

Physique pour le jeu

Source cours de Dr. Nicolas Pronost
Utrecht University

Physique pour le développeur de jeux

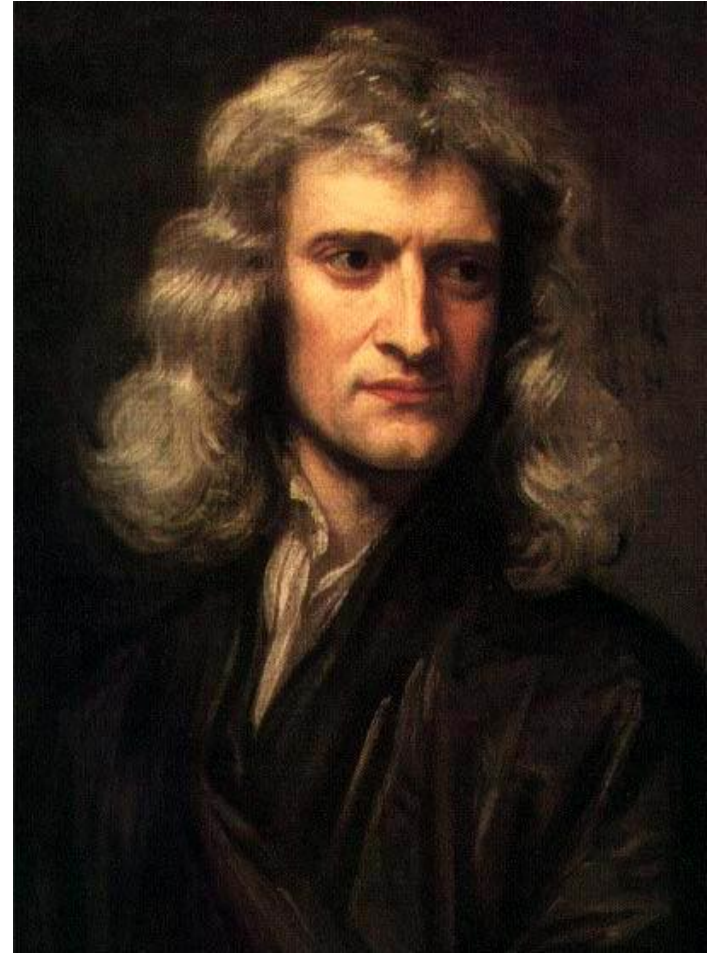
Systemes physiques

Forces

- Dans un moteur de jeu de physique, les mouvements ne sont pas causés par (le changement) des vitesses ou des accélérations mais des **forces**
- La somme des forces appliquées sur un objet détermine comment il bouge
- La notation F sera utilisée plutôt que \vec{F} , mais le contexte indiquera si c'est un scalaire ou un vecteur

Loi de Newton

- Vers la fin du 17^{ème} siècle, Sir Isaac Newton décrit 3 lois gouvernant tout les mouvement sur terre



Première loi du mouvement

- La première loi de Newton spécifie ce qui se passe quand les forces appliquées à un objet sont nulles :
 - toutes les forces individuelles s'annulent, il ne devrait pas y avoir de changement sur le mouvement

Si $F_{net} = 0$, pas de changement

- Cela signifie que, jusqu'à ce qu'une force non-nulle soit appliquée
 - Un objet au repos reste au repos
 - Un objet en mouvement continue à bouger à la même Vitesse dans la même direction

Seconde loi du mouvement

- La seconde loi de Newton décrit comment un objet bouge quand la somme des forces est non nulle

$$F_{net} = m * a$$

m est le poids de l'objet et a l'accélération

- Elle montre également que
 - Plus grande est la force appliquée plus l'objet accélère
 - Pour la même quantité de force, les objets plus légers accélèrent plus que les objets légers

Troisième loi du mouvement

- La troisième loi de Newton décrit la relation entre les forces

Pour chaque force, il y a une force égale et opposée, ou, lorsque deux objets entrent en contact, ils exercent des forces égales et opposées l'une sur l'autre

Forces

Gravité

- Loi de la gravité de Newton indique que la force de gravité entre deux masses A et B est
 - Proportionnelle au produit des masses m_A et m_B
 - Inversement proportionnel à la distance au carré entre les deux masses
 - Agit sur la ligne connectant les deux masses

$$F_g = F_{A \rightarrow B} = -F_{B \rightarrow A} = G \frac{m_A m_B}{r^2} u_{AB}$$

où

G : constante gravitationnelle $6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$,

r : distance entre les 2 masses

u_{AB} : le vecteur unitaire de distance

Gravité sur terre

- En appliquant la seconde loi de Newton à un objet de masse m sur la surface de la terre

$$F_{net} = F_g = m * a$$

$$G \frac{m * m_{Earth}}{r_{Earth}^2} = m * a$$

$$G \frac{m_{Earth}}{r_{Earth}^2} = a$$

$$a = 6.673 \times 10^{-11} \frac{5.98 \times 10^{24}}{(6.377 \times 10^6)^2} = 9.81 \text{ m/s}^2$$

