcup)	don't care

Máquina de Turing

$\delta =$

q_inicio (#1)

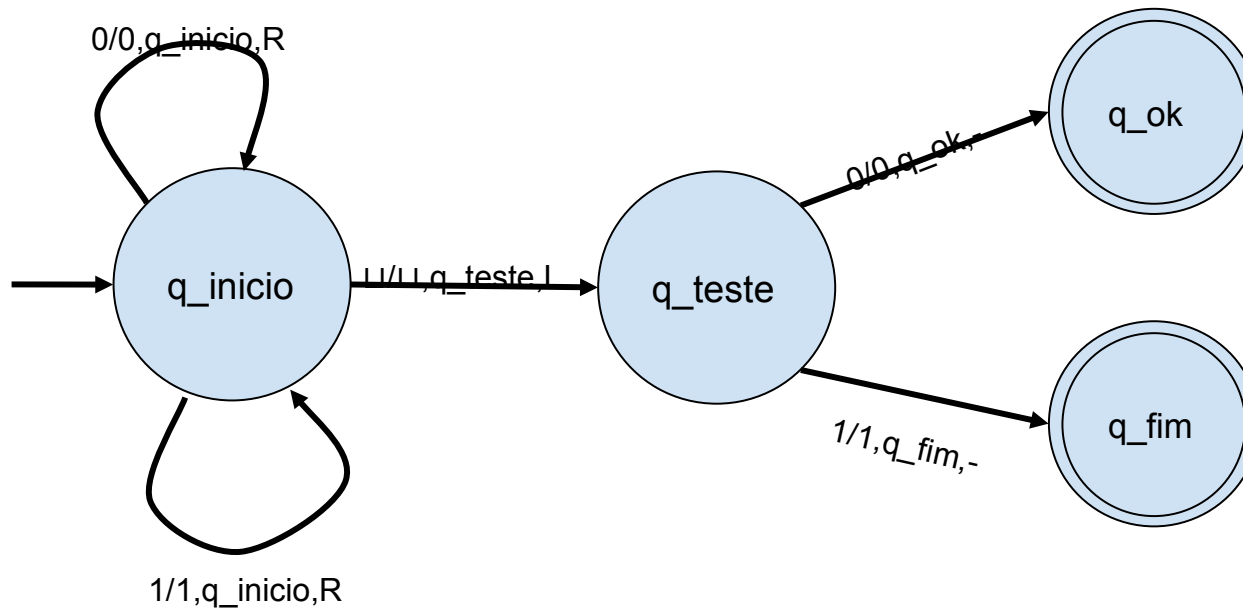
(q, s)	$\delta(s, q)$
(q_inicio, 0)	(0, q_inicio, ->)
(q_inicio, 1)	(1, q_inicio, ->)
(q_inicio, \sqcup)	(\sqcup , q_teste, <-)

q_teste (#2)

	$\delta(s, q)$
(q_teste, 0)	(0, q_ok, -)
(q_teste, 1)	(1, q_fim, -)
(q_teste, \sqcup)	don't care

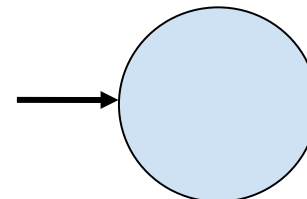
<https://turingmachinesimulator.com/shared/snzvukpgzb>

Máquina de Turing

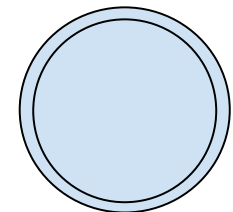


Representações:

estado inicial



estado final



Máquina de Turing

Exercício:

