Bartosz Drągowski 236521
Szymon Habrych 236543

Rok akademicki 2021/2022
Środa, 8:30-10:00

Metody numeryczne

Zadanie 1 – rozwiązywanie równań nieliniowych

Opis rozwiązania

Do wykonania zadania zostały wykorzystane 2 metody:
- Metoda bisekcji,
- Reguła falsi

Metoda bisekcji

Przy metodzie bisekcji zastosowaliśmy dwa warunki stopu:
1. Osiągnięcie zadanej liczby iteracji
2. Osiągnięcie zadanej dokładności ($|f(x_i)| < \varepsilon$ lub $|x_i - x_{i-1}| < \varepsilon$)

Opis algorytmu:

Na krańcach a i b sprawdzamy czy wartości funkcji mają przeciwne znaki, czyli f(a) * f(b) < 0.
W pętli opartej na wybranym warunku stopu wykonujemy następujące kroki:
1. Obliczamy wartość x jako średnią arytmetyczna z krańców przedziału.
2. Jeśli f(x) = 0, przerywamy pętlę i zwracamy x.
3. Zamieniamy jeden z krańców przedziału:
- Jeżeli f(a) * f(x) < 0, gdzie a jest dolnym krańcem przedziału, to podstawiamy x za górny kraniec przedziału.
- Jeżeli f(b) * f(x) < 0, gdzie b jest górnym krańcem przedziału, to podstawiamy x za dolny kraniec przedziału.

Powtarzamy powyższe kroki dla nowego przedziału.

Reguła falsi

Dla reguły falsi przyjęliśmy takie same warunki stopu jak w metodzie bisekcji.

Opis algorytmu:

Na krańcach a i b sprawdzamy czy wartości funkcji mają przeciwne znaki, czyli f(a) * f(b) < 0.
W pętli opartej na wybranym warunku stopu wykonujemy następujące kroki:
1. Obliczamy wartość x ze wzoru:

$$x_0 = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a)$$

2. Jeśli f(x) = 0, przerywamy pętlę i zwracamy x.
3. Zamieniamy jeden z krańców przedziałów:
- Jeżeli f(a) * f(x) < 0, gdzie a jest dolnym krańcem przedziału, to podstawiamy x za górny kraniec przedziału.
- Jeżeli f(b) * f(x) < 0, gdzie b jest górnym krańcem przedziału, to podstawiamy x za dolny kraniec przedziału.

Powtarzamy powyższe kroki dla nowego przedziału.

Wyniki
Metoda bisekcji

Dokładność wariant A

Funkcja	$2x^3+2x^2+4x-1$	sin(x)	$2^x - 2$	$2x^3+2x^2+4x+\sin(x)$	$\sin(x)+2^x -2$	$2x^3+2x^2 +4x - 2^x - 2$
Lewy kraniec	-1	-3	-0.5	-0.33	-3	-0.1
Prawy kraniec	1.5	2	2	1.2	5.7	1
Epsilon	0.001					
x	0.22040	0.00018	0.99994	-0.00017	0.55694	0.59529
x(spodziewane)	0.22037	0	1	0	0.557089	0.595152
f(x)	0.00015	0.00018	-0.00008	-0.00084	-0.00026	0.00102

Dokładność wariant B

Funkcja	$2x^3+2x^2+4x-1$	sin(x)	$2^x - 2$	$2x^3+2x^2+4x+\sin(x)$	$\sin(x)+2^x -2$	$2x^3+2x^2 +4x - 2^x - 2$
Lewy kraniec	-1	-3	-0.5	-0.33	-3	-0.1
Prawy kraniec	1.5	2	2	1.2	5.7	1
Epsilon	0.001					
x	0.22025	-0.00073	0.99963	-0.00008	0.55694	0.59509
x(spodziewane)						
f(x)	-0.00064	-0.00073	-0.00051	-0.00038	-0.00026	-0.00049

Liczba iteracji

Funkcja	$2x^3+2x^2+4x-1$	sin(x)	$2^x - 2$	$2x^3+2x^2+4x+\sin(x)$	$\sin(x)+2^x -2$	$2x^3+2x^2 +4x - 2^x - 2$
Lewy kraniec	-1	-3	-0.5	-0.33	-3	-0.1
Prawy kraniec	1.5	2	2	1.2	5.7	1
Liczba iteracji	5					
x	0.17188	-0.03125	0.98438	0.00469	0.53438	0.62188
x(spodziewane)	0.22037	0	1	0	0.557089	0.595152
f(x)	-0.24326	-0.03124	-0.02154	0.02348	-0.04238	0.20307

