Oblig 6

Oppgave 1

a) Hvis n er oddetall, så er n^2+2 også et oddetall

↳ Definer ett oddetall: $n = 2k+1$

↳ Bruk dette i uttrykket: $n^2+2 = (2k+1)^2+2 \iff n^2+2 = (4k^2+4k+1)+2$

↳ $n^2+2 = 4k^2+4k+3$

↳ Multiplum: $\underbrace{\underbrace{2(2k^2+2k)}_{\text{Partall}}+3}_{\text{Oddetall}}$

Følgelig er n^2+2 ett oddetall dersom n et oddetall.

b) Hvis m og n er partall, så er $3m+7n$ et oddetall

↳ Anta at m og n er partall, $m = 2a$, $n = 2b$

↳ $3m+7n+1 = 3\cdot(2a)+7(2b)+1 \iff 3m+7n+1 = 6a+14b+1$

↳ Multiplum: $3m+7n+1 = \underbrace{\underbrace{2(3a+7b)}_{\text{Partall}}+1}_{\text{Oddetall}}$

Følgelig er $3m+7n+1$ et oddetall hvis m og n er partall

c) Hvis hvis $5n+1$ er et partall, så er n et oddetall

↳ Bevis derfor: hvis n er et partall, så er $5n+1$ et oddetall

↳ $n = 2k$ (partall) $\rightarrow 5n+1 = 5(2k)+1 \iff 10k+1$

↳ $10k+1 \iff \underbrace{\underbrace{2(5k)}_{\text{Partall}}+1}_{\text{oddetall}}$

Siden n er et partall og $5n+1$ er et oddetall, er den kontrapositive påstanden sann. Følgelig er også opprinnelig påstand sann

d) Dersom n^2+3 er oddetall, så er n et partall.

↳ Bevis: n er oddetall, så er n^2+3 et partall

↳ $n = 2k+1 \rightarrow n^2+3 = (2k+1)^2+3 \iff n^2+3 = 4k^2+4k+1+3$

↳ $n^2+3 = 4k^2+4k+4 \iff n^2+3 = \underbrace{4(k^2+k+1)}_{\text{Partall}}$

Siden n er et oddetall og n^2+3 er et partall er den kontrapositive påstanden sann. Følgelig er den opprinnelige påstanden sann

Oblig 6

Oppgave 2

a) $\exists x\, P(x)$: Det finnes (minst én) student(er) som ser to filmer hver kveld.

b) $\forall x\, P(x)$: Alle studenter ser to filmer hver kveld.

c) $\exists x \neg P(x)$: Det finnes minst én studenter som ikke ser to filmer hver kveld

d) $\neg \forall x\, P(x)$: Ingen studenter ser to filmer hver kveld
/ikke alle

Oppgave 3

a) $\exists x (x^2 = x)$ = Sant, fordi hvis $x=1 \rightarrow 1^2 = 1$

b) $\exists x (x^3 < x)$ = Sant, fordi hvis $x=0{,}5 \rightarrow 0{,}5^3 < 0{,}5$

c) $\forall x (x^2 < 2x+1)$ = Usant, fordi hvis $x=2 \rightarrow 2^2 \not< 2\cdot 2+1$

d) $\forall x (3x > 2x)$ = Usant, fordi hvis $x=0 \rightarrow 3\cdot 0 \not> 2\cdot 0$

Oppgave 4

a) $\forall x\, T(x)$

b) $\exists x\, T(x)$

c) $\neg \forall x\, T(x)$

d) $\exists x \neg T(x)$

Oppgave 3.3.1

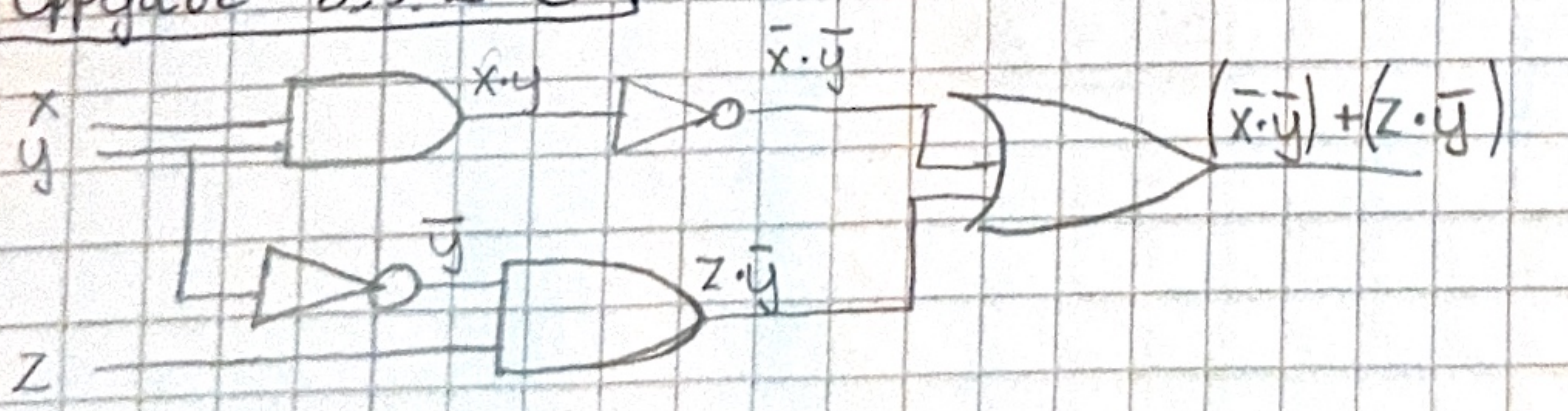
a) $\overline{1} + 0 = F + F = F = \underline{\underline{0}}$