Autre gravité

- Sur terre à l'altitude h : $a = G \frac{m_{Earth}}{(r_{Earth}+h)^2}$
- Sur la lune
 - $m_{moon} = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$
 - $r_{moon} = 1738 \text{ km}$
 - $g_{moon} = 1.62 \text{ m/s}^2$
- Sur Mars
 - $m_{mars} = 6.42 \times 10^{23} \text{ kg}$
 - $r_{mars} = 3403 \text{ km}$
 - $g_{mars} = 3.69 \text{ m/s}^2$

Poids

- Autre nom pour la force de gravité

$$W = m * g$$

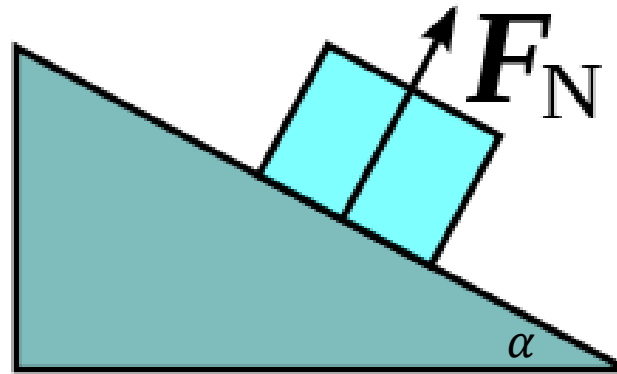
où m est la masse de l'objet et g l'accélération due à la gravité

- On note que l'unité de la force est $kg * m/s^2$, noté **Newton** (N)



Force normale

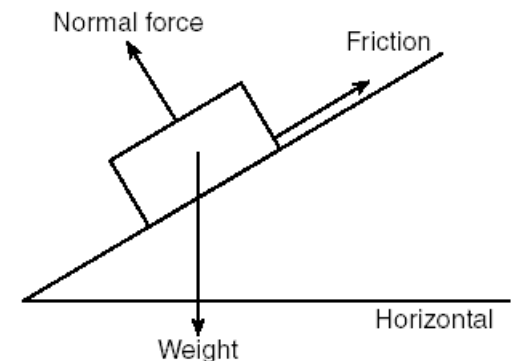
- Force agissant en reaction avec un contact
 - Direction **normale à la surface** de contact
 - Magnitude egales à la force d'entrée projetée dans la direction de la normale



- Ici, $F_N = W \cos(\alpha)$
- Liée à la gestion des collisions

Friction

- Qu'en est-il de composante tangentielle de la reaction au contact ?
 - Ici, $W \sin(\alpha)$
 - L'énergie est conserve donc où va-t-elle ?
- La force de friction, *i.e.* capacité à resister au mouvement
 - **Friction statique** garde un objet sur une surface sans bouger
 - **Friction cinétique** ralenti un objet en contact



Friction

- Si les forces en jeu ne sont plus faibles que la force de friction alors l'objet ne bougera pas
- Dès que l'objet commence à bouger (forces plus grande que la friction statique), alors la friction cinétique commence
- Les deux forces de friction dependent des 2 surfaces entrant en contact
 - Plus la surface est “lisse”, moins il y a de friction
 - Défini par un coefficient de friction μ : le rapport entre la force de frottement entre deux corps et la force qui les presse l'un contre l'autre

Friction

Surface Friction	Static (μ_s)	Kinetic (μ_k)
Steel on steel (dry)	0.6	0.4
Steel on steel (greasy)	0.1	0.05
Teflon on steel	0.041	0.04
Brake lining on cast iron	0.4	0.3
Rubber on concrete (dry)	1.0	0.9
Rubber on concrete (wet)	0.30	0.25
Metal on ice	0.022	0.02
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Nickel on nickel	1.1	0.53
Glass on glass	0.94	0.40
Copper on glass	0.68	0.53

