Sem6 - LFTC

1) Precizați dacă sec. urm. sunt elemente ale mulțimilor regulare reprezentate de expresiile regulare alăturate.

Expresii regulare

1. $\emptyset$ expr. reg corespunde mulțimii reg $\emptyset$
2. ε — $\{\varepsilon\}$
3. a, dacă $a \in S$ — $\{a\}$
4. $r+s$, dacă r, s - exp. reg. — $R \cup S$
5. rs, dacă r, s - exp. reg. — RS
6. r^*, dacă r - exp. reg. — R^*
7. $\forall$ altă expr. reg se obține aplicând de un nr. finit de ori regulile 1-6

a) 0111 0111 $\qquad (1^*01)^*(11+0)^*$

01 e generat de prima paranteză
1101 generat de prima paranteză
11 generat de a doua paranteză
$\Rightarrow$ DA

b) 111000111 $\qquad (1^*0)^* + (0^*11)$

NU, deoarece secvențele acceptate de prima jumătate a expresiei trebuie să se termine în 0, iar cele acceptate de a doua jumătate a expresiei se termină cu 11

c) 1110011 $\qquad (1^*0)^* + (0^*11)$

NU, deoarece secvențele acceptate de prima jumătate a expresiei trebuie să se termine în 0, iar cele acceptate de a doua jumătate a expresiei nu are voie să aibă 0 după 1

d) 1110011 $\qquad (1^*0)^*(0^*11) \Rightarrow$ DA

$(1^*0)^* \to 1110,\ 0$; $0^* \to 0$; $11 \to 11$

e) 011100101 $01^*01^*(11^*0)^*$

0 111 0   1

$\Rightarrow$ nu se poate genera al 3-lea 0 $\Rightarrow$ NU

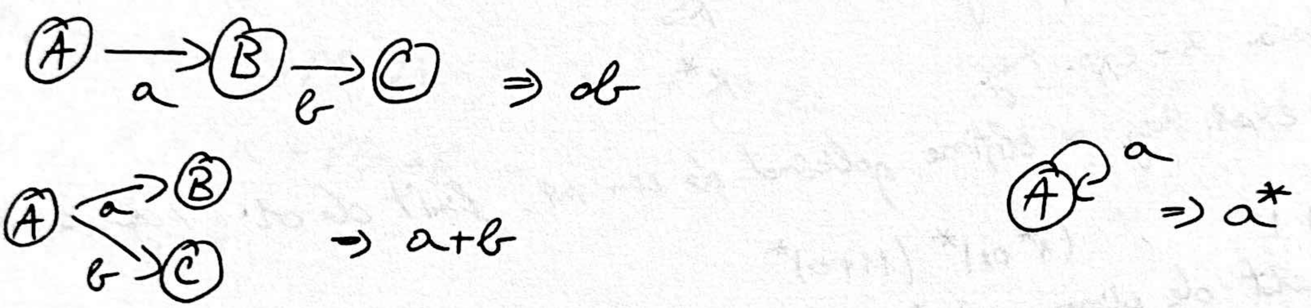
f) 1000011 $(10^* + 11)^*(0^*1)^*$

1   0000   11

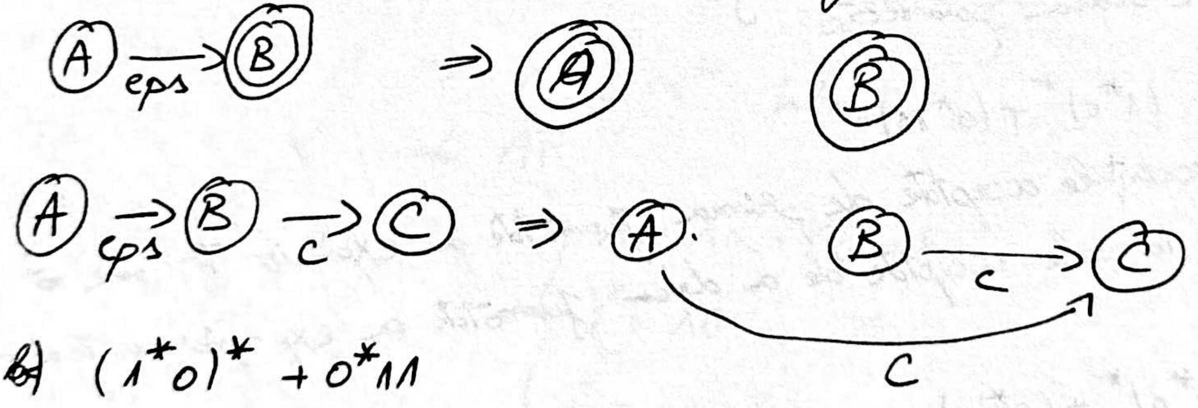
$\Rightarrow$ DA, se poate genera, este elem. al mulțimii regulare

