Heimaverkefni 1

Töluleg Greining

Emil Gauti Friðriksson,
Garðar Árni Skarphéðinsson,
Þorsteinn Jón Gautason

5. mars 2019

Dæmi 1

Skrifið `Matlab` forrit sem hægt er að nota til að setja upp fylkið A í (2.34). Notið síðan `Matlab` skipunina \ í til að leysa fyrir frávikin y_i með $n = 10$.

Lausn

Eftirfarandi forrit var notað til að setja upp fylkið A úr (2.34) í bók.

```
%% Skilgreinum fylkið A
    A = zeros(n,n);
    A(1,:) = [16, -9, 8/3, -1/4, zeros(1, n-4)];
    A(2,:) = [-4, 6, -4, 1, zeros(1, n-4)];
    j = 0;
    for i = 3:n-2
        A(i,:) = [zeros(1,j), 1, -4, 6, -4, 1, zeros(1, n - (5 + j))];
        j = j + 1;
    end
    A(n-1,:) = [zeros(1,n-4), 1/17.*[16, -60, 72, -28]];
    A(n,:) = [zeros(1,n-4), 1/17.*[-12, 96, -156, 72]];
    A = sparse(A);
```

Leysum síðan fyrir y_i með $n = 10$ fjölda skiptinga með forritinu `LimpStick.m` (sjá **Forrit**)

```
%% Köllum á fallið til að fá reiknaða lausn y og rétta lausn g
    clear
    n = 10;
    [y, g,~,h] = LimpStick(n, 0, false);
```

Þá fáum við:

Tafla 1: Frávik brettis við lárétt

i	y_i
1	-1.806$\cdot 10^4$
2	-6.748$\cdot 10^4$
3	-1.417$\cdot 10^3$
4	-2.349$\cdot 10^3$
5	-3.421$\cdot 10^3$
6	-4.590$\cdot 10^3$
7	-5.822$\cdot 10^3$
8	-7.088$\cdot 10^3$
9	-8.372$\cdot 10^3$
10	-9.659$\cdot 10^3$

Dæmi 2

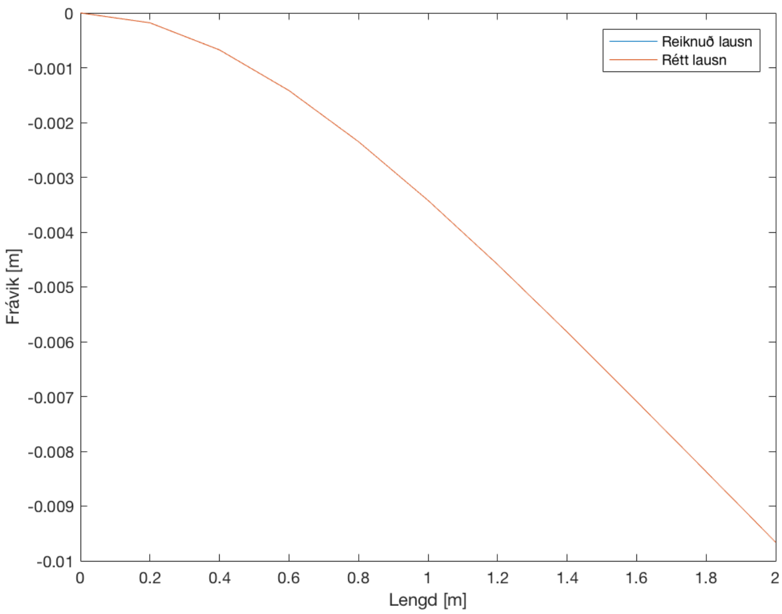
Gerið graf með lausninni úr dæmi 1 ásamt réttu lausninni, gefin með formúlunni

$$y(x) = \frac{f}{24EI} x^2(x^2 - 4Lx + 6L^2)$$

Þar sem f er kraftur sem verkar á brettið vegna eigin þunga. Athugið skekkjuna í punktinum $x = L$.

Lausn

Eftirfarandi graf sýnir reiknuðu lausnina úr **Dæmi 1** ásamt réttu lausninni. Notast var við $n = 10$.



Mynd 1: Stökkbretti undir eigin þyngd

Samkvæmt fyrirmælum er lengdin gefin með $L = 2\,\mathrm{m}$ og skekkjan í þeim punkti er

```
>> abs(g(n)-y(n))
ans =
     4.371503159461554e-16
```

Sem er af sömu stærðargráðu og `eps`.

Dæmi 3

Keyrið reikningana úr **Dæmi 1** fyrir $n = 10 \cdot 2^k$ þar sem $k = 1, \dots, 11$. Gerið töflu sem sýnir skekkjuna í $x = L$ fyrir öll n. Fyrir hvaða n er skekkjan minnst? Hvers vegna byrjar skekkjan að aukast með n? Sniðugt er að gera aðra töflu fyrir ástandstölu fylkisins A fyrir hvert n.

Lausn

Keyrum reikningana úr **Dæmi 1** 11 sinnum, með $n = 10 \cdot 2^k$ fyrir $k = 1, \dots, 11$ með eftirfarandi kóða:

```
%% Endurtökum fyrir n = 10*2^k, k = 1:11
    clear
    err1 = zeros(1,11);
    cond1 = zeros(1,11);
    for k = 1:11
        n = 10*2^k;
        [y,g,A] = LimpStick(n, 0, false);
        err1(k) = abs(g(n)-y(n));
        cond1(k) = condest(A);
    end
```

Þar sem notast er við fallið `condest()` til að reikna út gildi sparse fylkja. Gildin úr reikningunum má sjá í töflu 2.

