Sem 8 - LFTC

Automate PUSH-DOWN (APD)

→ un APD este un ansamblu $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ unde:

Q - mulțime finită și nevidă de elem. numite stări

Σ - este un alfabet denumit "alfabet de intrare"

Γ - este un alfabet denumit "alfabetul memoriei stivă"

$q_0 \in Q$, q_0 este stare inițială

$Z_0 \in \Gamma$, Z_0 este simbolul de start al memoriei stivă

$F \subseteq Q$, F mulțimea stărilor finale

$\delta : Q \times (\Sigma - \{\varepsilon\}) \times \Gamma \to P_0(Q \times \Gamma^*)$ este fct de tranziție care are ca valori submulțimi finite din $Q \times \Gamma^*$

AFD determinist dacă

1) $\forall q \in Q$ și $Z \in \Gamma$, în cazul $|\delta(q, \varepsilon, Z)| = 1$ atunci $\delta(q, a, Z) = \emptyset$, $\forall a \in \Sigma$

2) $|\delta(q, a, Z)| \le 1$, $\forall q \in Q$, $\forall a \in \Sigma - \{\varepsilon\}$, $\forall Z \in \Gamma$

O configurație a automatului M este $(q, w, \alpha) \in Q \times \Sigma^* \times \Gamma^*$ înseamnă că automatul se află în starea q, pe banda de intrare urmează să se citească secvența w, iar în memoria stivă avem secvența α.

$Q \times \Gamma$		a	b	- - - -	ε
q_0	Z_0		$\delta(q_0, b, Z_0)$		
	Z_1				
	...	...	...	...	...
	Z_k				$\delta(q_0, \varepsilon, Z_k)$
...	...	...	...	...	...
q_1	Z_0	$\delta(q_1, a, Z_0)$			...
	...	...	...	...	...
	Z_k				

Limbaje acceptate de un automat

config. (q_0, w, Z_0) ⇒ configurație inițială

(q, ε, γ), $q \in F$ ⇒ configurație finală după criteriul stări finale

$(q, \varepsilon, \varepsilon)$, $q \in Q$ ⇒ configurație finală după criteriul stivei vide

1)

a) $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$

$\delta(q_0, a, Z) = (q_0, AAZ)$

$\delta(q_0, a, A) = (q_0, AAA)$

$\delta(q_0, b, A) = (q_1, \varepsilon)$

$\delta(q_0, \varepsilon, Z) = (q_0, \varepsilon)$

$\delta(q_1, b, A) = (q_1, \varepsilon)$

$\delta(q_1, \varepsilon, Z) = (q_1, \varepsilon)$

Stări?

q_0 -> citim simbolul a, la primul b citit trecem în q_1

q_1 -> citim simbolul b

Stiva?

Z -> simbol inițial

A -> la fiecare citire a lui a punem doi de A pe stivă

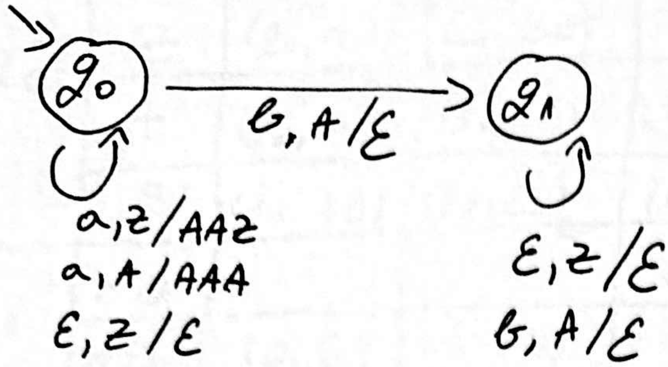
la fiecare citire a lui b eliminăm un A de pe stivă

		a	b	ε
q_0	Z	(q_0, AAZ)		(q_0, ε)
	A	(q_0, AAA)	(q_1, ε)	
q_1	Z			(q_1, ε)
	A		(q_1, ε)	

$aabbbb \in L(M)$?

$(q_0, aabbbb, Z) \vdash (q_0, abbbb, AAZ) \vdash (q_0, bbbb, AAAAZ)$
$\vdash (q_1, bbb, AAAZ) \vdash (q_1, bb, AAZ) \vdash (q_1, b, AZ) \vdash (q_1, \varepsilon, Z)$
$\vdash (q_1, \varepsilon, \varepsilon) \Rightarrow aabbbb \in L(M)$