2) Să se construiască AF care acceptă limbajele specificate prin expresiile regulare

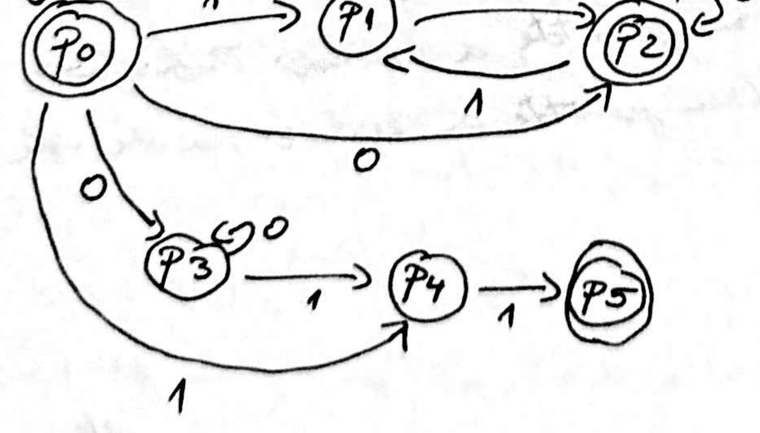
Indicații



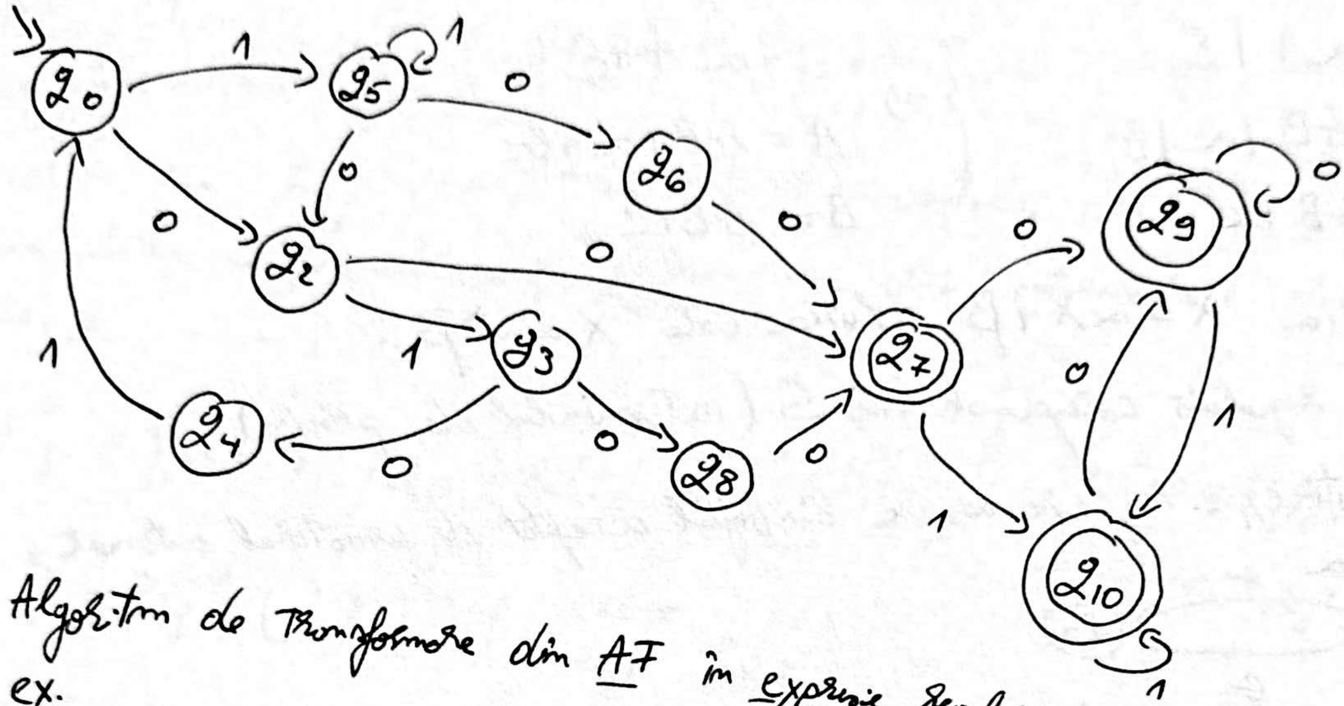
Putem să folosim ε-tranziții, dar la final trebuie eliminate