Tafla 2: Skekkja og ástandstala fyrir breytilegt n

n	Skekkja	Ástandstala
$10 \cdot 2$	$6.620 \cdot 10^{-15}$	$5.303 \cdot 10^{5}$
$10 \cdot 2^2$	$1.884 \cdot 10^{-13}$	$8.449 \cdot 10^{6}$
$10 \cdot 2^3$	$1.129 \cdot 10^{-12}$	$1.348 \cdot 10^{8}$
$10 \cdot 2^4$	$1.199 \cdot 10^{-11}$	$2.154 \cdot 10^{9}$
$10 \cdot 2^5$	$3.750 \cdot 10^{-10}$	$3.443 \cdot 10^{10}$
$10 \cdot 2^6$	$3.551 \cdot 10^{-10}$	$5.507 \cdot 10^{11}$
$10 \cdot 2^7$	$2.405 \cdot 10^{-9}$	$8.810 \cdot 10^{12}$
$10 \cdot 2^8$	$1.551 \cdot 10^{-7}$	$1.409 \cdot 10^{14}$
$10 \cdot 2^9$	$3.737 \cdot 10^{-6}$	$2.255 \cdot 10^{15}$
$10 \cdot 2^{10}$	$3.936 \cdot 10^{-5}$	$3.608 \cdot 10^{16}$
$10 \cdot 2^{11}$	$5.006 \cdot 10^{-4}$	$5.773 \cdot 10^{17}$

Við sjáum út frá töflu 2 að $n = 10 \cdot 2$ hefur minnsta skekkju. Athugum einnig að skekkjan eykst með hækkandi n. Þetta er vegna þess að vídd fylkisins A eykst með hækkandi n, sem hefur í för með sér vaxandi ástandstölu sem hefur áhrif á nákvæmni allra reikninga sem framkvæmdir eru með fylkinu.

Dæmi 4

Setjið bylgjulaga hrúgu á brettið. Þetta felur í sér að bæta liðnum $s(x) = -pg\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$ við jöfnuna okkar fyrir $f(x)$. Sannið að jafnan

$$y(x) = \frac{f}{24EI}x^2(x^2 - 4Lx + 6L^2) - \frac{pgL}{EI\pi}\left(\frac{L^3}{\pi^3}\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) - \frac{x^3}{6} + \frac{L}{2}x^2 - \frac{L^2}{\pi^2}x\right)$$

uppfylli Euler-Bernoulli bjálkajöfnuna og jaðarskilyrðin fyrir fastan-frjálsan bjálka.

Lausn

Jafnan:

$$y(x) = \frac{f}{24EI}x^2(x^2 - 4Lx + 6L^2) - \frac{pgL}{EI\pi}\left(\frac{L^3}{\pi^3}\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) - \frac{x^3}{6} + \frac{L}{2}x^2 - \frac{L^2}{\pi^2}x\right)$$

Þar sem f er þyngdarkfraftur á lengdareiningu vegna brettisins sjálfs, á að vera rétta jafnan til þess að lýsa bognun brettisins þegar hrúgu með þyngdardreifingu $s(x) = -pg\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$ er bætt ofan á brettið, og á hún því að uppfylla Euler-Bernoulli jöfnuna:

$$EIy^{(4)} = f(x)$$

Þar sem $f(x)$ er heildar-þyngdarkraftur á lengdareiningu sem verkar á brettið. Eftir að framkvæma útreikningana fæst:

$$y^{(4)} = \frac{f}{EI} - \frac{pg}{EI}\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$$

Þ.e.a.s.

$$EIy^{(4)} = f - pg\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) = f + s(x) = f(x)$$

Þar sem $s(x)$ er þyngdarkrafturinn á lengdareiningu vegna hrúgunnar ofan á brettinu. Til þess að vera alveg viss um að þetta standist þarf jafnan einnig að uppfylla jaðarskilyrðin sem fást frá því að brettið er fast í einn endann en frjálst í hinum. Þ.e.

$$y(0) = y'(0) = y''(L) = y'''(L) = 0$$

Setjum þessi gildi inn í afleiður $y(x)$ og fáum:

$$\begin{aligned}
y(0) &= \frac{f}{24EI}\cdot 0 - \frac{pgL}{EI\pi}\left(\frac{L^3}{\pi^3}\sin(0) - 0\right) = 0\\
y'(0) &= \frac{f}{24EI}\cdot 0 - \frac{pgL}{EI\pi}\left(\frac{L^2}{\pi^2}\cos(0) - \frac{L^2}{\pi^2}\right) = 0\\
y''(L) &= \frac{f}{24EI}(12L^2 - 24L^2 + 12L^2) - \frac{pgL}{EI\pi}\left(-\frac{L}{\pi}\sin(\pi) - L + L\right) = 0\\
y'''(L) &= \frac{f}{24EI}(24L - 24L) - \frac{pgL}{EI\pi}(-\cos(\pi) - 1) = 0
\end{aligned}$$

Við sjáum því að jafnan uppfyllir skilyrðin fullkomlega.

Dæmi 5

Keyrið reikningana úr **Dæmi 3** fyrir bretti með bylgjulaga hrúgu. Setjið $p = 100\,\mathrm{kg}$ og gerið graf með reiknaðri lausn og réttri lausn. Svarið spurningunum úr **Dæmi 3** auk eftirfarandi spurningar: er skekkjan í $x = L$ í réttu hlutfalli við h^2?

Lausn

Við framkvæmum sömu aðgerðir og í **Dæmi 3** fyrir tilfellið þar sem við höfum hrúguna úr **Dæmi 4** ofan á brettinu. Finnum þannig skekkjur og ástandstölur skv. þessum kóða:

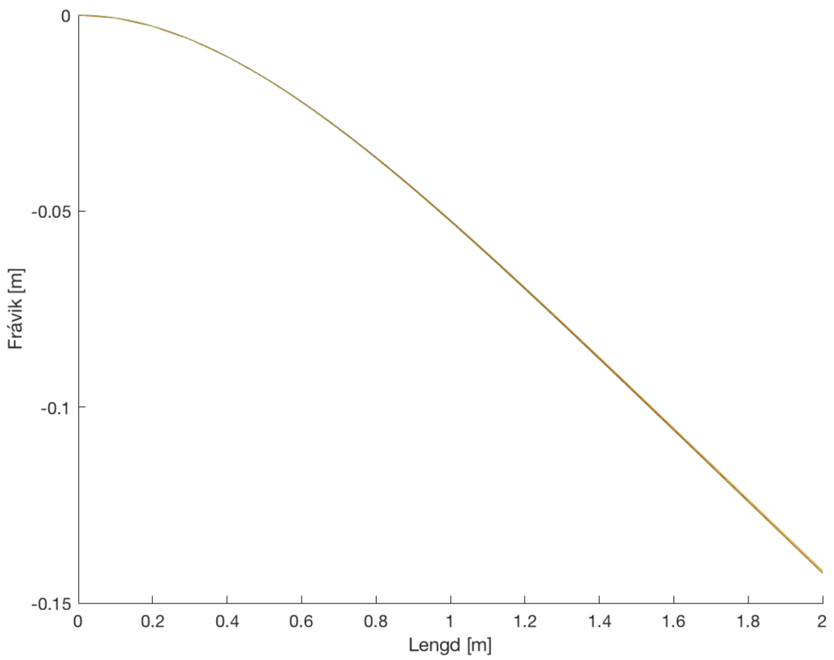
```
%% Eins of fyrri liðurinn, nema með hrúgu
    clf
    clear
    hold on
    err2 = zeros(1,11);
    hft1 = zeros(1,11);
    cond2 = zeros(1,11);
    [~,g,~,h] = LimpStick(10, 100, false);
    plot([0, h.*(1:10)], [0,g])
    for k = 1:11
        n = 10*2^k;
        [y,g,A,h] = LimpStick(n, 100, false);
        plot([0,h.*(1:n)], [0;y])
        err2(k) = abs(g(n) - y(n));
        cond2(k) = condest(A);
        hft1(k) = h;
    end
    hold off
```

Fáum eftirfarandi niðurstöður:

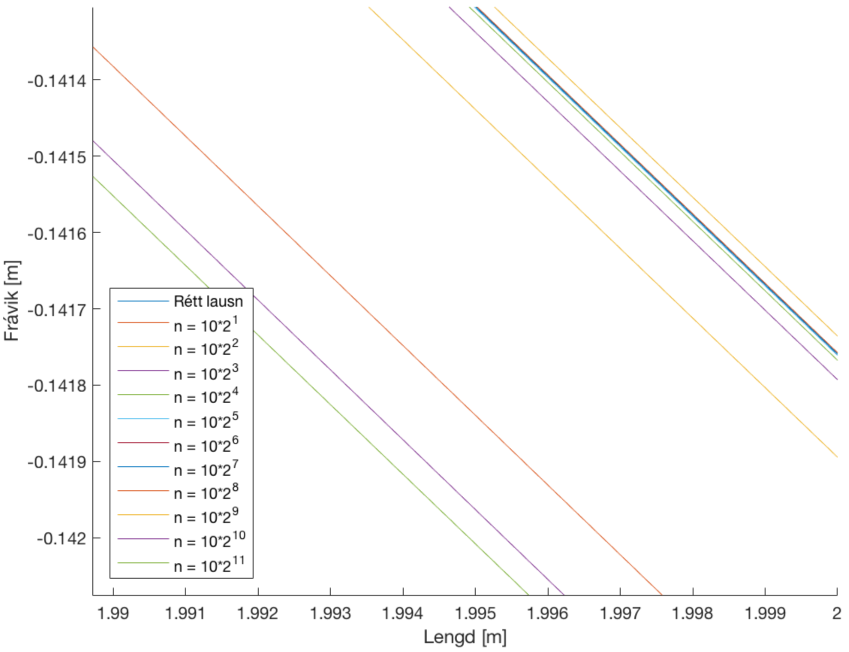
Tafla 3: Skekkja og ástandstala fyrir breytilegt n

n	Skekkja	Ástandstala
$10 \cdot 2$	$5.377 \cdot 10^{-4}$	$5.303 \cdot 10^{5}$
$10 \cdot 2^2$	$1.355 \cdot 10^{-4}$	$8.449 \cdot 10^{6}$
$10 \cdot 2^3$	$3.393 \cdot 10^{-5}$	$1.348 \cdot 10^{8}$
$10 \cdot 2^4$	$8.487 \cdot 10^{-6}$	$2.154 \cdot 10^{9}$
$10 \cdot 2^5$	$2.120 \cdot 10^{-6}$	$3.443 \cdot 10^{10}$
$10 \cdot 2^6$	$5.429 \cdot 10^{-7}$	$5.507 \cdot 10^{11}$
$10 \cdot 2^7$	$4.591 \cdot 10^{-7}$	$8.810 \cdot 10^{12}$
$10 \cdot 2^8$	$1.479 \cdot 10^{-6}$	$1.409 \cdot 10^{14}$
$10 \cdot 2^9$	$2.324 \cdot 10^{-5}$	$2.255 \cdot 10^{15}$
$10 \cdot 2^{10}$	$6.619 \cdot 10^{-4}$	$3.608 \cdot 10^{16}$
$10 \cdot 2^{11}$	$7.052 \cdot 10^{-4}$	$5.773 \cdot 10^{17}$

Teiknum gröf fyrir sérhver gildi á k:

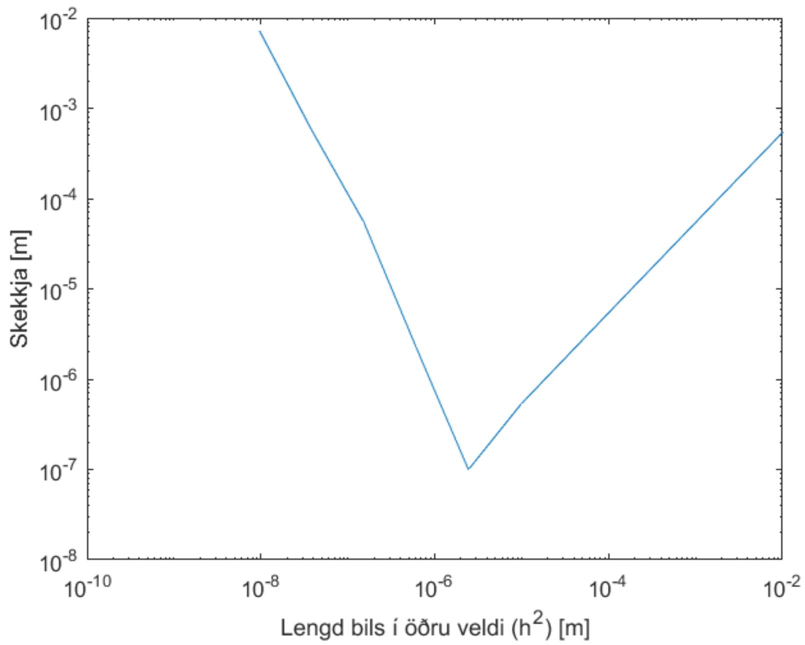


Mynd 2: Bretti með hrúgu



Mynd 3: Bretti með hrúgu (nærmynd)