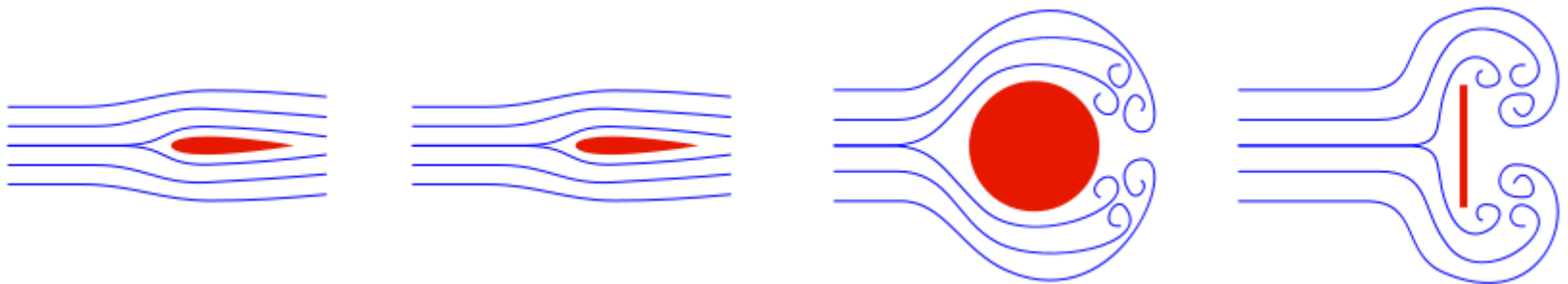
Friction



- Les forces de friction sont calculées à partir de ces coefficients
 - Friction statique : $F_S = \mu_S F_N$
 - Friction cinétique : $F_k = \mu_k F_N$
- Le coefficient de friction cinétique est toujours inférieur au coefficient de friction statique
- Si la force tangentielle est supérieure au frottement statique, l'objet se déplace
- Si l'objet se déplace en contact, le frottement cinétique est appliqué à l'objet

Résistance des fluides

- Un objet se déplaçant dans un fluide (l'air est un fluide) est ralenti par celui-ci
- Appelé **résistance du fluide** ou **trainée de frottement (drag)** et de plusieurs paramètres
 - e.g. plus l'objet est rapide, plus la résistance est grande
 - e.g. plus la surface exposée est large, plus la résistance grande



Resistance du fluide

- À grande vitesse, la force de traînée $F_{D_{high}}$ est quadratique par rapport à la vitesse relative de l'objet v

$$F_{D_{high}} = -\frac{1}{2} * \rho * v^2 * C_d * A$$

avec ρ la densité du fluide (1.204 for air at 20°C), C_d est le coefficient de traînée (dépend de la forme de l'objet) et A est la zone de référence (zone de projection de la forme exposée)

Résistance aux fluides

- À faible vitesse, la force de traînée est considérée comme linéairement proportionnelle à la vitesse

$$F_{D_{low}} = -b * v$$

où b dépend des propriétés du fluide et de la forme de l'objet

- Le seuil de vitesse haute / basse est défini par le nombre de Reynolds (Re)
- Approximation de la physique réelle, juste bonne pour les jeux

Flottabilité

- La flottabilité est la force qui se développe lorsqu'un objet est immergé dans un fluide
- C'est une fonction du volume de l'objet V et de la densité du fluide ρ

$$F_B = \rho * g * V$$

- Elle provient de la différence de pression au-dessus et au-dessous de l'objet immergé et est dirigé directement vers le haut, neutralisant le poids de l'objet

Ressorts

- Les ressorts sont utilisés pour connecter deux ou plusieurs objets
- Ils réagissent selon la loi de Hook sur l'extension et la compression, c'est-à-dire sur le déplacement relatif entre les objets connectés
- La longueur relative l à la longueur de repos l_0 détermine la force à appliquer

$$F_s = -K(l - l_0)$$

où K est la constante du ressort (en N / m)

Amortisseurs

- Les amortisseurs tentent de ralentir le mouvement entre deux objets A et B reliés par un ressort (réduire l'amplitude d'oscillation)
- La force d'amortissement dépend de la vitesse relative entre les deux objets

$$F_C = -C(v_A - v_B)$$

où C est le coefficient d'amortissement et la force résultante appliquée sur A (opposée sur B)

- Similaire à la force de traînée à faible vitesse

Free Body Diagram

- Une fois que vous avez toutes les forces agissant sur un objet, vous devez les résumer et les diviser par la masse de l'objet pour obtenir l'accélération

$$F_{net} = m * a$$

- Pour vous aider à analyser les forces, vous pouvez utiliser un dispositif pictural, appelé **Free Body Diagram**, comprenant
 - la forme de l'objet, son centre de masse et ses points de contact
 - les forces externes avec direction, amplitude et point

Résolution des collisions

<https://www.youtube.com/watch?v=PfezSJB21vk>

Problème

- Nous supposons que nous savons qu'une collision se produit
- Nous voulons le résoudre, c'est-à-dire éloigner les objets en collision les uns des autres
- Mais dans quelle direction et avec quelle intensité ?

