

1) $L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Gramatică regulată (de tip 3)

$S \rightarrow \epsilon$
 $S \rightarrow aA$
 $A \rightarrow a$
 $A \rightarrow aB$
 $B \rightarrow aA$

Gram independentă de context (de tip 2)

$S \rightarrow \epsilon$	$S \rightarrow \epsilon$
$S \rightarrow A$	$S \rightarrow aaS$
$A \rightarrow aa$	
$A \rightarrow aaA$	

Gram independentă de context (de tip 1)

$S \rightarrow \epsilon$	$S \rightarrow \epsilon$
$S \rightarrow aa$	$S \rightarrow aAa$
$S \rightarrow aAa$	$S \rightarrow aa$
$A \rightarrow aa$	$aAa \rightarrow aaAa$
$aAa \rightarrow aaAa$	$A \rightarrow aa$

2) a) $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$

\Rightarrow o să începem cu un ex. mai simplu $L' = \{ww' \mid w, w' \in \{a, b\}^*, \text{ unde } w' \text{ e oglinditul lui } w\}$

$abbaaaaaabba \in L'$

g.i.c pt L'

$S \rightarrow aSa$

$S \rightarrow bSb$

$S \rightarrow \epsilon$

$$L = \{www \mid w \in \{a,b\}^*\}$$

→ orând în vedere că există o relație între prima parte și a doua parte a cuvântului \Rightarrow e greu să facem o gramatică de tip I, II sau III

$$S \rightarrow aSA \mid bSB \mid M$$

$$MA \rightarrow \cancel{MA} Ma$$

$$MB \rightarrow Mb$$

$$aA \rightarrow Aa$$

$$aB \rightarrow Ba$$

$$bA \rightarrow Ab$$

$$bB \rightarrow Bb$$

$$M \rightarrow \epsilon$$

$$2) L = \{wxw \mid w \in \{a,b\}^+, x \in \{a,b\}^*\}$$

\hookrightarrow cuvânt repetat

$$S \rightarrow aSA \mid bSB \mid aMA \mid bMB$$

$$MA \rightarrow Ma$$

$$MB \rightarrow Mb$$

$$aA \rightarrow Aa$$

$$aB \rightarrow Ba$$

$$bA \rightarrow Ab$$

$$bB \rightarrow Bb$$

$$M \rightarrow aM$$

$$M \rightarrow bM$$

$$M \rightarrow \epsilon \Rightarrow \text{gram de tip 0}$$

gic (de tip 2)

$$S \rightarrow aRa \mid bRb$$

$$R \rightarrow \epsilon \mid aR \mid bR$$

$$3) L = \{a^m b^m c^m \mid m \in \mathbb{N}^*\}$$

$$S \rightarrow aABC$$

$$A \rightarrow aABC$$

$$A \rightarrow \epsilon$$

$$aB \rightarrow ab$$

$$bC \rightarrow bc$$

$$cB \rightarrow BC$$

$$bB \rightarrow bb$$

$$cC \rightarrow cc \text{ de tip 0}$$

$$S \rightarrow aSBc \text{ / } abc$$

$$cB \rightarrow Bc$$

$$aB \rightarrow ab$$

$$bB \rightarrow bb$$

de tip 1

$$4) L = \{a^m b^m c^m d^m \mid m \in \mathbb{N}^*\}$$

$$S \rightarrow aABCD$$

$$A \rightarrow aABCD$$

$$A \rightarrow \epsilon$$

$$bB \rightarrow Bd$$

$$cB \rightarrow Bc$$

$$dC \rightarrow Cd$$

$$aB \rightarrow ab$$

$$bB \rightarrow bb$$

$$bC \rightarrow bc$$

$$cC \rightarrow cc$$

$$cD \rightarrow cd$$

$$dD \rightarrow dd \Rightarrow \text{de tip 0}$$

$$5) L = \{a^m \mid m \in \mathbb{N}\}$$

$$S \rightarrow ABA$$

$$B \rightarrow a$$

$$A \rightarrow \epsilon$$

$$AB \rightarrow AC$$

$$CB \rightarrow BBC$$

$$CA \rightarrow BBA$$

$$S \Rightarrow ABA \Rightarrow ACA \Rightarrow ABBA \Rightarrow ACBA \Rightarrow ABBCA$$

