



Tentamen i Differentialkalkyl M0047M

Tentamensdatum: **2019-10-30**
Skrivtid: **09.00-14.00 (5 timmar)**

Jourhavande lärare: JOHAN BYSTRÖM, tel: 0920-492880

Betygsgränser: 0-13 **U**, 14-18 **3**, 19-24 **4**, 25-30 **5**.
Antal uppgifter: **6**. Maximal poäng: **30**.

Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon.

Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt redovisade att de blir svåra att följa. Även delvis lösta uppgifter bör emellertid lämnas in.

Allmänna anvisningar:

Kontrollera att du fått samtliga uppgifter. Besvara endast en uppgift per lösningsblad. Skriv inte på baksidan. Skriv tydligt, texta gärna och använd inte rödpenna.

Efter tentamen:

Tentamensresultat meddelas senast tre veckor efter tentamenstillfället och senast två veckor före nästa omtentamenstillfälle. Tentamensresultatet syns på *Mitt LTU – Ladok för studenter*. Din rättade tentamen skannas och blir synlig på *Mitt LTU – Rättade tentor*.

Uppgifter till tryckeriet:

Projektnummer: **211 009** Antal exemplar: **450** Antal sidor: **5**

Övriga uppgifter: Inget av tentabladen behöver lämnas in med de övriga svaren.

1. Formeln

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

gäller för alla alla positiva heltal n .

(a) Bevisa detta (exempelvis med induktion). (4p)

(b) Vad kommer summan att gå mot när n går mot oändligheten? (1p)

2. Bestäm följande gränsvärden, om de existerar:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - x - 2}{x - 2}.$$

(1p)

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 3x}.$$

(2p)

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{7x^6 \ln x - 2x \sin x}{3x^2 \cos x - x^3 e^x}.$$

(2p)

3. (a) Visa att

$$\arctan e^x + \arctan e^{-x} = \frac{\pi}{2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

(4p)

(b) **(M0047M)**: Beskriv med kod/kommandon hur denna likhet skulle kunna visas grafiskt i MATLAB. (1p)

(b) **(M0029M)**: Beräkna

$$\arctan(\sqrt{2}) + \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

(1p)

4. Finn tangenten till kurvan (Pascals snigel/limaçon)

$$(x^2 + y^2 - 2x)^2 = x^2 + y^2$$

genom punkten $(1, \sqrt{3})$. (5p)

5. Bestäm nollställena, lokala extremvärden, inflexionspunkter och asymptoter till kurvan

$$y = f(x) = xe^{-x^2}.$$

Skissera kurvan samt ange i vilka intervall funktionen är växande/avtagande respektive konvex/konkav (*Eng: concave up/concave down*). (5p)

6. När luft expanderar adiabatiskt (dvs utan värmeutbyte med omgivningen) uppfyller trycket p och volymen V sambandet

$$pV^\gamma = C \text{ (konstant)}, \gamma = \frac{7}{5}.$$

Vid en viss tidpunkt är trycket 5 bar, volymen 28 dm³ och volymen ökande med hastigheten 2 dm³/s. Hur snabbt ändras trycket vid denna tidpunkt? (5p)