Résolution des collisions

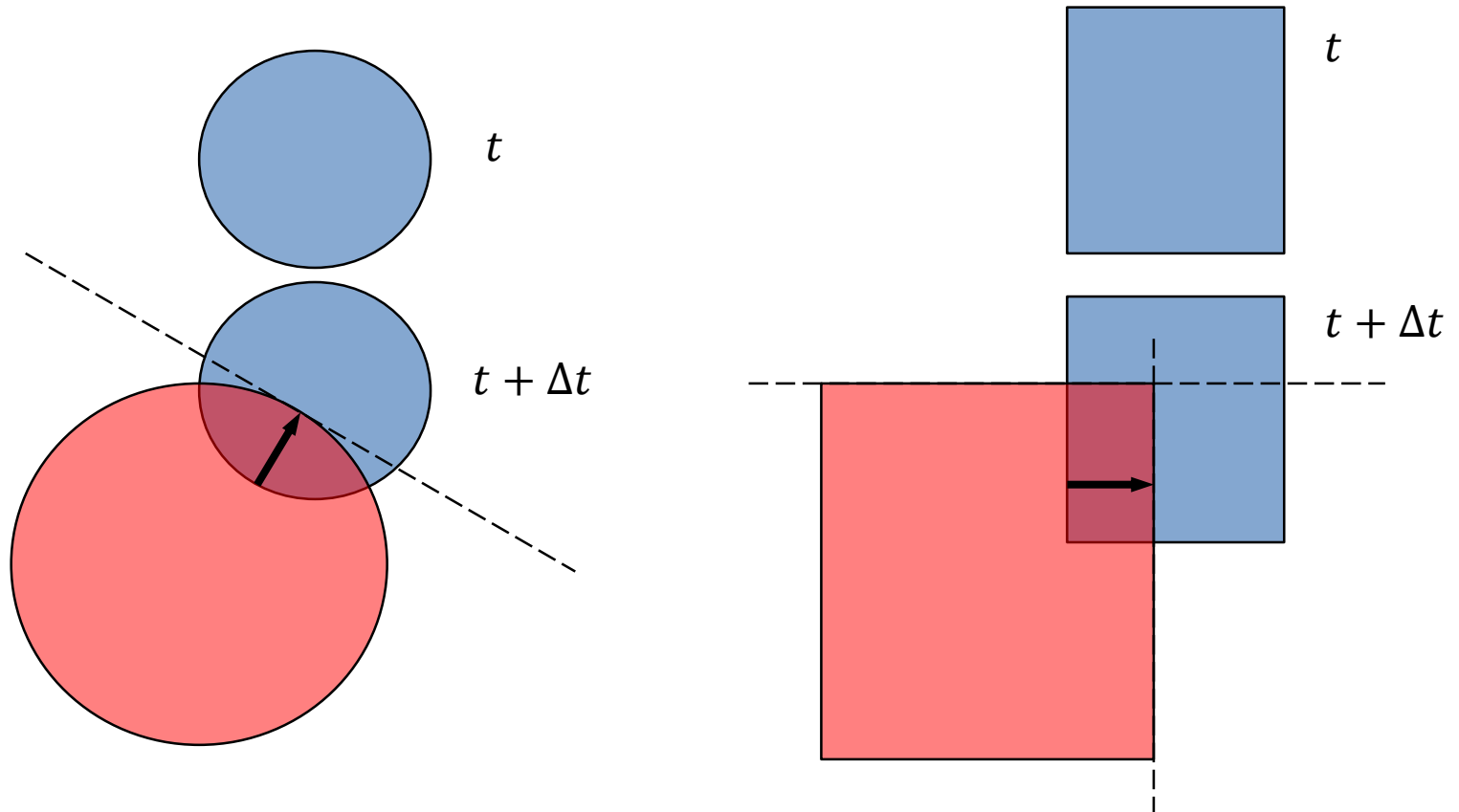
- Pour résoudre les collisions il est nécessaire d'avoir
 - Le moment de la collision, qui est le premier instant où la collision est détectée
 - Le point de contact, qui est le point où les objets en collision se touchent pour la première fois
 - Une normale de contact, qui est une normale au plan passant par le point de contact et orienté dans la direction séparant les deux objets

Instant de collision

- Calculé le moment exact (quelque part entre t et $t + \Delta t$) de collision n'est pas toujours faisable
- Approximation par **bissection**
- En bissectant à plusieurs reprises l'intervalle de temps et en effectuant un test d'intersection, nous pouvons trouver un intervalle court arbitraire $[t_0, t_1]$ pour lequel :
 - Les objets n'entrent pas en collision à t_0
 - Les objets entrent en collision à t_1
- Calculs coûteux, donc généralement dans les jeux, la fréquence d'images Δt est suffisamment petite pour ne pas avoir à faire de bissection

