

# Álgebra Superior I: Tarea 01

Rendón Ávila Jesús Mateo

February 9, 2025



Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
Profesora: Cristina Angélica Núñez Rodríguez

1. Encuentra una proposición adecuada para describir a cada uno de los siguientes conjuntos.

- a)  $A = \{30, 31, 32, \dots\}$   
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 30\}$
- b)  $B = \{-1, 2, -3, 4, -5, 6, -7, \dots\}$   
 $B = \{x \in \mathbb{N} - \{0\} \mid \text{si } x \bmod 2 \neq 0 \Rightarrow -1(x)\}$
- c)  $C = \{-1, 3, -5, 7, -9, 11, \dots\}$   
 $C = \{x \in \mathbb{N} - \{0\} \mid \text{si } \}$
- d)  $D = \{4, 7, 12, 19, \dots\}$   
 $D = \{\dots\}$

2. Describe los siguientes conjuntos listando todos sus elementos.

- a)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 3x = 0\}$   
 $\{3\}$
- b)  $\{n^3 + n^2 \mid n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$   
 $\{0, 2, 12, 36, 80\}$
- c)  $\{\frac{1}{n^2+n} \mid n \text{ es un positivo impar y } n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}\}$   
 $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{12}, \frac{1}{30}, \frac{1}{56}\}$
- d)  $\{l \in \mathbb{Z} \mid l = 2n - 1 \text{ y } -3 \leq n \leq 9\}$   
 $\{-7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$

3. Sea  $\mathbb{N}$  el conjunto de los números naturales. Determinar  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  y  $A^c$  en:

- a)  $A = \{n \mid n \text{ es par}\}$  y  $B = \{n \mid n < 14\}$   
 $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$   
 $A \cap B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$   
 $A^c = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$
- b)  $A = \{n \mid n^2 > 2n - 1\}$ ,  $B = \{n \mid n^2 = 2n + 3\}$   
 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$   
 $A \cap B = \{9\}$   
 $A^c = \{0, 1\}$

4. Dibuja el diagrama de Venn para el siguiente problema:

Un grupo de jóvenes fue entrevistado acerca de sus preferencias por diferentes medios de transporte: bicicleta, motocicleta y automóvil. Los datos de las encuestas fueron los siguientes:

- Motocicleta solamente 5.
- Motocicleta 38.
- No gustan del automóvil 9.
- Motocicleta y bicicleta pero no automóvil 3.
- Motocicleta y automóvil pero no bicicleta 20.

- No gustan de la bicicleta 72.
- No gustan de las tres cosas 19.
- No gustan de la motocicleta 61.

Determinar:

- ¿Cuál fue el número de personas entrevistadas?  
99 personas
- ¿A cuántos les gusta la bicicleta solamente?  
4 personas
- ¿A cuántos les gusta el automóvil solamente?  
34 personas
- ¿A cuántos les gustan las tres cosas?  
10 personas
- ¿A cuántos les gusta la bicicleta y el automóvil pero no la motocicleta?  
4 personas

5. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos. Prueba que:

a)  $A - B = B^c - A^c$

$A - B \iff A \cap B^c$  por propiedad de la diferencia  
 $A \cap B^c \iff B^c \cap A$  por conmutatividad de la intersección  
 $B^c \cap A \iff B^c - A^c$  por propiedad de la diferencia

b)  $B \subseteq A \iff (A - B) \cup B = A$

$\subseteq$ ) Sea  $x \in B$  por definición de subconjunto  $x \in A$   
 como  $x \in A$  y  $x \in B$  entonces  $x \notin A - B$   
 como  $x \notin A - B$  y  $x \in B$  entonces  $x \in (A - B) \cup B$   
 y por hipótesis, como  $B \subseteq A$  entonces  $B \cup (A - B) = A$

$\supseteq$ ) Sea  $x \in (A - B) \cup B$  entonces  
 $x \in A - B$  o  $x \in B$   
 como por nuestra hipótesis  $(A - B) \cup B = A$  entonces  $x \in A$   
 por lo que debe ser  $x \in A - B$  como  $x \notin B$  pero si  $x \in (A - B) \cup B$  entonces debe ser  $B \subseteq A$

$\therefore B \subseteq A \iff (A - B) \cup B = A$

13. Determina cuáles de las siguientes oraciones son proposiciones:

- Algunos números enteros son negativos.  
Es una proposición con valor de verdad  $V$ .
- El número 15 es un número par.  
Es una proposición con valor de verdad  $F$ .
- ¿Qué hora es?  
No es una proposición pues no se puede determinar veracidad.

d) En los números enteros,  $11 + 6 \neq 12$   
Si es proposición con valor de verdad  $V$ .

e) La tierra es casi una esfera.  
Si es una proposición con valor de verdad  $V$ .

**14.** Si  $P$  y  $R$  representan proposiciones verdaderas y  $Q$  y  $S$  representan proposiciones falsas, encuentra el valor de verdad de las proposiciones compuestas dadas a continuación:

a)  $\neg P \wedge R$   
 $F \wedge V = F$

b)  $\neg[\neg P \wedge (\neg Q \wedge P)]$   
 $\neg[F \wedge (V \wedge V)] = \neg[F \wedge V] = \neg F = V$

c)  $(P \wedge R) \vee \neg Q$   
 $(V \wedge V) \vee V = V \vee V = V$

d)  $P \implies (Q \implies R)$   
 $V \implies (F \implies V) = V \implies V = V$

e)  $[(P \wedge \neg Q) \implies (Q \wedge R)] \implies (S \vee \neg Q)$   
 $[(V \wedge V) \implies (F \wedge V)] \implies (F \vee V) = [V \implies F] \implies V = F \implies V = V$

**15.** Responde:

a) Si la proposición  $Q$  es verdadera, determine todas las asignaciones de valores de verdad para las proposiciones  $P$ ,  $R$  y  $S$  para la proposición:

$$\{Q \implies [(\neg P \vee R) \wedge (\neg S)]\} \wedge \{\neg S \implies (\neg R \wedge Q)\}$$

$Q$	$P$	$R$	$S$	$\neg P$	$\neg R$	$\neg S$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	V	F	F	F	V
V	V	F	V	F	V	F
V	V	F	F	F	V	V
V	F	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	F	V
V	F	F	V	V	V	F
V	F	F	F	V	V	V

Table 1: Tabla de valor de las variables

b) Lo mismo que en a), pero suponiendo que  $Q$  es falsa.

$Q$	$P$	$R$	$S$	$\neg P$	$\neg R$	$\neg S$
F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	F	V
F	V	F	V	F	V	F
F	V	F	F	F	V	V
F	F	V	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V
F	F	F	V	V	V	F
F	F	F	F	V	V	V

Table 2: Tabla de valor de las variables