Oblig 4

Oppgave 1

a) R_1 danner en funksjon ettersom hver verdi i A har nøyaktig én tilordning i B, og ingen elementer i A er knyttet til flere elementer i B.

b) R_2 danner en funksjon —11— —11—

c) R_3 danner ikke en funksjon ettersom ikke alle elementer i A er brukt (3).

d) R_4 danner ikke en funksjon ettersom flere av samme element i A peker på flere og ulike elementer i B. ((5,6),(5,8))

Oppgave 2

a)
$f(a) = c$
$f(b) = a$
$f(c) = d$
$f(d) = a$

Samme element i kodomene

"b" er ikke nevnt

Funksjonen er hverken injektiv eller surjektive, ettersom to ulike elementer i hovedomene går til samme element i kodomene. I tilegg går ingen elementer fra hovedomene til elementet "b" i kodomene.

b)
$f(a) = d$
$f(b) = a$
$f(c) = b$
$f(d) = c$

Funksjonen er injektiv og surjektiv, og dermed bijektiv ettersom ett element går till ett element fra $A \rightarrow A$. Alle elementene benyttes også, og gjør funksjonen surjektiv.

c)
$f(a) = a$
$f(b) = b$
$f(c) = d$
$f(d) = c$

Funksjonen er injektiv og surjektiv, og dermed bijektiv

Oppgave 3

Funksjonene i oppgave "b" og "c" vil ha en invers funksjon ettersom begge er bijektive. Oppgave "a" derimot vil ikke ha en invers funksjon ettersom den ikke er bijektiv. I dette tilfellet vil mangelen på elementet "b" gjøre det til en ugyldig funksjon

Oblig 4

Oppgave 4

a) $f(n) = n^2 - 1, \quad f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$

$$\left.\begin{aligned} f(1) &= 1^2 - 1 = 0 \\ f(-1) &= -1^2 - 1 = 0 \end{aligned}\right\} \text{Ikke injektiv}$$

$$\left.\begin{aligned} f(2) &= 4 - 1 = 3 \\ f(3) &= 9 - 1 = 8 \end{aligned}\right\} \text{Ikke surjektive}$$

Funksjonen er ikke injektive ettersom to elementer i hoveddomene peker på samme i kodomene. Den er heller ikke surjektive ettersom det hoppes over elementer i definisjonsmengden

b) $f(n) = n^2 - 1, \quad f: \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$

$$\left.\begin{aligned} f(1) &= 0 \\ f(2) &= 3 \\ f(3) &= 8 \\ f(4) &= 15 \end{aligned}\right\} \begin{array}{l} \text{Injektive} \\ \text{Ikke surjektive} \end{array}$$

Funksjonen er injektive ettersom kun ett element i hoveddomene går til ett i kodomene. Den er ikke surjektive — " — .

Oppgave 5

a) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad f(x) = 2x - 1$

$$\left.\begin{aligned} f(-1) &= 2\cdot(-1) - 1 = -2 - 1 = -3 \\ f(0) &= 0 - 1 \to\ = -1 \\ f(1) &= 2 - 1 = 1 \end{aligned}\right\} \begin{array}{l} \text{Injektiv} \\ \text{Ikke surjektiv} \end{array} \to \text{Ikke bijektiv} = \text{Ikke inverterbar}$$

b) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ x - 2 & x \leq 0 \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} f(-1) &= (-1) - 2 = -3 \\ f(0) &= 0 - 2 = -2 \\ f(1) &= 1 = 1 \end{aligned}\right\} \begin{array}{l} \text{Injektiv} \\ \text{Ikke surjektiv} \end{array} \to \text{Ikke bijektiv} = \text{Ikke inverterbar}$$