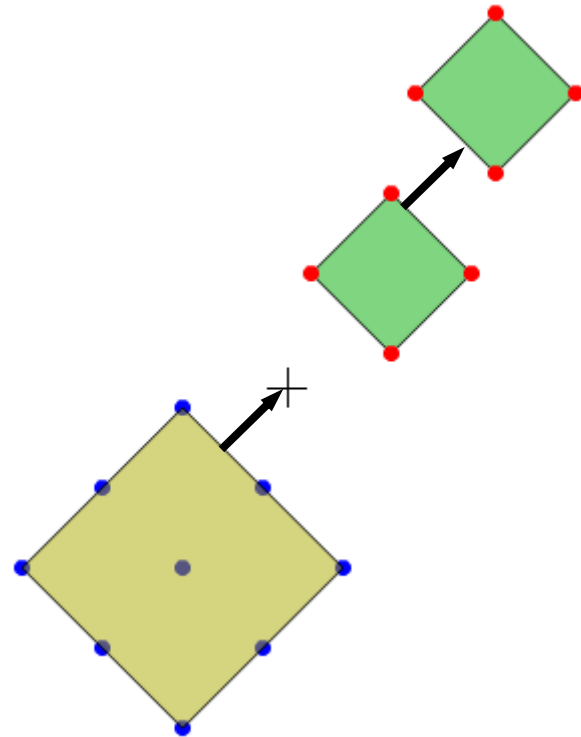
Point de contact et normal

- Ne prend pas le mouvement des objets en compte



Point de contact et normal

- Pour estimer la direction de la collision nous pouvons utiliser la position des objets à la trame avant la collision
 - Supposons que les points les plus proches à $t - \Delta t$ sont les points avec la plus grande pénétration en profondeur à t
 - Besoin de stocker les positions précédentes, mais généralement fait pour l'intégration numérique de toute façon



Résolution des collisions

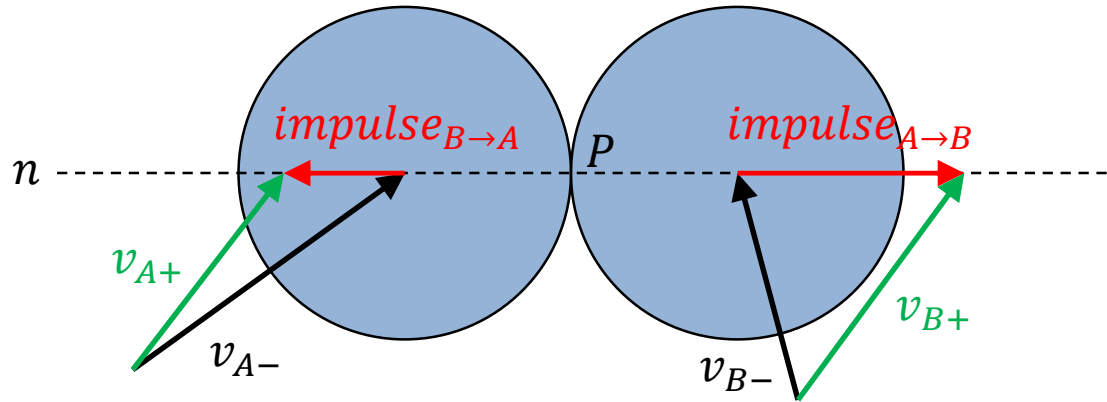
- Nous devons maintenant estimer le moment de collision, les points de contact et la normale de contact
- Nous devons également **corriger la position et orientation** des objets en collision

Vitesse linéaire

- Soit les deux objets A et B , avec les masses respectives m_A et m_B et les vitesses v_A et v_B , la normale unitaire de collision n et le point de contact P
- Nous pouvons résoudre la collision en utilisant **une technique basée sur les impulsions**
 - au moment de la collision, nous appliquons une impulsion sur chaque objet en P dans la direction n ($-n$ pour l'un des objets)
 - l'impulsion «écarte» les deux objets
 - comme les deux objets ont des masses et des vitesses entrantes différentes, ils ne sont pas repoussés avec la même ampleur
 - nous désignons le facteur d'échelle de cette magnitude j

Vitesse linéaire

- L'amplitude de l'impulsion mise à l'échelle est ensuite ajoutée à la vitesse actuelle de chaque objet
 - v_- est la vitesse au moment de la collision et v_+ est la vitesse après la résolution de la collision