Reprezentare Grafică



b) $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\}$

		a	b	ε	
q0	Z	(q0, AZ)		(q1, ε)	
	A	(q0, AA)		(q1, ε)	Λ
	B				
q1	~~Z~~ Z		(q1, BZ)	(q1, ε)	
	A~~Z~~		(q1, BA)	(q1, ε)	Λ
	B		(q1, BB)	(q1, ε)	

c) $L = \{a^n b^m \mid n \geq m \geq 0\}$

q0 citim repetat simbolul a

pt citirile lui a adăugăm A în stivă

q1 se trece când se citește primul b, se citește repetat b

ștergându-se A din stivă

		a	b	ε
q_0	Z	(q_0, AZ)		(q_0, ε)
	A	(q_0, AA)	(q_1, ε)	(q_0, ε)
q_1	Z			(q_1, ε)
	A		(q_1, ε)	(q_1, ε)

d) $L = \{a^m b^n \mid n \geq m \geq 0\}$

		a	b	ε
q_0	Z	(q_0, AZ)	(q_1, Z)	(q_0, ε)
	A	(q_0, AA)		(q_1, A)
q_1	Z		(q_1, Z)	(q_1, ε)
	A		(q_1, ε)	

→ se poate trece în q_1 oricând, fără modificarea stivei.

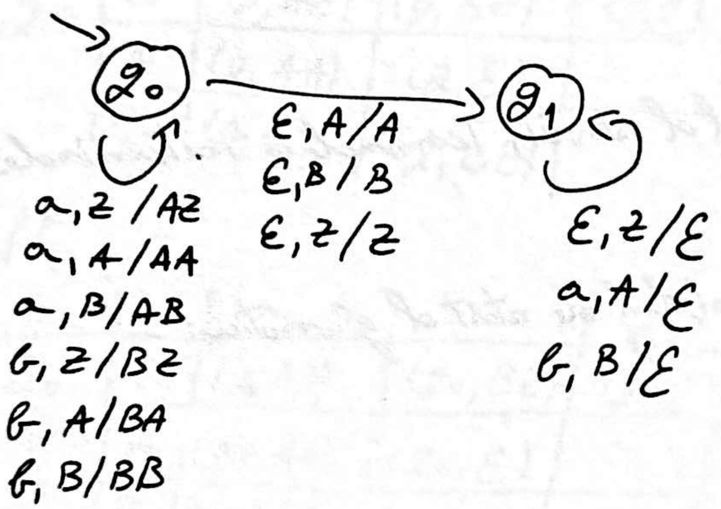
e) $L = \{w w^{\sim} \mid w \in \{a, b\}^*$, $w^{\sim}$ este inversul lui $w\}$

Să pornim de la un AF pt un limbaj regulat similar
$L = \{w \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Îi adăugăm o stivă, pt fiecare "a" acceptat adăugăm un A în stivă, pt fiecare "b" acceptat adăugăm un B în stivă până la jumătatea secvenței
apoi scoatem din stivă A cu a și B cu b

		a	b	ε
q_0	Z	(q_0, AZ)	(q_0, BZ)	(q_1, Z)
	A	(q_0, AA)	(q_0, BA)	(q_1, A)
	B	(q_0, AB)	(q_0, BB)	(q_1, B)
q_1	Z			(q_1, ε)
	A	(q_1, ε)		
	B		~~(q_1, B)~~ (q_1, ε)	

<u>Grafic</u>



<u>Criteriul stării finale</u>

		a	b	ε	
q_0	Z	(q_0, AZ)	(q_0, BZ)		
	A	(q_0, AA)	(q_0, BA)		0
	B	(q_0, AB)	(q_0, BB)		
q_1	~~Z~~	(		(q_2, Z)	
	A	(q_1, ε)			0
	B		(q_1, ε)		
q_2	Z				
	A				1
	B				

Dacă se obține și stivă vidă și stare finală se schimbă (q_2, Z) cu (q_2, ε)

Transformare din GIC în APD

GIC: $S \to aSa$

$S \to bSb$

$S \to \varepsilon$

Definire componente APD

$Q = \{q_0, q_1\}$

$q_0 \to$ starea în care expandam variabilele

$q_1 \to$ starea în care consumăm simbolurile terminale

$\Sigma \Rightarrow$ stările terminale din GIC

Γ = alfabetul stivei $\Rightarrow$ simbolul inițial al stivei, terminale și neterminale

Pas 1: inițializarea

$\Rightarrow$ pornim în q_0 cu stiva având simbolul de start al gramaticii.

$$\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = (q_0, S, Z_0)$$

Pas 2: Expandăm neterminalele

pt fiecare regulă $A \to \alpha$, adaugăm o regulă care înlocuiește A cu α pe stivă

$$\delta(q_0, \varepsilon, A) = (q_0, \alpha')$$, unde α' este α inversat

Pas 3: Potrivirea terminalelor

dacă simbolul de pe stivă e terminal care se potrivește cu simbolul curent de intrare, atunci consumăm simbolul și continuăm

$$\delta(q_0, a, a) = (q_0, \varepsilon) \text{ pt } a \in \Sigma$$

Pas 4: Trecerea în starea de acceptare

$\Rightarrow$ când stiva conține doar simbolul de start al stivei și întreaga intrare a fost consumată, trecem în starea finală q_1

$$\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = (q_1, Z_0)$$

GIC: $S \to aSa \mid bSb \mid \varepsilon$

Criteriul stivei vide

		a	b	ε
q	S			$\Leftarrow$ (q, aSa) (q, bSb) (q, ε)
	a	(q, ε)		
	b		(q, ε)	

