Bartosz Drągowski 236521
Szymon Habrych 236543

Rok akademicki 2021/2022
Środa, 8:30-10:00

Metody numeryczne

Zadanie 4 – implementacja metod całkowania numerycznego.

Opis rozwiązania

Do wykonania zadania mieliśmy wykorzystać złożoną kwadraturę Newtona-Cotesa z wzorem Simpsona, oraz kwadraturę Gaussa z pomocą wielomianów Legendre'a.

Opis algorytmu z wykorzystaniem wzoru Simpsona

Najpierw dzielimy zadany przedział na równe części, aby potem dla każdej z nich obliczyć przybliżenie całki wzorem:

$$\frac{b-a}{6}\left[f(a)+4f\left(\frac{a+b}{2}\right)+f(b)\right]$$

Następnie dodajemy otrzymane wyniki żeby potem porównać je z następną sumą. Jeśli różnica między nimi będzie większa niż zadana dokładność, inkrementujemy liczbę części na które dzielimy przedział. Jeśli różnica między nimi będzie mniejsza niż zadana dokładność, to oznacza że otrzymaliśmy zadane przybliżenie z odpowiednią dokładnością.

Opis algorytmu z wykorzystaniem wielomianów Legendre'a

Do wykonania tej metody potrzebujemy wartości wielomianów i wagi, które wprowadziliśmy „na sztywno" w kodzie dla liczby węzłów od 1 do 5.

Mając je pozostaje wprowadzić ich wartości, razem z otrzymanymi wartościami od użytkownika do następującego wzoru:

$$\frac{b-a}{2}\cdot\sum_{k=0}^{N}A_k f(t_k)$$

i wynik gotowy.

Wyniki

- $f(x) = x^2 + 3$

Górny przedział	**Dolny przedział**	**Dokładność**	**Simpson**	**Liczba węzłów**	**Legendre**
4	0	0.1	33.33333333333333	2	33.333333333333336
-100	100	0.1	667266.6666666667	2	667266.6666666666

- $f(x) = \sqrt{x}$

Górny przedział	**Dolny przedział**	**Dokładność**	**Simpson**	**Liczba węzłów**	**Legendre**
4	0	0.1	5.289154534905535	2	5.391098709432393
4	0	0.01	5.312796718059367	3	5.353437071195774
4	0	0.001	5.327039360944221	4	5.342621162998742
4	0	0.00001	5.33290507797962	5	5.338374317556539

- $f(x) = e^x$

Górny przedział	**Dolny przedział**	**Dokładność**	**Simpson**	**Liczba węzłów**	**Legendre**
4	0	0.1	53.6162207960058	2	51.549379834805336
4	0	0.01	53.601778109840055	3	53.530348665418806
4	0	0.001	53.59930458945407	4	53.596948200324455
4	0	0.00001	53.59818654301451	5	53.59813675734763

- $f(x) = \sin x$

Górny przedział	**Dolny przedział**	**Dokładność**	**Simpson**	**Liczba węzłów**	**Legendre**
4	-4	0.1	0	2	0
4	0	0.1	1.6555590286155681	2	1.4701246624914714
4	0	0.01	1.6555590286155681	3	1.6601776783900064
4	0	0.001	1.6538833619562285	4	1.653522218828407
4	0	0.00001	1.653658390208705	5	1.6536450057432495

- $f(x) = 7x^6 - 5x^3 - 2x^2 + 5x + 1$

Górny przedział	**Dolny przedział**	**Dokładność**	**Simpson**	**Liczba węzłów**	**Legendre**
4	0	0.1	16065.563500228625	2	13486.370370370369
4	0	0.01	16065.369983626551	3	16024.373333333335
4	0	0.001	16065.339231751257	4	16065.333333333328
4	0	0.00001	16065.333501601028	5	16065.333333333328
4	0	1000	16350.666666666666	-	-
4	0	100000	19990.666666666664	-	-

Wnioski

Obie metody wydają się przedstawiać dostatecznie poprawne wyniki, by uznać je za dostateczne przybliżenie poszukiwanej całek.

Naszym zdaniem metoda z wykorzystaniem wzoru Simpsona jest wygodniejsza, ponieważ możemy określić łatwo jak dokładny chcemy wynik. Przy metodzie z wykorzystaniem wielomianów Legendre’a natomiast, dla uzyskania wyższej dokładności musielibyśmy obliczyć dodatkowe pierwiastki , oraz wagi.