Við sjáum að þessar niðurstöður eru frábrugðnar þeim úr **Dæmi 3**. Það er ekkert augljóst samband á milli skekkjunnar og h^2. Við sjáum einnig að með hækkandi n minnkar skekkjan til að byrja með en byrjar að hækka aftur eftir $n = 10 \cdot 2^7$ þrátt fyrir að ástandstalan haldi bara áfram að hækka.



Mynd 4: log-log graf af skekkju sem falli af h^2

Dæmi 6

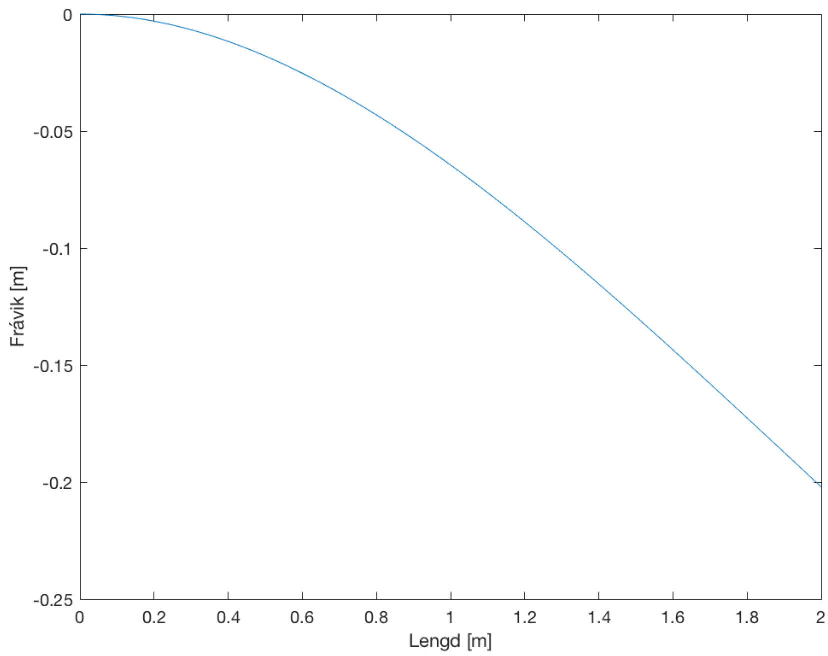
Fjarlægið hrúguna af brettinu og bætið við 70 kg dýfingarmanni á seinustu 20 cm af brettinu. Þið verðið að bæta viðeigandi lið við kraftajöfnuna $f(x)$. Reiknið frávik brettisins í punktinum $x = L$ fyrir æskilegt gildi n úr **Dæmi 5** og gerið graf af lausninni.

Lausn

Framkvæmum sömu útreikninga og í **Dæmi 2** fyrir tilfellið þar sem dýfingarmaður stendur á enda brettisins, $1.8m \leq x_i \leq 2m$, með $n = 10 \cdot 2^7$ skv. eftirfarandi kóða:

```
%% Eins og fyrri liðurinn, nema með dýfingarmanni
    clear
    clf
    n = 10*2^7;
    [y,~,~,h] = LimpStick(n, 0, true);
    plot([0, h*(1:n)], [0; y])
    def = y(n);
    ylabel("Frávik [m]")
    xlabel("Lengd [m]")
```

Teiknum graf:



Mynd 5: Stökkbretti með dýfingarmanni

Dæmi 7

Festum nú báða enda brettisins og bætum hrúgunni aftur ofan á. Þörf er á breytingum á fylkinu A. Reiknið frávik fyrir bylgjulaga hrúgu og reiknið skekkjuna í punktinum $x = L/2$. Rétt lausn fæst með formúlunni

$$y(x) = \frac{f}{24EI}x^2(L-x)^2 - \frac{pgL^2}{\pi^4 EI}\left(L^2 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) + \pi x(x-L)\right)$$

Lausn

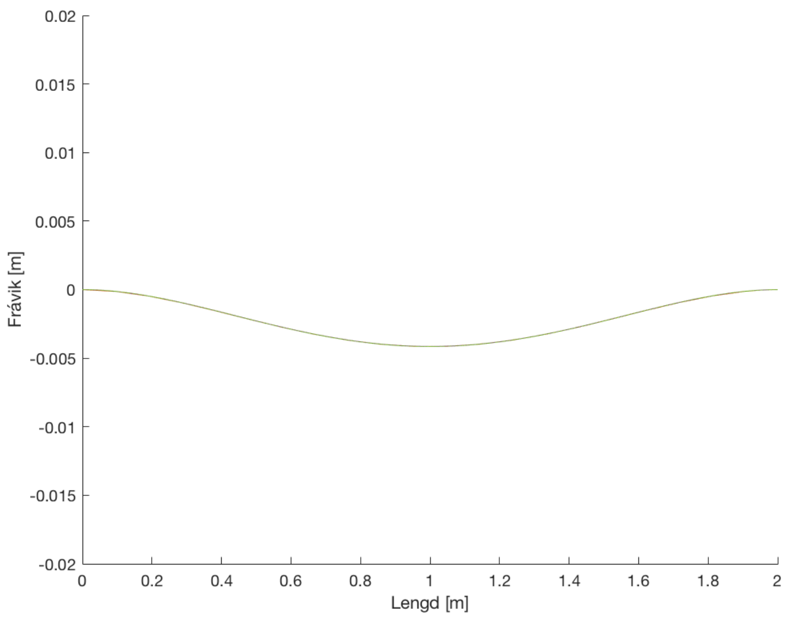
Skoðum nú hvað gerist þegar brettið er fest í báða enda og hrúgan úr **Dæmi 5** er aftur sett ofan á það. Við gerum þetta með kóðanum:

```
%% Festum planka í báða enda
    clf
    clear
    hold on
    err3 = zeros(1,11);
    hft2 = zeros(1,11);
    cond3 = zeros(1,11);
    [~,g,~,h] = LimpBridge(10, 100);
    plot([0, h.*(1:10)], [0,g])
    for k = 1:11
        n = 10*2^k;
        [y,g,A,h] = LimpBridge(n, 100);
        plot([0,h.*(1:n)], [0;y])
        err3(k) = abs(y(round(n/2)) - g(round(n/2)));
        cond3(k) = condest(A);
        hft2(k) = h;
    end
    axis([0,2, -0.02, 0.02])
    hold off
```