Reguła falsi

Dokładność wariant A

Funkcja	$2x^3+2x^2+4x-1$	sin(x)	$2^x - 2$	$2x^3+2x^2+4x+\sin(x)$	$\sin(x)+2^x -2$	$2x^3+2x^2 +4x - 2^x - 2$
Lewy kraniec	-1	-3	-0.5	-0.33	-3	-0.1
Prawy kraniec	1.5	2	2	1.2	5.7	1
Epsilon	0.001					
x	0.21905	-0.00000000002	0.99986	-0.00065	0.55346	0.59496
x(spodziewane)	0.22037	0	1	0	0.557089	0.595152
f(x)	-0.00684	-0.00000000002	-0.00020	-0.00325	-0.00676	-0.00139

Dokładność wariant B

Funkcja	$2x^3+2x^2+4x-1$	sin(x)	$2^x - 2$	$2x^3+2x^2+4x+\sin(x)$	$\sin(x)+2^x -2$	$2x^3+2x^2 +4x - 2^x - 2$
Lewy kraniec	-1	-3	-0.5	-0.33	-3	-0.1
Prawy kraniec	1.5	2	2	1.2	5.7	1
Epsilon	0.001					
x	0.22027	-0.00000000002	0.99986	0.00008	0.55666	0.59514
x(spodziewane)	0.22037	0	1	0	0.557089	0.595152
f(x)	-0.00050	-0.00000000002	-0.00020	-0.00041	-0.00078	-0.00008

Liczba iteracji

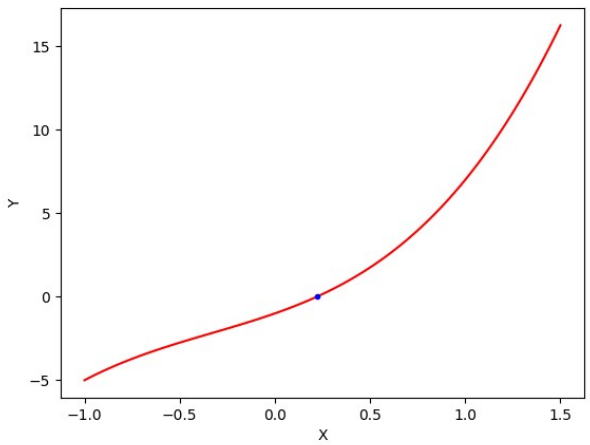
Funkcja	$2x^3+2x^2+4x-1$	sin(x)	$2^x - 2$	$2x^3+2x^2+4x+\sin(x)$	$\sin(x)+2^x -2$	$2x^3+2x^2 +4x - 2^x - 2$
Lewy kraniec	-1	-3	-0.5	-0.33	-3	-0.1
Prawy kraniec	1.5	2	2	1.2	5.7	1
Liczba iteracji	5					
x	0.13552	0.00003	0.99509	-0.01017	-1.13846	0.59439
x(spodziewane)	0.22037	0	1	0	0.557089	0.595152
f(x)	-0.41620	0.00003	-0.00679	-0.05062	-2.45375	-0.00569