b) $(1^*0)^* + 0^*11$

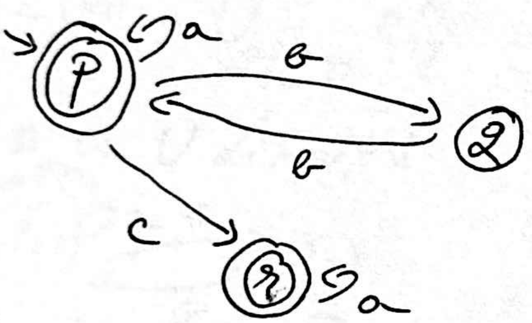


b) $(01+1)^* 00 (0+1)^*$



Algoritm de transformare din AF în expresie regulată

ex.



Notăm:

p cu X

q cu Y

r cu Z

La X se ajunge de la X prin a, de la Y prin b și de "nicăieri"

Trebuie să rezolvăm sistemul

$$\begin{cases} X = Xa + Yb + \varepsilon \\ Y = Xb \\ Z = Xc + Za \end{cases}$$

Pentru ecuația $X = Xa + \beta$ soluția este $X = \beta a^*$

Expresia regulată pe care o căutăm corespunde la $X + Z$ (deoarece ambele sunt stări finale)

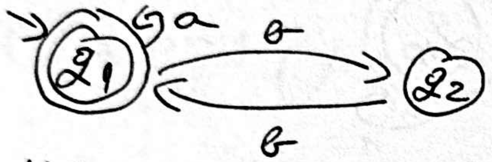
Algoritmul de Transformare din G reg în expr. reg.

$$\left.\begin{array}{l} S \to aA \mid \varepsilon \\ A \to bB \mid a \mid b \\ B \to bB \mid c \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S = aA + \varepsilon \\ A = bB + a + b \\ B = bB + c \end{array}$$

Pt. ecuația $X = \alpha X + \beta$ soluția este $X = \alpha^* \beta$

Expresia regulată corespunde lui S (neterminalul de pornire)

3) Construiți expr. reg. care descrie limbajul acceptat de următorul automat



Notăm cu X pe $q1$ și cu Y pe $q2$

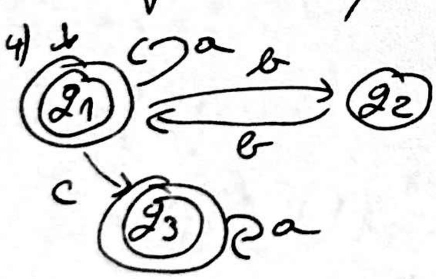
$$\Rightarrow \begin{cases} X = Xa + Yb + \varepsilon \\ Y = Xb \end{cases}$$

$$\Rightarrow X = Xa + Xbb + \varepsilon \Rightarrow X = X\underbrace{(a+bb)}_{\alpha} + \underbrace{\varepsilon}_{\beta}$$

$$\Rightarrow X = X\alpha + \beta \Rightarrow X = \beta\alpha^*$$ înlocuim α și β $\Rightarrow (a+bb)^*$

exp. reg. care corespunde AF

4)