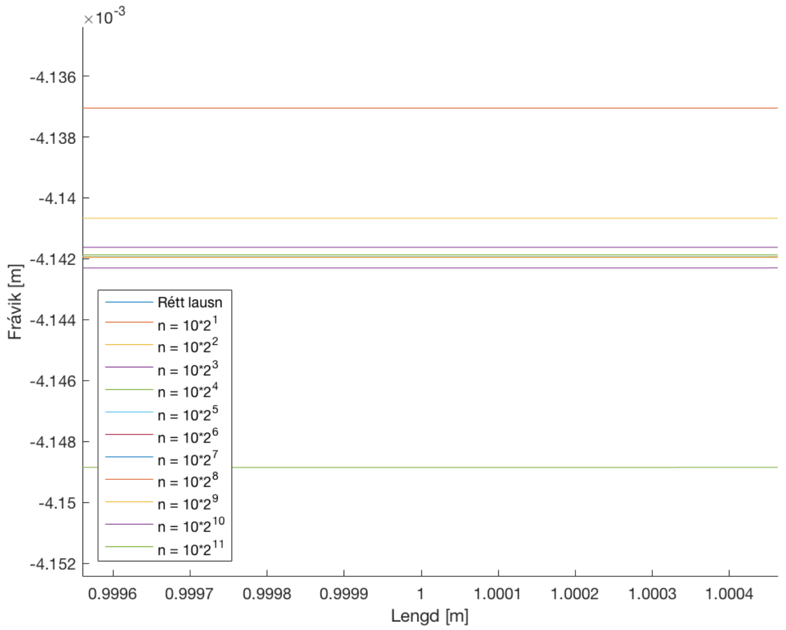
Framkvæmum sömu aðgerðir og í **Dæmi 5** í punktinum $x = L/2$ og setjum niðurstöðurnar upp í töflu: Fáum einnig eftirfarandi myndir:

Tafla 4: Skekkja og ástandstala fyrir breytilegt n

n	Skekkja	Ástandstala
$10 \cdot 2$	$1.465{\cdot}10^{-5}$	$1.065{\cdot}10^{4}$
$10 \cdot 2^2$	$3.853{\cdot}10^{-6}$	$1.546{\cdot}10^{5}$
$10 \cdot 2^3$	$9.878{\cdot}10^{-7}$	$2.354{\cdot}10^{6}$
$10 \cdot 2^4$	$2.501{\cdot}10^{-7}$	$3.675{\cdot}10^{7}$
$10 \cdot 2^5$	$6.291{\cdot}10^{-8}$	$5.806{\cdot}10^{8}$
$10 \cdot 2^6$	$1.578{\cdot}10^{-8}$	$9.233{\cdot}10^{9}$
$10 \cdot 2^7$	$3.834{\cdot}10^{-9}$	$1.473{\cdot}10^{11}$
$10 \cdot 2^8$	$1.901{\cdot}10^{-9}$	$2.352{\cdot}10^{12}$
$10 \cdot 2^9$	$8.534{\cdot}10^{-9}$	$3.761{\cdot}10^{13}$
$10 \cdot 2^{10}$	$3.503{\cdot}10^{-7}$	$6.016{\cdot}10^{14}$
$10 \cdot 2^{11}$	$6.905{\cdot}10^{-6}$	$9.616{\cdot}10^{15}$



Mynd 6: Bretti fest í báða enda



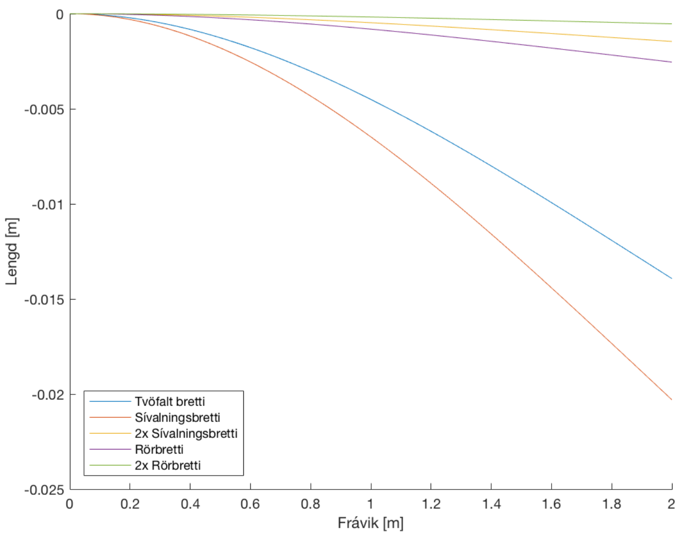
Mynd 7: Bretti fest í báða enda (nærmynd)

Dæmi 8

Hér eru gefnar hugmyndir um frekari tilraunir á mismunandi brettum með mismunandi breidd, þykkt og gerð. Framkvæmið nokkra reikninga sem svara til mismunandi bretta.