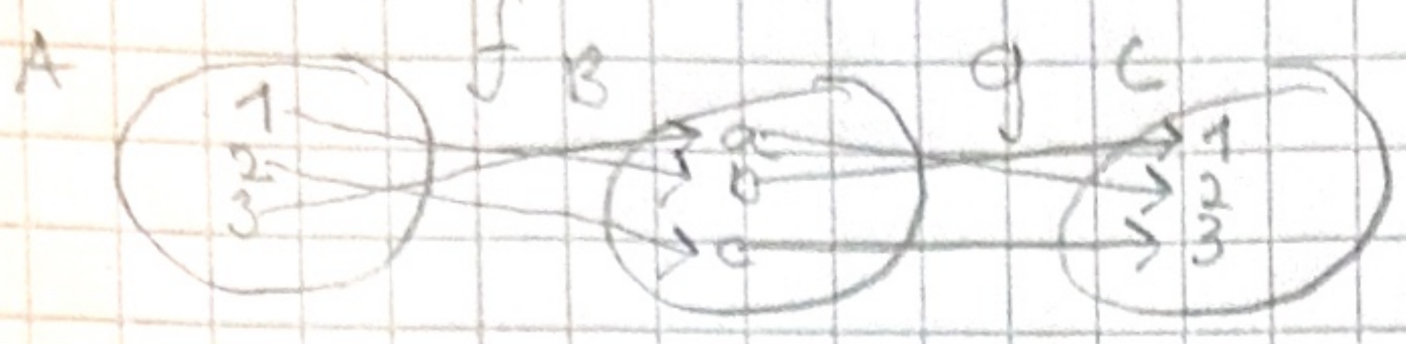
c) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad f(x) = \begin{cases} x - 1 & x > 0 \\ -x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} f(-1) &= -(-1) + 1 = 1 + 1 = 2 \\ f(0) &= -0 + 1 \to\ = 1 \\ f(1) &= 1 - 1 \to\ = 0 \\ f(2) &= 2 - 1 \to\ = 1 \\ f(3) &= 3 - 1 \to\ = 2 \end{aligned}\right\} \begin{array}{l} \text{Ikke injektiv} \\ \text{Ikke surjektiv} \\ \text{(umulig å få } < 0) \end{array} \to \text{Ikke bijektiv} = \text{Ikke inverterbar}$$

Oblig 4

Oppgave 6

a) $A = \{1, 2, 3\}$ $\quad f: A \to B, f(1) = b \quad g: B \to C, g(a) = 2$
$B = \{a, b, c\}$ $\quad$ —"—, $f(2) = c$ $\quad$ —"—, $g(b) = 1$
$C = \{1, 2, 3\}$ $\quad$ —"—, $f(3) = a$ $\quad$ —"—, $g(c) = 3$



$f(1) = b \to g(b) = 1 \to g \circ f(1) = 1$
$f(2) = c \to g(c) = 3 \to g \circ f(2) = 3$
$f(3) = a \to g(a) = 2 \to g \circ f(3) = 2$

a) $g \circ f = \{(1,1), (2,3), (3,2)\}$ $= A \to C$

b) $f \circ g = C \to A$ = Ikke mulig ettersom f tar input fra A, mens g sender input til C. $C \neq D_f$

Oppgave 7

a) $g \circ f \to (2x-3)^2 + (2x-3) = (4x^2 - 12x + 9) + 2x - 3 = \underline{4x^2 - 10x + 6}$

b) $f \circ g \to 2(x^2 + x) - 3 = \underline{2x^2 + 2x - 3}$

c) $f \circ f \to 2(2x-3) - 3 = 4x - 6 - 3 = \underline{4x - 9}$

d) $g \circ g \to (x^2 + x)^2 + x^2 + x = (x^2+x) \cdot (x^2+x) + x^2 + x = x^4 + 2x^3 + x^2 + (x^2 + x) = \underline{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x}$

Oppgave 8

$$\sum_{n=1}^{4} n(n+2) \quad \left.\begin{aligned} &= 1(1+2) = 1+2 = 3 \\ &= 2(2+2) = 4+4 = 8 \\ &= 3(3+2) = 9+6 = 15 \\ &= 4(4+2) = 16+8 = 24 \end{aligned}\right\} \; 3+8+15+24 = \underline{50}$$

Oppgave 9

$$1+3+5+7 = \sum_{n=1}^{4} (2n-1)$$