Reglerteknik

Inlämningsuppgift 3

Institutionen för elektroteknik
Avdelningen för system- och reglerteknik
Chalmers tekniska högskola

Inlämningsuppgift 3

Syfte

Syftet med denna inlämningsuppgift är att dimensionera och analysera återkopplade reglersystem med fokus på

- PID-reglering
- prestanda kontra styrsignalaktivitet och känslighet för mätstörningar
- tidsdiskret reglering inklusive val av samplingsintervall och implementering
- robusthet för högfrekventa resonanser

Redovisning

Uppgifterna handlar i huvudsak om att plotta och analysera stegsvar, amplituddiagram och Nyquistdiagram. Exakta figurer behöver inte 'klistras' in i redogörelsen, vilket innebär att principiella utseenden på kurvor gärna får ritas för hand för att illustrera och förklara de samband som råder. Det är därmed OK med en handskriven rapport som skannas in, men givetvis också tillåtet att lämna in en datorgenererad rapport inklusive MATLAB figurer.

Inledning

För ett servosystem gäller att överföringsfunktionen från styrsignalen u till vinkeln θ är

$$G(s) = \frac{1}{s(1+s)(1+0.2s)}$$

I filen `servo.m` med tillhörande underrutiner, som laddas ner från kursens hemsida, regleras denna servomotor med en tidsdiskret PD-regulator, som erhålls genom att diskretisera den tidskontinuerliga PD-regulatorn

$$F_{PD}(s) = \frac{K_p(1+s\tau)}{1+s\tau/\beta}$$

med ett samplingsintervall h. Lämpliga värden på parametrarna h, K_p, τ och β är inlagda i rutinen `servo`. Som alternativ ingår även en PID-regulator

$$F_{PID}(s) = \frac{K_i(1+2\zeta s\tau+(s\tau)^2)}{s(1+s\tau/\beta)}$$

som anropas då variabeln `controller` väljs till `'PID'`. Parametrarna K_i och τ dimensioneras med rutinen `pid_design` så att önskad fasmarginal φ_m och överkorsningsfrekvens ω_c erhålls. Regulatornollställenas dämpning är i rutinen vald till $\zeta = 1$, medan parametern β väljs så att önskad styrsignalaktivitet erhålls.

I rutinen ingår även en PID-regulator med ett andra ordningens i stället för ett första ordningens filter, en s.k. PIDf-regulator

$$F_{PIDf}(s) = \frac{K_i(1+2\zeta s\tau+(s\tau)^2)}{s(1+2\zeta_f s\tau/\beta+(s\tau/\beta)^2)}$$

som anropas då variabeln `controller` sätts till `'PIDf'`. Polernas dämpning är vald till $\zeta_f = 0.4$.

För att undersöka känsligheten för högfrekventa resonanser ersätts processmodellen ovan med följande modell vid simulering och analys

$$G(s) = \frac{1}{s(1+s)(1+0.2s)}\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

där ζ och ω_n i rutinen är valda till $\zeta = 0.01$ och $\omega_n = 7.5$.

I rutinen `feedback_analysis`, där motsvarande diskreta processmodell $G_d(z)$ och regulator $F_d(z)$ matas in, simuleras det återkopplade systemet och olika frekvenssvar beräknas. Referenssignalen ändras efter 5 sekunder och en negativ laststörning adderad till styrsignalen uppträder efter 25 sekunder. Den uppmätta vinkeln utsätts också för en mätstörning w i form av vitt brus med en standardavvikelse (storlek) som väljs av användaren. I sex figurer visas följande:

Figur 1: Vinkeln θ och referenssignalen θ_r

Figur 2: Styrsignalen u

Figur 3: Amplituddiagram för den komplementära känslighetsfunktionen (överföringsfunktionen från θ_r till θ)

Figur 4: Amplituddiagram för överföringsfunktionen från mätstörningen w till styrsignalen u

Figur 5: Amplituddiagram för den tidsdiskteta regulatorn F_d

Figur 6: Nyquistdiagram med en M_S-cirkel för $M_S = 1.7$ och en M_T-cirkel för $M_T = 1.3$

Följande kriterier beräknas också, där känslighetsfunktionen $S_d(z) = 1/(1 + G_d(z)F_d(z))$

$$
\begin{aligned}
J_{vmax} &= \max_{\omega} \frac{1}{\omega} |G_d(e^{j\omega h})S_d(e^{j\omega h})| \\
J_{umax} &= \max_{\omega} |F_d(e^{j\omega h})S_d(e^{j\omega h})| \\
M_S &= \max_{\omega} |S_d(e^{j\omega h})| \text{ (den lilla cirkeln)} \\
M_T &= \max_{\omega} |T_d(e^{j\omega h})| \text{ (den stora cirkeln)}
\end{aligned}
$$

Notera slutligen att regulatorn

$$
U(z) = F_d(z)E(z) = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + \cdots + d_n z^{-n}}{1 + c_1 z^{-1} + \cdots + c_n z^{-n}} E(z)
$$

på differensekvationsform kan formuleras som

$$
u(kh) = -c_1 u(kh-h) - \ldots - c_n u(kh-nh) + d_0 e(kh) + d_1 e(kh-h) + \ldots + d_n e(kh-nh)
$$