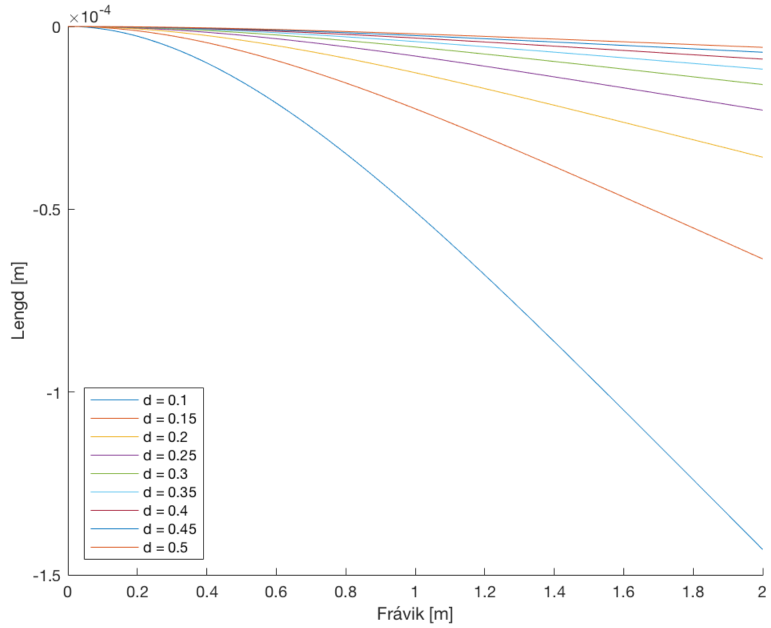
Lausn

Við ætlum að bera saman venjulegt bretti, bretti með tvöfalda breidd og þykkt, auk rör- og sívalningslaga brettis með sama þverskurðarflatarmál og venjulega brettið. Síðan athugum við sveigjuna á þessum brettum miðað við tvöfalt venjulegt bretti.

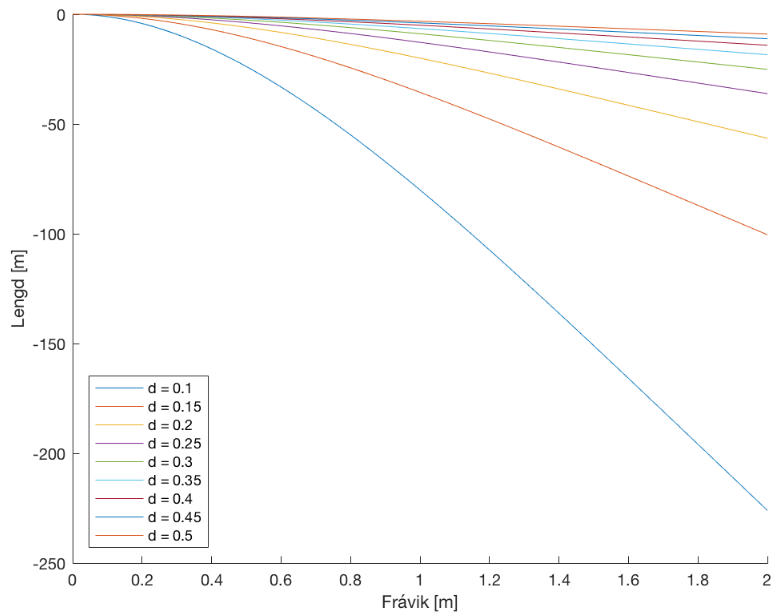


Mynd 8: Mismunandi gerðir bretta

Einnig könnum við sveigju brettis sem er gert úr Jello™ og gulli með mismunandi þykktir. Gerum graf sem sýnir frávik frá láréttu sem fall af fjarlægð fyrir efnin tvö.



Mynd 9: Bretti úr gulli fest í annan endann



Mynd 10: Bretti úr Jello™ fest í annan endann

Athugum að reikniaðferðin sem notast var við gerir ekki ráð fyrir fastri lengd á bretti eins og sést greinilega á mynd 10.

Forrit

LimpStick.m

```
function [y, g, A, h] = LimpStick(n, p, diver)
%LimpStick reiknar út frávik stökkbrettis frá jafnvægisstöðu.
%   Úttök LimpStick eru reiknað frávik y, nákvæmt frávik g,
%   fylkið A og lengd bilanna, h.
%   Inntök LimpStick er fjöldi bila n, þyngd hrúgu p, og rökgildið
%   diver, sem segir til um hvort dýfingarmaður sé á brettinu eða ekki.
%
%See also LIMPBRIDGE, LIMPSTICK8.

    %% Skilgreinum fasta
    L = 2;
    h = L/n;
    E = 1.3e10;
    w = 0.3;
    d = 0.03;
    I = w*d^3/12;
    g = -9.81;
    CTE = h^4/(E*I);
    %% Skilgreinum fylkið A
    A = zeros(n,n);
    A(1,:) = [16, -9, 8/3, -1/4, zeros(1, n-4)];
    A(2,:) = [-4, 6, -4, 1, zeros(1, n-4)];
    j = 0;
    for i = 3:n-2
        A(i,:) = [zeros(1,j), 1, -4, 6, -4, 1, zeros(1, n - (5 + j))];
        j = j + 1;
    end
    A(n-1,:) = [zeros(1,n-4), 1/17.*[16, -60, 72, -28]];
    A(n,:) = [zeros(1,n-4), 1/17.*[-12, 96, -156, 72]];
    A = sparse(A);
    %% Skilgreinum vigurinn f
    % Tekið er tillit til þyngdar hrúgu og/eða dýfingarmanns.
    f = zeros(n,1);
    for i = 1:n
        if diver
            if h*i > 1.8
                f(i) = 480*w*d*g + p*g*sin(h*i*pi/L) + g*70/0.2;
            else
                f(i) = 480*w*d*g + p*g*sin(h*i*pi/L);
            end
        else
            f(i) = 480*w*d*g + p*g*sin(h*i*pi/L);
        end
    end
    y = A\(CTE*f);
    %% Skilgreinum réttu lausnina
    %Rétt lausn er reiknuð með sama fjölda bila og reiknaða lausnin.
```

```
    p = @(x) ((480*w*d*g)/(24*E*I))*x^2*(x^2 - 4*L*x + 6*L^2)
    + (p*g*L/(E*I*pi))*(L^3/pi^3*sin(pi/L*x) - x^3/6 + L/2*x^2 - L^2/pi^2*x);
    g = zeros(1,n);
    for i = 1:n
        j = h*i;
        g(i) = p(j);
    end
end
```