$$\Rightarrow ABBBBBA \Rightarrow ACBBBBBA \Rightarrow ABBCBBBBBA \Rightarrow ABBBBB CBBA$$

$$\Rightarrow ABBBBBBBCA \Rightarrow ABBBBBBB BBBA \Rightarrow BBBBBBBBBB$$

$$\Rightarrow aaaaaaaaaa \text{ (complicat de 8 ori regula 3)}$$

6) $L = \{ w \mid w \in \{a, b, c\}^*, n_a(w) = n_b(w) = n_c(w) \}$

$S \rightarrow ASBC \mid \epsilon$

$AB \rightarrow BA$

$BA \rightarrow AB$

$AC \rightarrow CA$

$CA \rightarrow AC$

$CB \rightarrow BC$

$BC \rightarrow CB$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow c$

7) $L = \{ a^m b^m c^m d^m \mid m, m \in \mathbb{N} \}$

$S \rightarrow NM$

$N \rightarrow aNb$

$N \rightarrow \epsilon$

$M \rightarrow cMd$

$M \rightarrow \epsilon$

\Rightarrow g.c. (tip 2)

8) $L = \{ a^m b^m c^m d^m \mid m, m \in \mathbb{N} \}$

$S \rightarrow aSd$

$S \rightarrow M$

$M \rightarrow bMc$

$M \rightarrow \epsilon$

\Rightarrow g.i.c. (tipul 2)

9) $L = \{ a^m b^m c^k \mid m, m, k \in \mathbb{N}, (m = m) \text{ sau } (m = k) \}$

$S \rightarrow AMc$

$S \rightarrow \epsilon$

$A \rightarrow AA \mid a$

$c \rightarrow CC \mid c$

$M \rightarrow bMc \mid \epsilon$

$N \rightarrow aNb \mid \epsilon$

$$10) L = \{a^m b^m c^k \mid m, m, k \in \mathbb{N}, m+m=k\}$$

$$S \rightarrow aSc$$

$$S \rightarrow bVc$$

$$V \rightarrow bVc$$

$$S \rightarrow \epsilon$$

$$V \rightarrow \epsilon$$

gic (tip 2)

$$11) L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ începe și se termină cu același simbol}\}$$

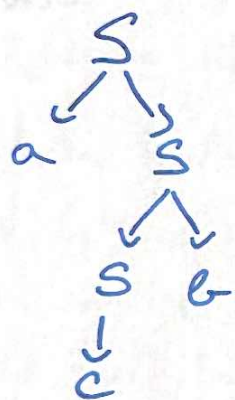
$$S \rightarrow aXa \mid bXb \mid a \mid b$$

$$X \rightarrow aX \mid bX \mid \epsilon$$

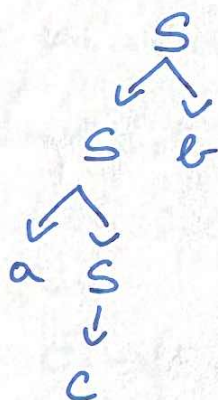
\Rightarrow gic (tip 2)

II Gram ambiguă \Rightarrow o gramatică pt care \exists mai mulți arbori de derivare pt. aceeași propoziție

$$a) S \rightarrow aS \mid Sb \mid c$$



$$\Rightarrow acb$$



$$\Rightarrow acb$$

$$S \Rightarrow aS \Rightarrow aSb \Rightarrow acb \quad (1)$$

$$S \Rightarrow Sb \Rightarrow aSb \Rightarrow acb \quad (2)$$

Din (1) și (2) \Rightarrow gram ambiguă

\Rightarrow Gram ambiguă

$$L = \{a^m c b^m \mid m, m \in \mathbb{N}\}$$

Gram neambiguă.

