



Övningstentamen 3

M0049M

Tentamensdatum: **xx-xx-xx**

Skrivtid: **09.00 - 14.00**

Jourhavande lärare: xxx.

Antal uppgifter: 7, totalpoäng: 28.

Betygsgränser: 0-12 **U**, 13-17 **3**, 18-23 **4**, 24-28 **5**

Tillåtna hjälpmedel: Skrivverktyg

Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt redovisade att de blir svåra att följa. Även delvis lösta uppgifter bör emellertid lämnas in.

Lycka till!

1.

a) Ekvationen $z^4 - 6z^3 + 21z^2 - 18z + 54 = 0$ har en rot $3 - 3i$. Bestäm samtliga rötter.

b) För vilka värden på det reella talet a är $7\pi/6$ ett argument för $\frac{(1+2i)^2}{1-ai}$? (4 p)

2. Låt

$$H = \{p(t) \in \mathbb{P}_3 : p(-1) = p(1) = 0\}.$$

a) Visa att H är ett underrum till \mathbb{P}_3 .

b) Bestäm en bas för H . Bestäm $\dim H$. (4 p)

3. Diagonalisera

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 3 \end{bmatrix}.$$

(4 p)

4. Betrakta följande data $\frac{x}{y} \parallel \begin{array}{c|c|c} -1 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 1 & 4 \end{array}$. Bestäm den funktion på formen $y = \alpha x + \beta x^2$ som bäst anpassar till datapunkterna i minsta-kvadratmetodens mening. (4 p)

5. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = 1 + 2xe^{2x} \\ y(0) = 1, y'(0) = 0. \end{cases}$$

(4 p)

6. Bestäm samtliga lösningar till $x^3y'' - x^2y' + xy = 1, x > 0$. (4 p)

7.

a) Låt V och W vara vektorrum. Vad menas med att T är en linjär avbildning från V till W ? Ge en definition.

b) Låt T vara en linjär avbildning från V till W . Visa att om

$$\{T(\mathbf{v}_1), \dots, T(\mathbf{v}_n)\}$$

är linjärt oberoende så är även $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n\}$ linjärt oberoende.

Ledning: Börja med att visa $T(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$. (4 p)