ToluBois.m

```
%% Köllum á fallið til að fá reiknaða lausn y og rétta lausn g
    clear
    n = 10;
    [y, g,~,h] = LimpStick(n, 0, false);
    plot([0,h.*(1:n)], [0;y])
    hold on
    plot([0, h.*(1:n)], [0,g])
    xlabel("Lengd [m]");
    ylabel("Frávik [m]");
    legend("Reiknuð lausn", "Rétt lausn");
    hold off
    format long
    skekkja = abs(g(n)-y(n));
%% Endurtökum fyrir n = 10*2^k, k = 1:11
    clear
    err1 = zeros(1,11);
    cond1 = zeros(1,11);
    hft0 = zeros(1,11);
    for k = 1:11
        n = 10*2^k;
        [y,g,A,h] = LimpStick(n, 0, false);
        err1(k) = abs(g(n)-y(n));
        cond1(k) = condest(A);
        hft0(k) = h;
    end
%% Eins of fyrri liðurinn, nema með hrúgu
    clf
    clear
    hold on
    err2 = zeros(1,11);
    hft1 = zeros(1,11);
    cond2 = zeros(1,11);
    [~,g,~,h] = LimpStick(1000, 100, false);
    plot([0, h.*(1:1000)], [0,g])
    for k = 1:11
        n = 10*2^k;
        [y,g,A,h] = LimpStick(n, 100, false);
        plot([0,h.*(1:n)], [0;y])
        err2(k) = abs(g(n) - y(n));
        cond2(k) = condest(A);
        hft1(k) = h;
    end
    %axis([0, 2.1, -0.2, 0])
    legend("Rétt lausn", "n = 10*2^1", "n = 10*2^2", "n = 10*2^3", "n = 10*2^4",
    "n = 10*2^5", "n = 10*2^6", "n = 10*2^7", "n = 10*2^8", "n = 10*2^9", "n = 10*2^{10}",
    "n = 10*2^{11}", "Interpreter", "latex", "Location", "southwest");
    ylabel("Frávik [m]");
    xlabel("Lengd [m]");
    %title("Stökkbretti með samhverfri hrúgu");
    hold off
```

```matlab
%% Eins og fyrri liðurinn, nema með dýfingarmanni
    clear
    clf
    n = 10*2^7;
    [y,~,~,h] = LimpStick(n, 0, true);
    plot([0, h*(1:n)], [0; y])
    def = y(n);
    ylabel("Frávik [m]")
    xlabel("Lengd [m]")
%% Festum planka í báða enda
    clf
    clear
    hold on
    err3 = zeros(1,11);
    hft2 = zeros(1,11);
    cond3 = zeros(1,11);
    [~,g,~,h] = LimpBridge(10000, 100);
    plot([0, h.*(1:10000)], [0,g])
    for k = 1:11
        n = 10*2^k;
        [y,g,A,h] = LimpBridge(n, 100);
        plot([0,h.*(1:n)], [0;y])
        err3(k) = abs(y(round(n/2)) - g(round(n/2)));
        cond3(k) = condest(A);
        hft2(k) = h;
    end
    axis([0,2, -0.02, 0.02])
    ylabel("Frávik [m]")
    xlabel("Lengd [m]")
    legend("Rétt lausn", "n = 10*2^1", "n = 10*2^2", "n = 10*2^3", "n = 10*2^4",
    "n = 10*2^5", "n = 10*2^6", "n = 10*2^7", "n = 10*2^8", "n = 10*2^9", "n = 10*2^{10}",
    "n = 10*2^{11}", "Interpreter", "latex", "Location", "southwest");
    hold off
%% Allar myndir saman
    clear
    clf
    hold on
    n = 10*2^7;
    [y, ~,~,h] = LimpStick(n, 0, false);
    plot([0,h.*(1:n)], [0;y])
    [y,~,~,~] = LimpStick(n, 100, false);
    plot([0,h.*(1:n)], [0;y])
    [y,~,~,~] = LimpStick(n, 0, true);
    plot([0, h*(1:n)], [0; y])
    ylabel("Frávik [m]")
    xlabel("Lengd [m]")
```

LimpBridge.m

```
function [y,g,A,h] = LimpBridge(n, p)
% LimpBridge reiknar frávik brúar frá jafnvægisstöðu undir álagi frá hrúgu
% með þyngd p.
%   LimpBridge tekur inn fjölda bila n og þyngd hrúgu p.
%   LimpBridge skilar reiknuðu fráviki y, nákvæmu fráviki g, fylkinu A og
%   lengd bila h.
%See also LIMPSTICK, LIMPSTICK8.

    %% Skilgreinum fasta
    L = 2;
    h = L/(n + 1);
    E = 1.3e10;
    w = 0.3;
    d = 0.03;
    I = w*d^3/12;
    g = -9.81;
    CTE = h^4/(E*I);
    %% Skilgreinum fylkið A
    A = zeros(n,n);
    A(1,:) = [16, -9, 8/3, -1/4, zeros(1, n-4)];
    A(2,:) = [-4, 6, -4, 1, zeros(1, n-4)];
    j = 0;
    for i = 3:n-2
        A(i,:) = [zeros(1,j), 1, -4, 6, -4, 1, zeros(1, n - (5 + j))];
        j = j + 1;
    end
    A(n-1,:) = fliplr(A(2,:));
    A(n,:) = fliplr(A(1,:));
    A = sparse(A);
    %% Skilgreinum vigurinn f
    f = zeros(n,1);
    for i = 1:n
        f(i) = 480*w*d*g + p*g*sin(h*i*pi/L);
    end
    %% Reiknum lausn
    y = A\(f*CTE);
    %% Skilgreinum nákvæma lausn
    p = @(x) ((480*w*d*g)/(24*E*I))*x^2*(L-x)^2 + (p*g*L^2/(pi^4*E*I))*(L^2*sin(pi*x/L)
    + pi*x*(x - L));
    g = zeros(1,n);
    for i = 1:n
        j = h*i;
        g(i) = p(j);
    end
end
```