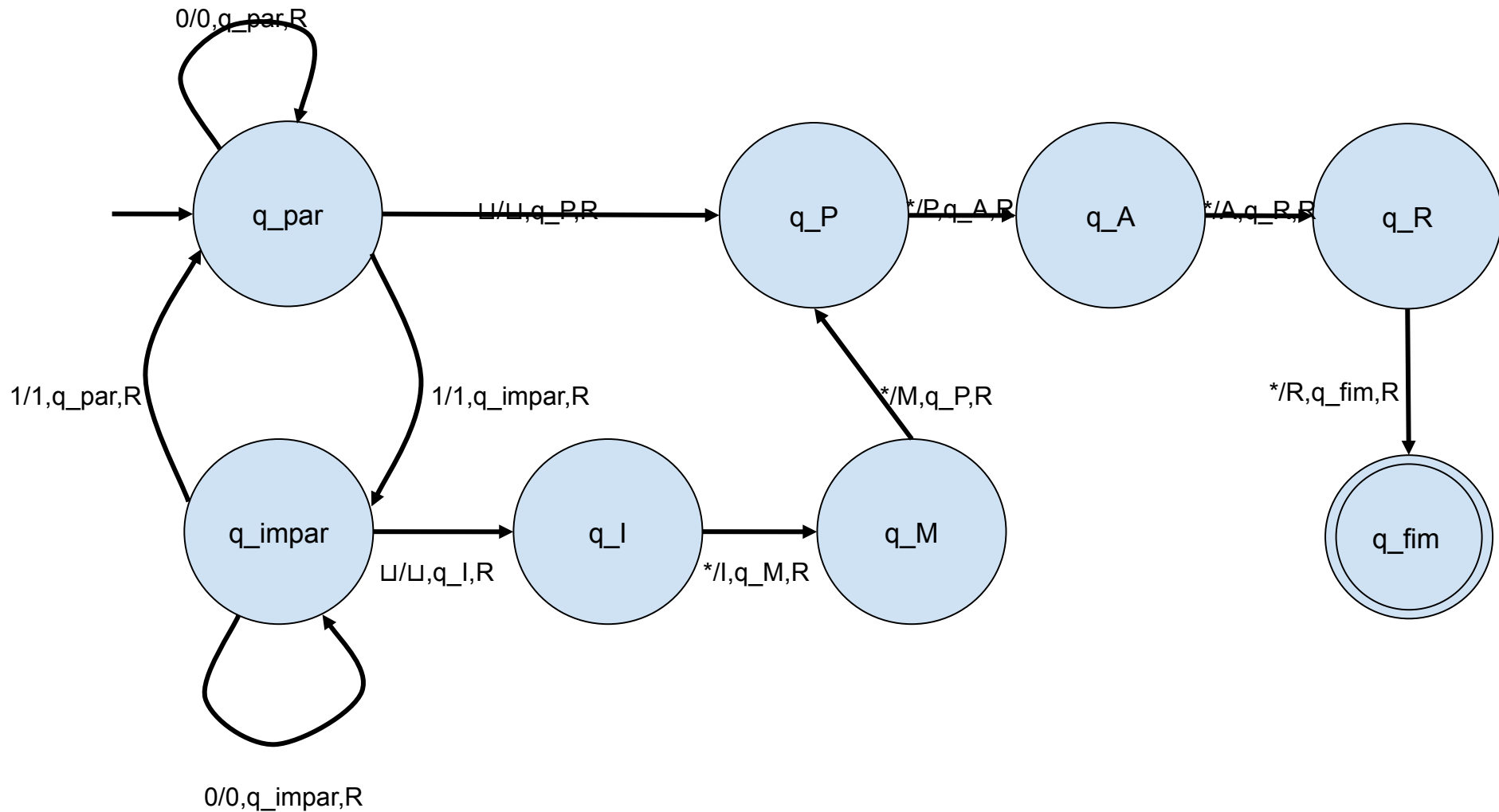
Implementar uma MT que verifica a paridade de um número.

A paridade ímpar é quando o número de '1's presentes no número é ímpar. A paridade é par quando a quantidade de '1's presentes no número é par. Considere o espaço(\sqcup) a indicação do fim do número.

Quando encontrar o espaço a MT deve escrever na fita a palavra PAR ou a palavra IMPAR conforme a paridade verificada

Apresente o conjunto de estados (Q), o alfabeto (Σ), as funções de transições (δ), o estado inicial (q_0) e os estados finais (F)

Máquina de Turing



Máquina de Turing

Exercício para entregar 1:

Implementação de uma Máquina de Turing para verificar um padrão de caracteres em uma fita. O exercício consiste em encontrar o padrão: "aab" em uma fita de caracteres aleatórios.

A máquina começa no estado q_{inicio} e deve percorrer a fita a direita até que encontre o padrão definido e então retornar q_{ok} ou até encontrar o fim da fita.

$$Q = \{q_{\text{inicio}}, q_{\text{ok}}, \dots\}$$

$$\Sigma = \{a, b, \sqcup\}$$

$$q_0 = q_{\text{inicio}}$$

$$F = \{q_{\text{ok}}, q_{\text{nao}}\}$$

Apresente: (a) o conjunto de estados completo (Q); (b) as funções de transições (δ) e; (c) o diagrama de transição de estados (d) o link para a solução no simulador (<https://turingmachinesimulator.com>) para o problema acima.

Máquina de Turing

Exercício para entregar 2:

Implementação de uma máquina de Turing para copiar a primeira sequência de caracteres “a”s encontrada na fita. A entrada está armazenada no lado direito do cabeçote e a cópia da sequência é feita no lado esquerdo. A máquina percorre a fita até encontrar um caractere “a” e então inicia a cópia dos caracteres “a” encontrados em sequência. Após o fim da cópia a máquina vai para o estado q_ok , se a máquina não encontrar nenhum caractere “a” ela vai para o estado q_fim .

$$Q = \{q_ok, q_fim, \dots\}$$

$$\Sigma = \{a, b, \sqcup, \dots\}$$

$$q_0 = ?$$

$$F = \{q_ok\}$$

Apresente: (a) o conjunto de estados completo (Q); (b) as funções de transições (δ) e; (c) o diagrama de transição de estados (d) o link para a solução no simulador (<https://turingmachinesimulator.com>) para o problema acima. 15