1) $L = \{ w \mid w \in \{a,b\}^*, nr_a(w) = nr_b(w) \}$

		a	b	ε
q	Z	(q, AZ)	(q, BZ)	(q, ε)
	A	(q, AA)	(q, ε)	
	B	(q, ε)	(q, BB)	

Criteriul ~~stării finale~~ stivei goale

3)

		a	b	ε	
q_0	Z	(q_0, AZ)	(q_0, BZ)	(q_1, ε)	0
	A	(q_0, AA)	(q_0, ε)		
	B	(q_0, ε)	(q_0, BB)		
q_1	Z				1
	A				
	B				

Criteriul stării finale

2) $S \to \varepsilon$

$S \to aSbS$

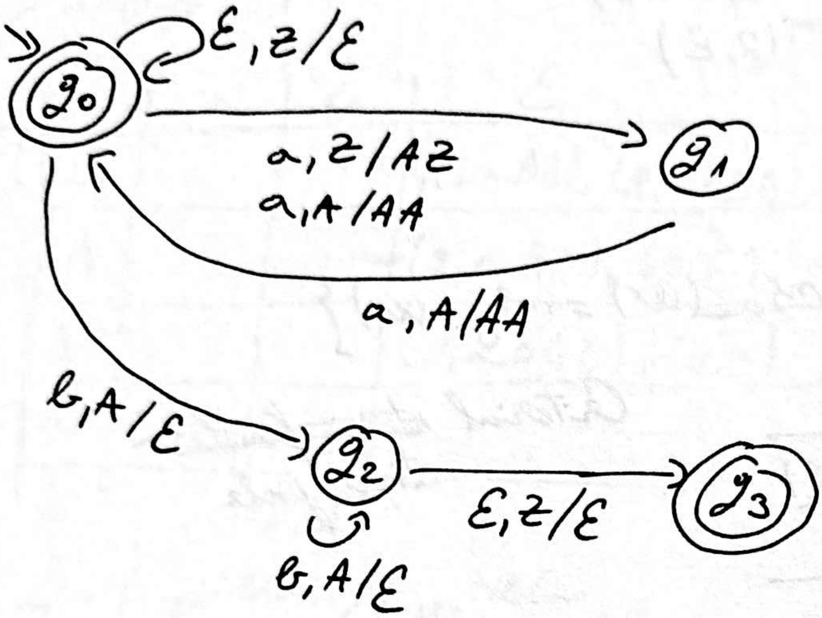
$S \to bSaS$

		a	b	ε
q	S			(q, aSbS), (q, bSaS), (q, ε)
	a	(q, ε)		
	b		(q, ε)	

g) $L = \{a^{2n} b^{2n} \mid n \geq 0\}$

GIC: $S \to aaAbb \mid aabb \mid \varepsilon$

$A \to aaAbb \mid aabb$



h) $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{b^n a^n \mid n \geq 0\}$

$S \to A \mid B$

$A \to aAb \mid \varepsilon$

$B \to bBa \mid \varepsilon$

		a	b	ε
q	S			(q, A), (q, B)
	A			(q, aAb), (q, ε)
	B			(q, bBa), (q, ε)
	a	(q, ε)		
	b		(q, ε)	

i) $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$

$S \to aAb \mid aBbb \mid \varepsilon$

$A \to aAb \mid \varepsilon$

$B \to aBbb \mid \varepsilon$

		a	b	ε
q	S			(q, aAb), (q, aBbb), (q, ε)
	A			(q, aAb), (q, ε)
	B			(q, aBbb), (q, ε)
	a	(q, ε)		
	b		(q, ε)	

j) $L = \{\tilde{w}\, x \mid \tilde{w}$ este un substring al lui x, unde $x \in \{a,b\}^*$, $w \in \{a,b\}^*$, $|w| \geq 1\}$

		a	b	ε
q_0	Z	(q_0, AZ)	(q_0, BZ)	
	A	(q_0, AA)	(q_0, BA)	(q_1, A)
	B	(q_0, AB)	(q_0, BB)	(q_1, B)
q_1	Z			
	A	(q_1, A)	(q_1, A)	(q_2, A)
	B	(q_1, B)	(q_1, B)	(q_2, B)
q_2	Z			(q_3, Z)
	A	(q_2, eps)		
	B		(q_2, eps)	
q_3	Z	(q_3, Z)	(q_3, Z)	(q_3, ε)
	A			
	B			