Med införande av vektorerna

$$
\theta = \begin{bmatrix} c_1 & \cdots & c_n & d_0 & d_1 & \cdots & d_n \end{bmatrix}
$$

och

$$
\varphi(kh) = \begin{bmatrix} -u(kh-h) & \cdots & -u(kh-nh) & e(kh) & e(kh-h) & \cdots & e(kh-nh) \end{bmatrix}
$$

kan därför regulatorn tecknas på den kompakta formen

$$
u(kh) = \varphi(kh)\theta^T \tag{1.1}
$$

Uppgifter

a) Bekanta dig med MATLAB-rutinerna `servo`, där processmodellen och de olika regulatorerna beräknas, `feedback_analysis` (de första 30 raderna), där det återkopplade systemet simuleras, `control_init`, där den tidsdiskreta regulatorn initieras, samt `control_update`, där regulatorns styrsignal uppdateras enligt (1.1).

b) Anropa huvudrutinen `servo`, där PD regulatorn är vald. Studera stegsvaret och speciellt kvarstående fel vid stegändringar. Förklara skillnaden i beteende vid stegändringen av referenssignalen och laststörningen, där den senare adderas till styrsignalen.

c) Variera samplingsintervallet h. Välj $h = 0.05$, 0.1 och 0.2. Vad inträffar med stabilitetsmarginalen M_S (inversen av minsta avståndet till punkten -1 i Nyquist-diagrammet) då h ökar. Studera speciellt kvoten ω_s/ω_b. För att inte tappa för mycket i prestanda och stabilitetsmarginal rekommenderas att denna kvot hamnar runt 30-50. Vilket av de tre samplingsintervallen är då lämpligast?

d) De medskickade rutinerna `control_init` och `control_update` är inte generellt skrivna utan fungerer enbart för PD-regulatorn, men ej för PID- och PIDf-regulatorerna. Skriv om dessa rutiner så att de fungerar för en regulator av godtycklig ordning, jmf (1.1). Som test prövas att PD-regulatorn ger samma resultat som den tidigare specialskrivna varianten.

   Den erhållna koden i dessa båda rutiner kan ses som en implementeringsprototyp för en generell tidsdiskret regulator.

e) Välj nu i stället en PID-regulator (`controller = 'PID'`) och låt $h = 0.05$. Regulatorn dimensioneras i rutinen `servo` så att $M_S = 1.7$ (fasmarginalen $\varphi_m = 45°$ och överkorsningsfrekvensen $\omega_c = 1.44$) för $\beta = 8$. Simulera och observera skillnaden i kompenseringen av laststörningen jämfört med PD-regulatorn. Ange orsak.

f) Bestäm för $\beta = 8$ PID-regulatorns värden på J_{vmax}, J_{umax}, M_S, M_T samt stegsvar och speciellt amplituddiagrammet för $S_u = S_d F_d$. Öka därefter β till 15 och öka ω_c så att $M_S = 1.7$ (ungefär samma stabilitetsmarginal som för $\beta = 8$). Vad händer med prestanda (kompensering av laststörning) och styrsignalaktivitet? Hur mycket förbättras prestanda J_{vmax} och försämras styrsignalaktiviteten J_{umax} jämfört med $\beta = 8$?

g) Verifiera styrsignalaktivitetsmåttet J_{umax} genom att nu inkludera en mätstörning med standardavvikelsen `sigma_w=0.02` i simuleringen. Studera de båda fallen $\beta = 8$ och 15 för $M_S = 1.7$. Kommentera styrsignalens mätstörningskänslighet för de olika värdena på β.

h) Studera den alternativa PIDf-regulatorn genom att välja `controller = 'PIDf'`. Denna regulator dimensioneras också så att $M_S = 1.7$. Inkludera mätstörningen i simuleringen och kommentera styrsignalens känslighet för denna störning då PIDf-regulatorn utnyttjas jämfört med PID-regulatorn. Den senare dimensioneras nu för $\omega_c = 1.6$, $\beta = 15$ och $\varphi_m = 45°$ (ger likvärdig kompensering av laststörningar för de båda regulatorerna).

i) Studera den alternativa processmodellen, där en svagt dämpad resonans också ingår, genom att i rutinen `servo` välja `Gres=1`. Jämför resultatet, i första hand stabilitetsmarginalen i form av minsta avståndet till punkten $(-1, 0)$ i Nyquistdiagrammet (relaterar till M_S-cirkeln), för de båda regulatorerna PID och PIDf enligt föregående punkt. Varför har PIDf regulatorn ett något fördelaktigare beteende?

j) Hur förändras stabilitetsmarginalen då resonansfrekvensen ökar? Förklara beteendet genom att studera Nyquistdiagrammen för de båda regulatorerna för $\omega_n = 7.5$ och 20.

k) Formulera några sammanfattande slutsatser angående valet av samplingsintervall, kopplingen mellan prestanda och styrsignalaktivitet speciellt med avseende på PID-parametern β, samt känsligheten för högfrekventa resonanser.