Types de collisions

- Collision inelastique
 - L'énergie n'est pas préservée dans la collision
 - e.g. les objets s'arrêtent sur place
 - Sont faciles à implémenter
 - e.g. recul ou arrêt du processus
- Collision élastique
 - L'énergie est entièrement préservée Durant la collision
 - e.g. boules de billard
 - Sont difficiles à calculée
 - e.g. l'amplitude de la Vitesse résultante

Coefficient de restitution

- Pour représenter l'élasticité d'une collision nous définissons le **coefficient de restitution** C_R de la collision
- Décrit le ratio des vitesses après et avant collision le long de la normal de collision

$$C_R = - \frac{(v_{A+} - v_{B+}) \cdot n}{(v_{A-} - v_{B-}) \cdot n}$$

- En pratique nous définissons un coefficient pour chaque objet par rapport aux collisions avec un objet parfaitement rigide et élastique
 - si $C_R = 1$, on a une collision élastique (E_k est conservée)
 - si $C_R < 1$, nous avons une collision inélastique (perte de vitesse)
 - si $C_R = 0$, les objets resteront collés après la collision

Rappel de physique

- Une impulsion est le taux de variation de la quantité de mouvement (momentum), c'est-à-dire une force délivrée en un instant

$$F \Delta t = \Delta p = m(v(t + \Delta t) - v(t))$$

- Le momentum d'un système est toujours conservé
 $m_A v_A(t + \Delta t) + m_B v_B(t + \Delta t) = m_A v_A(t) + m_B v_B(t)$

- L'énergie d'un système est toujours conservée

$$\begin{aligned} E_{Kt}(t + \Delta t) + E_P(t + \Delta t) + E_{Kr}(t + \Delta t) \\ = E_{Kt}(t) + E_P(t) + E_{Kr}(t) + E_O \end{aligned}$$

Vitesse linéaire

- La quantité de mouvement totale du système avant et après est conservée, donc

$$\begin{aligned}m_A v_{A-} + j_A * n &= m_A v_{A+} \\ m_B v_{B-} - j_B * n &= m_B v_{B+}\end{aligned}$$

- Pouvant s'écrire

$$\begin{aligned}v_{A+} &= v_{A-} + \frac{j_A}{m_A} n \\ v_{B+} &= v_{B-} - \frac{j_B}{m_B} n\end{aligned}$$

Vitesse linéaire

- Nous savons également que la Vitesse avant et après la collision est liée au coefficient de restitution

$$C_R = - \frac{(v_{A+} - v_{B+}) \cdot n}{(v_{A-} - v_{B-}) \cdot n}$$

- Donc nous avons

$$j_A = \frac{-(1 + C_{R_A})(v_{A-} - v_{B-}) \cdot n}{\left(\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B}\right)}$$

$$j_B = \frac{-(1 + C_{R_B})(v_{A-} - v_{B-}) \cdot n}{\left(\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B}\right)}$$

Linear velocity

- On peut enfin calculer les vitesses sortantes

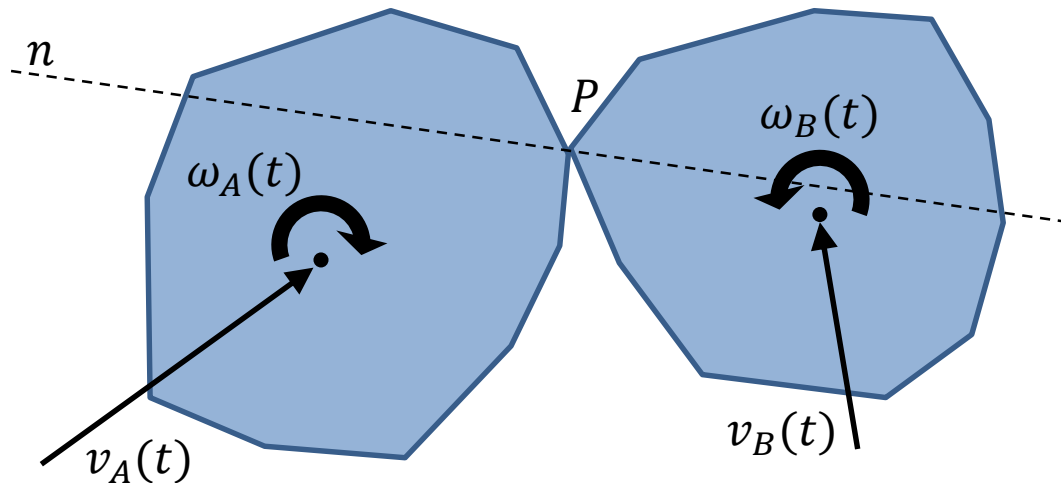
$$v_{A+} = v_{A-} + \frac{j_A}{m_A} n$$

$$v_{B+} = v_{B-} - \frac{j_B}{m_B} n$$

- plus la masse d'un objet est grande, plus il est résistant au changement de vitesse
- mais (à partir de j) moins résistant lorsque les vitesses relatives des objets augmentent ou lorsque les masses combinées augmentent

