

# Gráficas y Juegos: Tarea 02

Martínez Méndez Ángel Antonio

Pinzón Chan José Carlos

Rendón Ávila Jesús Mateo

February 22, 2025



Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
Profesor: César Hernández Cruz

1. Sea  $G$  una gráfica, y recuerde que  $c_G$  denota al número de componentes conexas de  $G$ . Demuestre que si  $e \in E$ , entonces  $C_G \leq c_{G-e} \leq c_G + 1$ .

**Hipotesis**

**Definiciones**

*Def.*

2. Una gráfica es *escindible* completa si su conjunto de vértices admite una partición  $(S, K)$  de tal forma que  $S$  es un conjunto independiente,  $K$  es un clan, y cada vértice en  $S$  es adyacente a cada vértice en  $K$ . Demuestre que una gráfica es escindible completa si y sólo si no contiene a  $C_4$  ni a  $\overline{P}_3$  como subgráfica inducida. (Sugerencia: Un ejercicio de la tarea anterior puede resultar de utilidad.)

3.

a) Demuestre que si  $|E| > n - 1$ , entonces  $G$  es conexa.

**Hipotesis**

**Definiciones**

b) Para cada  $n > 3$  encuentre una gráfica inconexa de orden  $n$  con  $|E| = n - 1$ .

**Hipotesis**

**Definiciones**

4.

a) Demuestre que si  $\delta > |V| - 1$ , entonces  $G$  es conexa.

**Hipotesis**

**Definiciones**

b) Para  $|V|$  par encuentre una gráfica  $(\cdot)$ -regular e inconexa.

**Hipotesis**

**Definiciones**

**5.** Demuestre que si  $D$  no tiene lazos y  $\delta^+ \geq 1$ , entonces  $sD$  contiene un ciclo dirigido de longitud al menos  $\delta^+ + 1$ .

**Definiciones**