$$S \rightarrow ACB$$

$$A \rightarrow aA \mid \epsilon$$

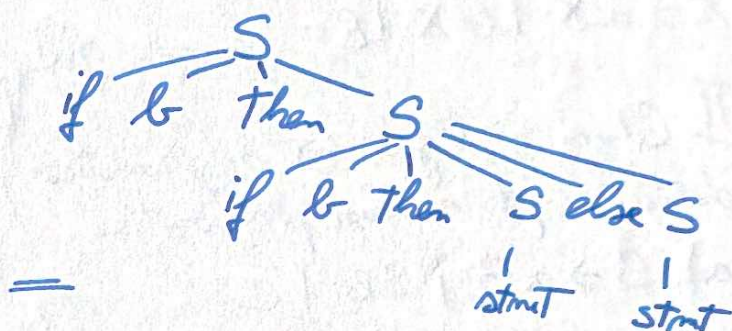
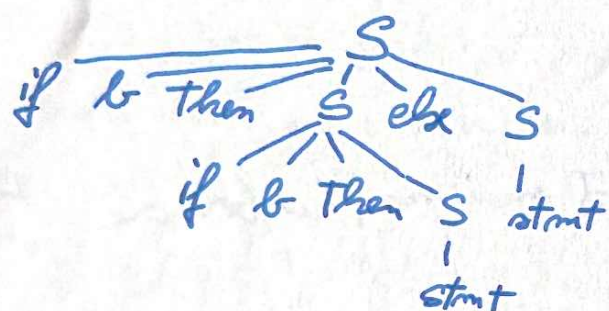
$$B \rightarrow Bb \mid \epsilon$$

b) $S \rightarrow \text{if } b \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{if } b \text{ then } S \mid \text{stmt}$

I $S \xRightarrow{1} \text{if } b \text{ then } S \text{ else } S \xRightarrow{2} \text{if } b \text{ then if } b \text{ then } S \text{ else } S \xRightarrow{3} \text{if } b \text{ then if } b \text{ then stmt else } S \xRightarrow{4} \text{if } b \text{ then if } b \text{ then stmt else stmt}$

II $S \xRightarrow{2} \text{if } b \text{ then } S \xRightarrow{1} \text{if } b \text{ then if } b \text{ then } S \text{ else } S \xRightarrow{3} \text{if } b \text{ then if } b \text{ then stmt else } S \xRightarrow{4} \text{if } b \text{ then if } b \text{ then stmt else stmt}$

Avenn două derivări la stnga diferite, deci gramatica este ambiguă sau, cu altor:



\Rightarrow gram ambiguă

Gram neambiguă

$S \rightarrow \text{if } b \text{ then } S' \text{ else } S$

$S \rightarrow \text{if } b \text{ then } S$

$S \rightarrow \text{stmt}$

$S' \rightarrow \text{if } b \text{ then } S' \text{ else } S'$

$S' \rightarrow \text{stmt}$

c) $S \rightarrow (S \mid S) \mid (S) \mid 1$

$S \xRightarrow{1} (S \xRightarrow{2} (S) \xRightarrow{3} ((S)) \xRightarrow{4} (((1)))$

$S \xRightarrow{2} S) \xRightarrow{1} (S) \xRightarrow{3} ((S)) \xRightarrow{4} (((1)))$

Gram neambiguă echivalentă

$S \rightarrow (S$

$S \rightarrow S')$

$S \rightarrow 1$

$S' \rightarrow 1$

$S' \rightarrow S')$

(I)
II } \Rightarrow gram ambiguă

3) Fie gramatică:

$$G = (\{E, T, F\}, \{a, +, *, (,)\}, P, E)$$

$$P: E \rightarrow E + T$$

$$E \rightarrow T$$

$$T \rightarrow T * F$$

$$T \rightarrow F$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow a$$

a) Lista liniară (vectorială)

\Rightarrow vom folosi o listă pt. a stoca fiecare producție a gram.
Fiecare elem din listă va reprezenta o regulă de producție
ex:

$["E \rightarrow E + T", "E \rightarrow T", "T \rightarrow T * F", "T \rightarrow F", "F \rightarrow (E)", "F \rightarrow a"]$
 \rightarrow fiecare elem e un șir de caractere care descrie o regulă de producție.

b) Cu ajutorul unor liste înlănțuite ramificate

1) într-o listă dublu înlănțuită, fiecare nod ar putea reprezenta un simbol din gram

ex. pt regula $E \rightarrow E + T$

$$\text{Nod} - E : E \leftrightarrow "+" \leftrightarrow \text{Nod} T$$

Structura finală

$$E \leftrightarrow "+" \leftrightarrow T$$

$$T \leftrightarrow "*" \leftrightarrow F$$

$$F \leftrightarrow "(" \leftrightarrow E \leftrightarrow ")"$$

$$F \leftrightarrow a$$