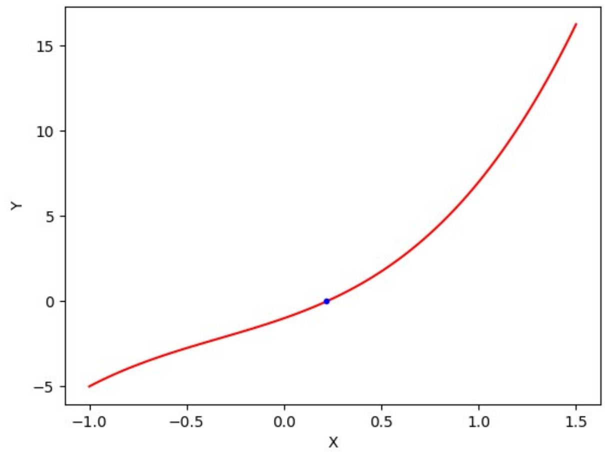
Wykresy

Bisekcja

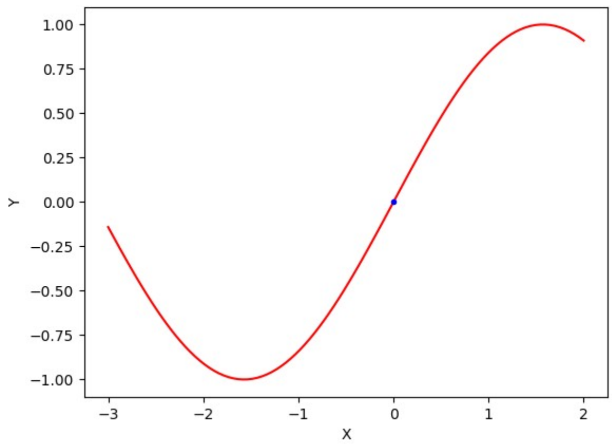
Falsi

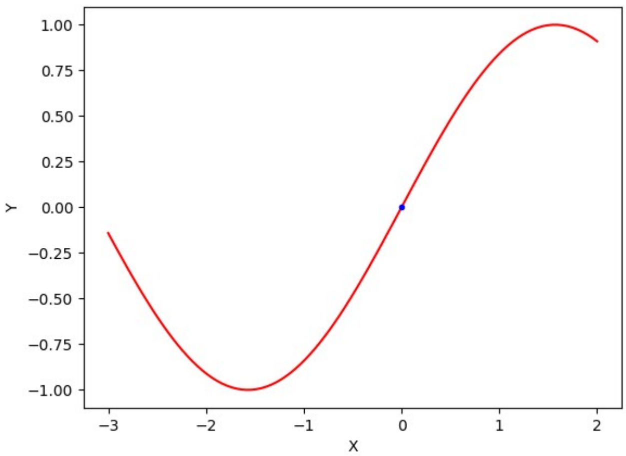
$f(x) = 2x^3+2x^2 +4x-1$



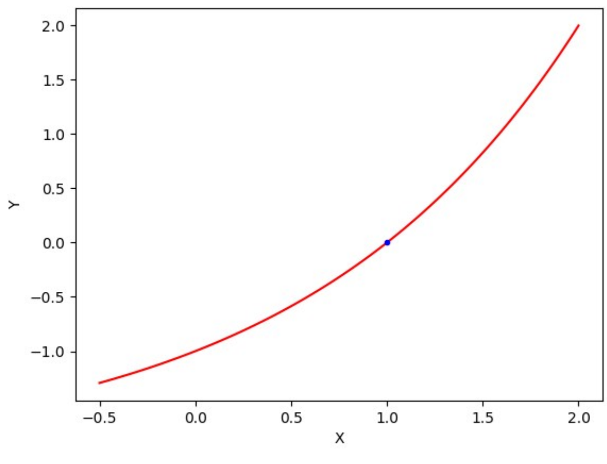


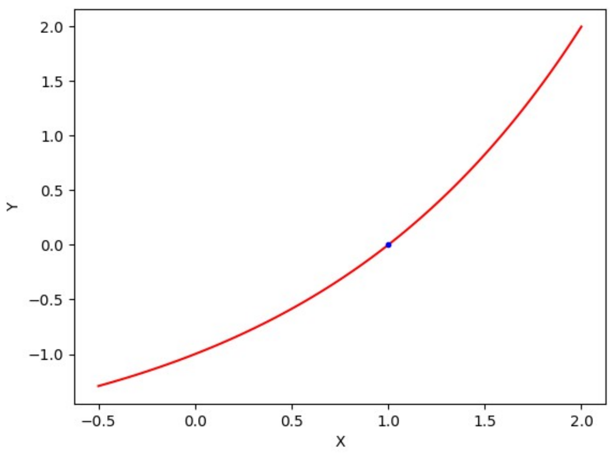
$f(x) = \sin(x)$



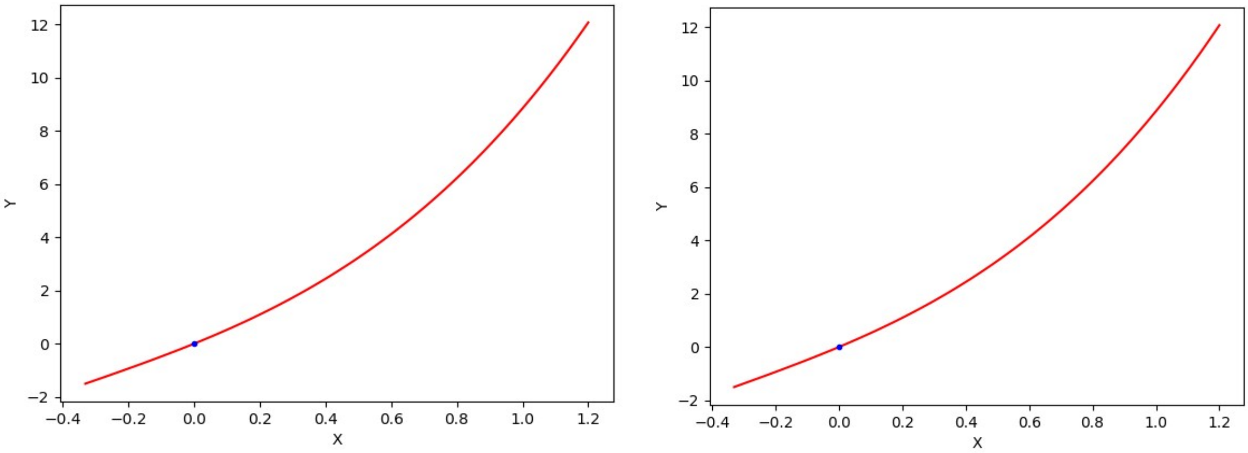


$f(x) = 2^x - 2$

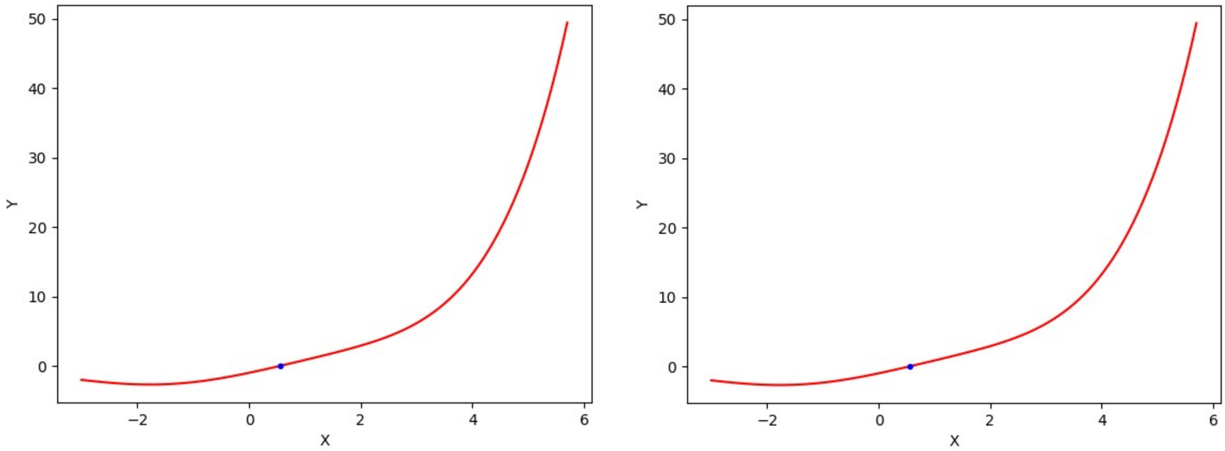




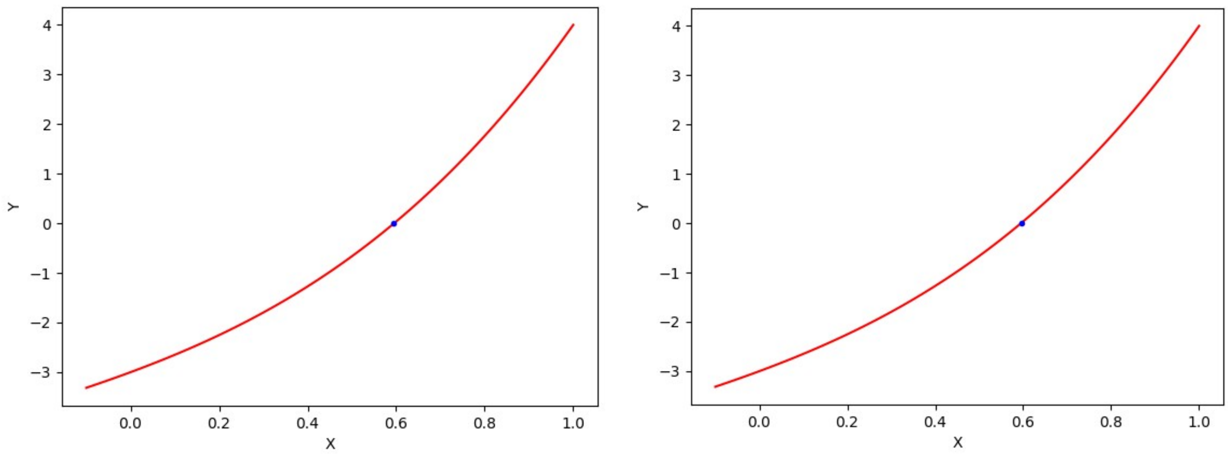
$f(x) = 2x^3+2x^2 +4x+\sin(x)$



$f(x) = \sin(x)+2^x -2$



$f(x) = 2x^3+2x^2 +4x - 2^x - 2$



Wnioski

1. Metody pozwalają znaleźć tylko jedno miejsce zerowe w przedziale.
2. Metod nie można zastosować do znalezienia miejsca zerowego funkcji przyjmującej tylko wartości nieujemne lub tylko wartości niedodatnie.
3. Funkcja musi być ciągła w całym przedziale wartości.
4. Metoda bisekcji i reguła falsi działają najlepiej, kiedy miejsce zerowe występuje w okolicy środka przeszukiwanego przedziału.
5. Dla zadanej dokładności obie metody dają zadowalające efekty, przy czym reguła falsi zazwyczaj działa szybciej.
6. Zazwyczaj reguła falsi wykonuje mniej iteracji aby osiągnąć zadaną dokładność.