Vitesse angulaire

- Si la normale à la collision est décalée du centre de l'objet elle produit également une **rotation** des deux objets (la prochaine fois)



Résolution des collisions

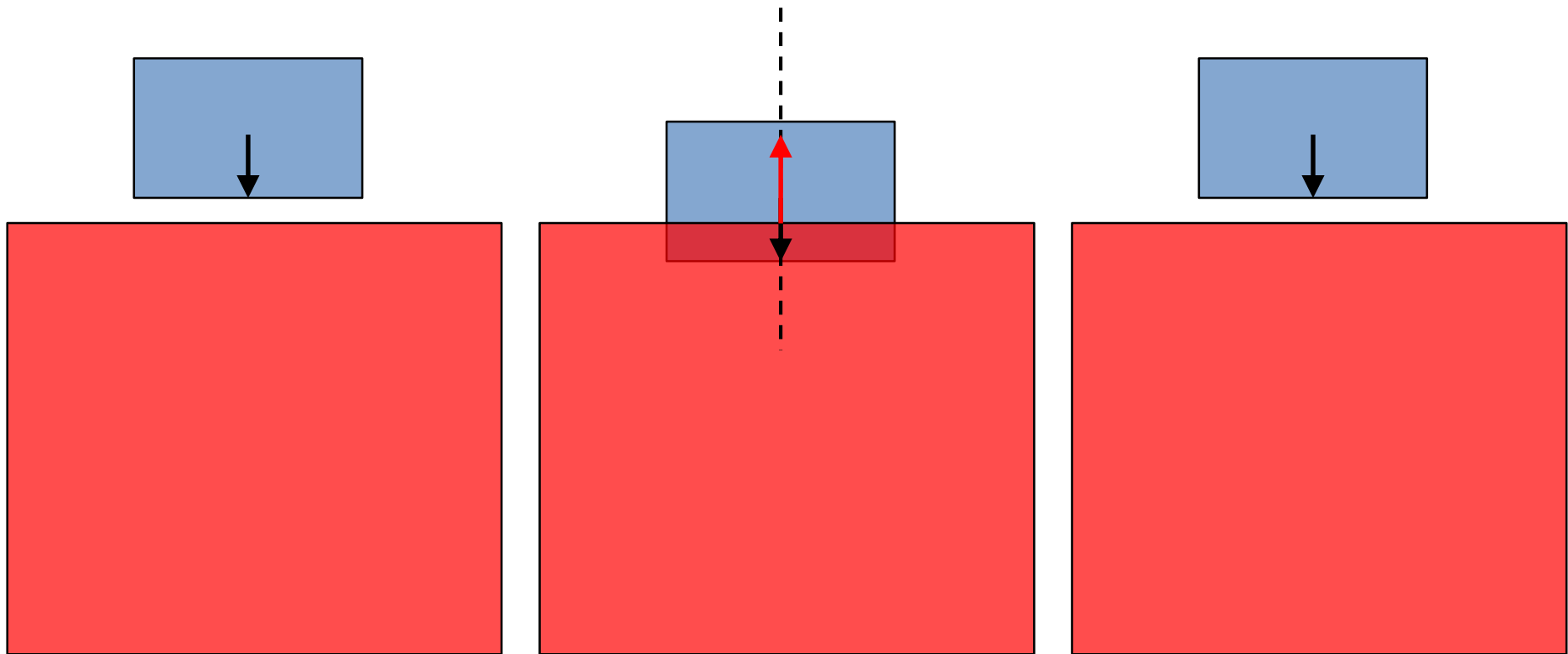
- L'algorithme final peut être résumé comme suit
 - Exécutez la détection de collision pour trouver le point de contact et la normale de contact
 - Calculer les vitesses linéaires (et angulaires) à ces points de contact
 - Utiliser des coefficients de restitution et de conservation de l'élan pour déterminer les impulsions à appliquer
 - Résoudre les vitesses en utilisant les impulsions