$$\begin{cases} X = Xa + Yb + \varepsilon \\ Y = Xb \\ Z = Xc + Za \end{cases}$$

notăm

$q1$ cu X

$q2$ cu Y

$q3$ cu Z

$$\Rightarrow X = Xa + Xbb + \varepsilon \Rightarrow X = X(a+bb) + \varepsilon$$

$$\Rightarrow X = X\alpha + \beta \Rightarrow X = \beta\alpha^* \Rightarrow X = (a+bb)^*$$

$$Z = Xc + Za \Rightarrow Z = \underbrace{(a+bb)^*c}_{\beta} + Z\underbrace{a}_{\alpha}$$

$$\Rightarrow Z = (a+bb)^* c a^*$$

Exp. reg. corespunde lui $X + Z = (a+bb)^* + (a+bb)^* c a^*$

Limbajele acceptate de AF $\Rightarrow$ expr. reg. (Metoda II)

AF: $M = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$ şi $Q = \{q_1, q_2, ---, q_n\}$ cu q_1 stare iniţială

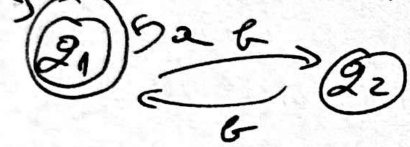
Notăm cu R_{ij}^{k} mulţimea tuturor secvenţelor care duc automatul din starea i în starea j, folosind ca stări intermediare stările $q_1, q_2, ---, q_k$

$$R_{ij}^{0} = \{a \in \Sigma \mid q_j \in \delta(q_i, a)\} \cup \begin{cases} \phi & \text{dacă } q_i \neq q_j \\ \{\varepsilon\} & \text{dacă } q_i = q_j \end{cases}$$

$$R_{ij}^{k} = R_{ij}^{k-1} \cup R_{ik}^{k-1} \left(R_{kk}^{k-1}\right)^{*} R_{kj}^{k-1}$$

$$\Rightarrow L(M) = \bigcup_{q_j \in F} R_{1j}^{n}$$

ex 3) cu $\cup$ de mulţimi



$Q = \{q_1, q_2\}$ $\quad \Sigma = \{a, b\}$

$F = \{q_1\}$

$R_{11}^{0} = \{a\} \cup \{\varepsilon\} = \{a, \varepsilon\}$

$R_{12}^{0} = \{b\}$

$R_{21}^{0} = \{b\}$

$R_{22}^{0} = \{\varepsilon\}$

$$R_{ij}^{k} = R_{ij}^{k-1} \cup R_{ik}^{k-1} \left(R_{kk}^{k-1}\right)^{*} R_{kj}^{k-1}$$

$k = 1;$

$R_{11}^{1} = R_{11}^{0} \cup R_{11}^{0} (R_{11}^{0})^{*} R_{11}^{0} = \{a, \varepsilon\} \cup \{a, \varepsilon\} \{a, \varepsilon\}^{*} \{a, \varepsilon\} = \{a\}^{*}$

$R_{12}^{1} = R_{12}^{0} \cup R_{11}^{0} (R_{11}^{0})^{*} R_{12}^{0} = \cancel{\{b\} \cup \{a, \varepsilon\} \{a, \varepsilon\}^{*} \{b\} = \{b\} \cup \{a\}^{*} \{b\}}$

$\cancel{= \{a\}^{*} \{b\}} = \{b\} \cup \{b\} \{a, \varepsilon\} \{a, \varepsilon\}^{*} =$

$= \{b\} \cup \{b\} \{a, \varepsilon\}^{*} = \{b\} \{a, \varepsilon\}^{*}$

$R_{22}^{1} = R_{22}^{0} \cup R_{21}^{0} (R_{11}^{0})^* R_{12}^{0} = \{\varepsilon\} \cup \{b\}\{a,\varepsilon\}^* \{b\} =$

$= \{\varepsilon\} \cup \{b\}\{a\}^* \{b\}$

$R_{11}^{2} = R_{11}^{1} \cup R_{12}^{1} (R_{22}^{1})^* R_{21}^{1} =$

$= \{a\}^* \cup \{a\}^*\{b\} (\{\varepsilon\} \cup \{b\}\{a\}^*\{b\})^* \{b\}\{a\}^*$

$= (\{a\}^* \{b\}\{b\})^* \{a\}^*$

$\Rightarrow$ expresia regulată $\cancel{(a^*)}b(a^* bb)^* a^*$