b) $1 \cdot \overline{0} + 1 = 1 \cdot 1 + 1 = \underline{\underline{1}}$

c) $0 \cdot \overline{0} + 1 \cdot \overline{1} = 0 \cdot 1 = 0$, $1 \cdot 0 = 0$ $= \underline{\underline{0}}$

d) $\overline{(\overline{0} + 1)} = \overline{\overline{0}} \cdot \overline{1} = 0 \cdot \overline{1} = \underline{\underline{0}}$

Oppgave 3.3.2 c

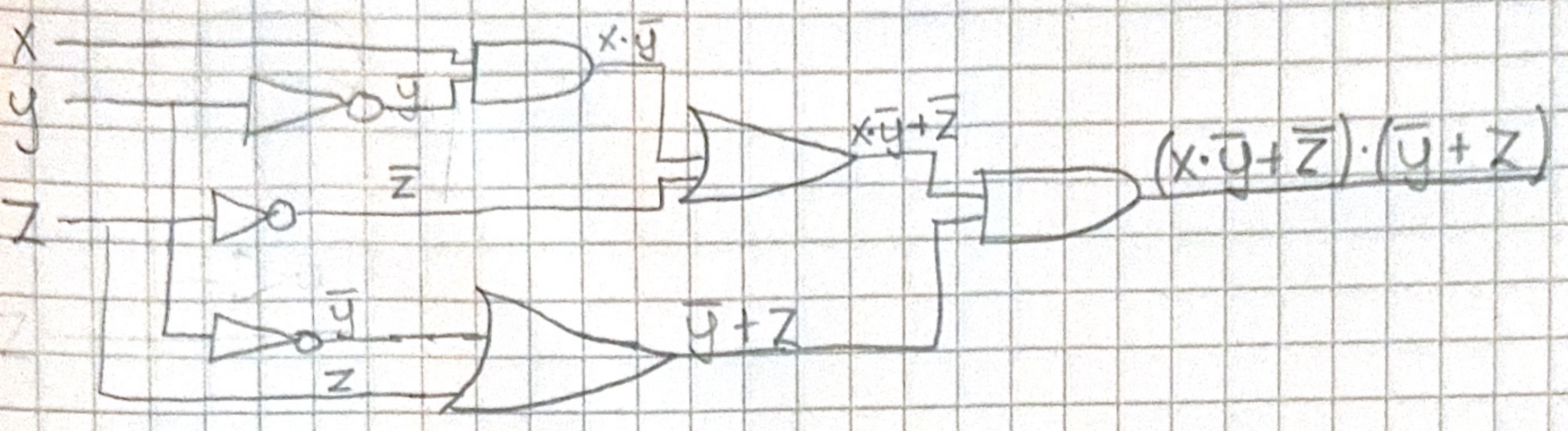


$\underline{\underline{(\overline{x y}) + (z\cdot\overline{y})}}$

Oblig 6

oppgave 3.3.3 c

$(x\cdot\bar{y}+\bar{z})(\bar{y}+z)$



oppgave 3.6.1 b

$4+10+16+\dots+(6n-2)=(3n+1)$, $n\in Z^+$

1. Basistrinn, $n=1$

$$\left.\begin{array}{l} VS=4 \\ HS=6-2=4 \end{array}\right\} \underline{VS=HS}$$

2. Induksjonstrinn, $k=n$

$$\underbrace{4+10+16+\dots+(6n-2)}+6(k+1)-2=\underbrace{(k+1)(3(k+1)+1)}$$

$k(3k+1)+6(k+1)-2$ $\qquad$ $(k+1)(3k+4)$

$3k^2+k+6k+6-2$ $\qquad$ $3k^2+4k+3k+4$

$\underline{\underline{3k^2+7k+4}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{3k^2+7k+4}}$

$\underline{VS=HS}$