Contact au repos

- Notre système de résolution tel qu'il fonctionne fonctionnera correctement, corrigeant la position et l'orientation des objets en collision
- Mais certains cas spéciaux peuvent être traités plus efficacement
- Un de ces cas se produit lorsque nous avons **contacts au repos** entre les objets
 - par exemple une boîte posée par terre
 - le sol descend théoriquement vers le bas, mais sa masse est très grande, et sa vitesse sortante est très petite et donc négligée

Contact au repos

- En utilisant la méthodologie présentée, une boîte posée par terre 'oscillera' autour de la surface



Contact au repos

- Un contact au repos se produit lorsque la vitesse relative des deux objets le long de la normale est nulle (pour nous, cela signifie plus petit qu'un ε)
- Une solution consiste à réduire «artificiellement» le coefficient de restitution lorsque nous sommes dans ce cas
 - dépendant généralement linéairement de la vitesse relative ou réglé directement à zéro
 - après résolution, les deux objets auront une vitesse relative nulle, donc la boîte collera sur le sol qui lui-même ne bouge pas

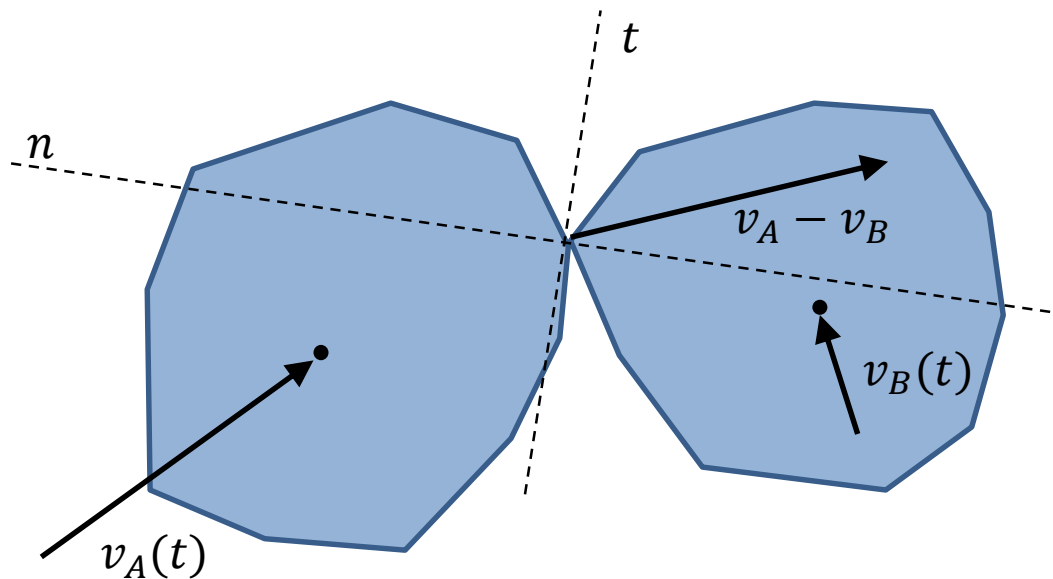
Friction

- N'oubliez pas qu'il y a **friction** entre deux objets lorsqu'ils sont en contact
 - frottement statique lorsqu'ils ne se déplacent pas l'un par rapport à l'autre
 - frottement cinétique lorsqu'ils se déplacent les uns par rapport aux autres
 - la friction de roulement est généralement ignorée en physique des jeux
- Lorsqu'ils sont en contact, nous pouvons ajouter la force de friction dans nos équations précédentes en utilisant des impulsions

Friction

- Le frottement agit dans le plan tangentiel de la collision normale et résiste au mouvement

$$t = (n \times (v_A - v_B)) \times n$$



where the vectors are normalized

Friction

- L'equation de Vitesse precedente

$$v_{A+} = v_{A-} + \frac{j_A(n + \mu_k t)}{m_A}$$
$$v_{B+} = v_{B-} - \frac{j_B(n + \mu_k t)}{m_B}$$

Friction

- Nous supposons ici que le frottement était un frottement cinétique
- Si la vitesse relative est suffisamment petite, le frottement statique doit être utilisé à la place et les impulsions de frottement doivent être ajustées
- La direction tangentielle est parfois indéterminée (collision normale et vitesse relative parallèle), alors des techniques alternatives doivent être utilisées

Fin

de la resolution des collisions

<https://www.youtube.com/watch?v=2af0VJ0r-vM>

Ressources

- [Physics for Game Developers](#), 2nd Edition, By David Bourg, Bryan Bywalec
- [Physically Based Modeling: Principles and Practice](#) (Online Siggraph '97 Course notes)
- [Game Physics Engine Development](#) by Ian Millington.
- [Game Physics](#) by David H. Eberly.
- [Fluid Simulation for Computer Graphics](#), 2nd edition, by Robert Bridson.