LimpStick8.m

```
function [y, g, A, h] = LimpStick8(n,w,d,p,diver,shape, E)
%LimpStick8 reiknar út frávik stökkbrettis frá jafnvægisstöðu, en ræður við
%mismunandi gerðir bretta.
%   LimpStick8 tekur inn fjölda bila n, breidd brettis w, þykkt brettis d,
%   þyngd hrúgu p, rökgildið diver, breytuna shape sem segir til um gerð
%   brettis og Young's modulus tiltekins efnis, E.
%   k er kassalaga bretti með þykkt d og breidd w
%   h er sívalningslaga bretti með sama flatarmál og kassalaga brettið.
%   g er rörlaga bretti með fastan 10cm radíus en annars sama flatarmál og
%   kassalaga brettið.

    %% Skilgreinum fasta
    L = 2;
    h = L/n;
    if shape == 'k'
        I = w*d^3/12;
    elseif shape == 'h'
        I = pi*(sqrt(w*d/pi))^4/4;
    elseif shape == 'g'
        %gefum okkur innri radíus 10cm
        I = pi*(sqrt(w*d/pi + 0.1^2)^4 - 0.1^4)/4;
    end
    g = -9.81;
    CTE = h^4/(E*I);
    %% Skilgreinum fylkið A
    A = zeros(n,n);
    A(1,:) = [16, -9, 8/3, -1/4, zeros(1, n-4)];
    A(2,:) = [-4, 6, -4, 1, zeros(1, n-4)];
    j = 0;
    for i = 3:n-2
        A(i,:) = [zeros(1,j), 1, -4, 6, -4, 1, zeros(1, n - (5 + j))];
        j = j + 1;
    end
    A(n-1,:) = [zeros(1,n-4), 1/17.*[16, -60, 72, -28]];
    A(n,:) = [zeros(1,n-4), 1/17.*[-12, 96, -156, 72]];
    A = sparse(A);
    %% Skilgreinum vigurinn f
    f = zeros(n,1);
    for i = 1:n
        if diver
            if h*i > 1.8
                f(i) = 480*w*d*g + p*g*sin(h*i*pi/L) + g*70/0.2;
            else
                f(i) = 480*w*d*g + p*g*sin(h*i*pi/L);
            end
        else
            f(i) = 480*w*d*g + p*g*sin(h*i*pi/L);
        end
    end
    y = A\(CTE*f);
```

```
    %% Skilgreinum réttu lausnina
    p = @(x) ((480*w*d*g)/(24*E*I))*x^2*(x^2 - 4*L*x + 6*L^2)
    + (p*g*L/(E*I*pi))*(L^3/pi^3*sin(pi/L*x) - x^3/6 + L/2*x^2 - L^2/pi^2*x);
    g = zeros(1,n);
    for i = 1:n
        j = h*i;
        g(i) = p(j);
    end
end
```

pt8.m

```
n = 100;
w = 0.3;
d = 0.03;
y = zeros(6,n+1);
g = y;
deflection = zeros(1,6);

[y1, g1,~,h] = LimpStick8(n, w, d, 0, true, 'k', 1.3e10);
    y(1,:) = [0, y1.'];
    g(1,:) = [0, g1];
[y2, g2,~,~] = LimpStick8(n, 2*w, 2*d, 0, true, 'k', 1.3e10);
    y(2,:) = [0, y2.'];
    g(2,:) = [0, g2];
[y3, g3,~,~] = LimpStick8(n, w, d, 0, true, 'h', 1.3e10);
    y(3,:) = [0, y3.'];
    g(3,:) = [0, g3];
[y4, g4,~,~] = LimpStick8(n, 2*w, 2*d, 0, true, 'h', 1.3e10);
    y(4,:) = [0, y4.'];
    g(4,:) = [0, g4];
[y5, g5,~,~] = LimpStick8(n, w, d, 0, true, 'g', 1.3e10);
    y(5,:) = [0, y5.'];
    g(5,:) = [0, g5];
[y6, g6,~,~] = LimpStick8(n, 2*w, 2*d, 0, true, 'g', 1.3e10);
    y(6,:) = [0, y6.'];
    g(6,:) = [0, g6];

hold on

titlar = {'Bretti', 'Tvöfalt bretti', 'Sívalningur', 'Tvöfaldur sívalningur',
'Rör með innri radíus 10cm', 'Tvöfalt rör með innri radíus 10cm'};

for i = 1:6
    subplot(2,3,i);
    plot([0,h.*(1:n)], y(i,:));
    title(titlar(i));
    xlabel("Frávik [m]");
    ylabel("Lengd [m]");
    deflection(i) = y(i,n+1);
end


%% Jello sticks
% G.r.f. Young's stuðli 50kPa.
clf
clear
n = 1000;
hold on
for d = 0.1:0.05:0.5
    [y,g,~,h] = LimpStick8(n,0.5,d,0,false,'k',50000);
    plot([0,h.*(1:1000)],[0;y])
```

```
end
xlabel("Frávik [m]");
ylabel("Lengd [m]");
legend("d = 0.1", "d = 0.15", "d = 0.2", "d = 0.25", "d = 0.3", "d = 0.35",
"d = 0.4", "d = 0.45", "d = 0.5", "Location", "southwest");
hold off
%% Gull
clf
clear
n = 1000;
hold on
for d = 0.1:0.05:0.5
    [y,g,~,h] = LimpStick8(n,0.5,d,0,false,'k',79e9);
    plot([0,h.*(1:1000)],[0;y])
end
xlabel("Frávik [m]");
ylabel("Lengd [m]");
legend("d = 0.1", "d = 0.15", "d = 0.2", "d = 0.25", "d = 0.3", "d = 0.35",
"d = 0.4", "d = 0.45", "d = 0.5", "Location", "southwest");
hold off
```

Þorsteinn Jón | Emil Gauti | Garðar Árni Skarphéðinsson