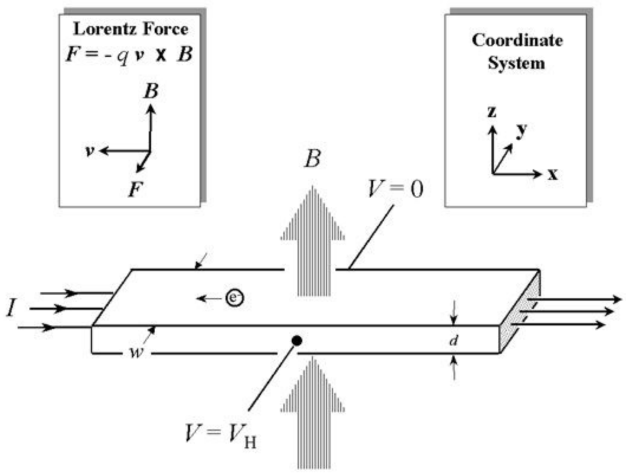
Hall-mælingar á Si sýni

Emil Gauti Friðriksson & Garðar Árni Skarphéðinsson

Febrúar 2019

1 Inngangur

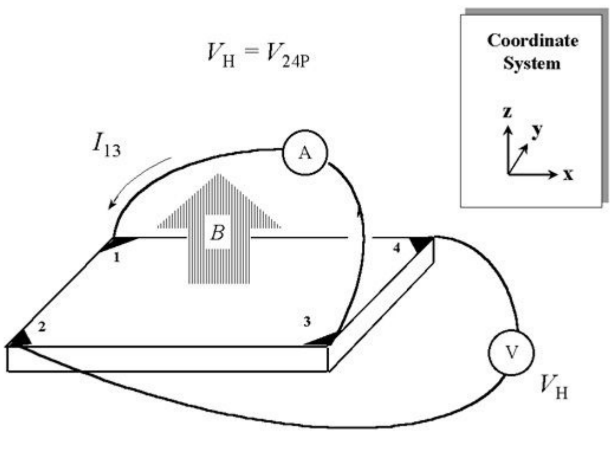
Hall-Hrif eru rafsegulfræðilegt fyrirbrygði sem kemur til vegna Lorentz krafta. Ef segulsvið flæðir í gegnum efni sem leiðir straum verkar kraftur á rafhlaðnar burðaragnir straumsins í átt sem er hornrétt á stefnu straumsins annarsvegar og stefnu segulsviðsins hins vegar. Þetta veldur því að þéttleiki rafhlaðinna agna verður hærri öðru megin í sýninu þ.a. spennumunur myndast yfir sýnið, svokölluð Hall-spenna.
Mælingar á þessu fyrirbæri geta leitt í ljós ýmsa eiginleika efnisins sem skoðað er. Til dæmis má reikna þéttleika og hreifanleika burðaragna straumsins, sem og hvort þær agnir eru að mestu rafeindir eða holur.



Mynd 1: Sýnimynd af mælingu á Hall-spennu, tekin af heimasíðu NIST. (I er rafstraumur, B er segulsvið og V_H er Hall-spennan).

2 Líkan

Góð leið til þess að mæla Hall spennu í ferningslaga sýni er með því að láta straum renna eftir hornalínu þess og mæla síðan spennumuninn á hinum tveimur hornunum. Þessa uppstillingu má nota yfir öll horn sýnisins til að fá sem nákvæmastar niðurstöður.



Mynd 2: Einföld sýnimynd af Hall-hrifum, tekin af heimasíðu NIST.

Út frá þessum mælingum má reikna þéttleika burðaragna straumsins með jöfnunni:

$$n = \frac{IB}{qd|V_H|} \tag{1}$$

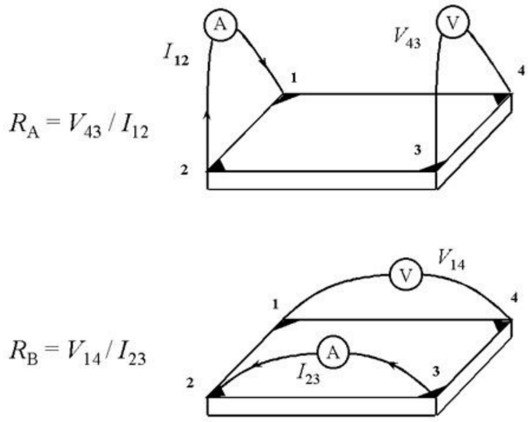
Hér er q einingarhleðslan og d er þykkt sýnisins. Þetta má einfalda með því að gera ráð fyrir að þessi þéttleiki sé jafndreifður þvert í gegnum sýnið, en þá getum við skilgreint þéttleika hleðslubera á lengdareiningu sem:

$$n_s = nd = \frac{IB}{q|V_H|} \tag{2}$$

Í framhaldi af þessu má nota þéttleikann til þess að reikna hreifanleika hleðsluberanna með jöfnunni:

$$\mu = \frac{d}{qn_s\rho} = \frac{1}{qn_sR_s} \tag{3}$$

En hér er ρ eðlisviðnám sýnisins, og $R_s = \rho/d$ er skilgreint til samskonar einföldunar og n_s. Til þess að reikna hreyfanleikann þarf því að mæla þetta viðnám, en það má gera með hinni svokölluðu van der Pauw aðferð. Aðferðin felst í því að mæla spennu og straum yfir aðliggjandi horn sýnisins og reikna út frá þeim mælingum viðnámin R_A og R_B, þ.e. langsum og þversum um sýnið.



Mynd 3: Einföld sýnimynd af van der Pauw mælingum, tekin af heimasíðu NIST.

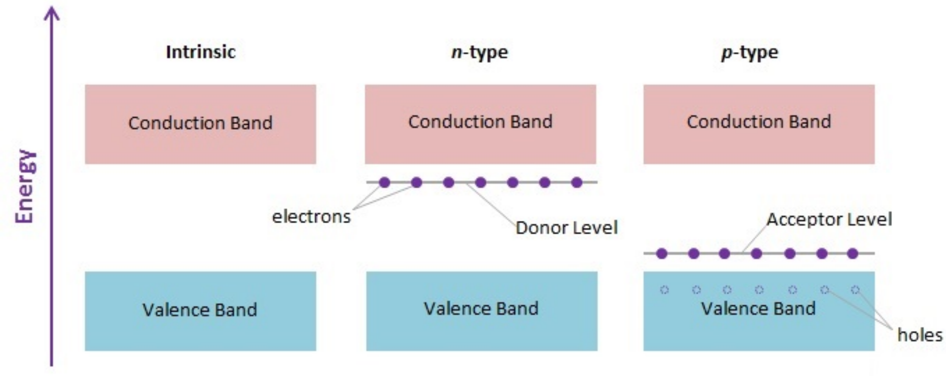
Viðnámin R_A og R_B tengjast síðan stærðinni R_s með jöfnunni

$$e^{-\pi\frac{R_A}{R_s}} + e^{-\pi\frac{R_B}{R_s}} = 1 \tag{4}$$

Þessa jöfnu má leysa tölulega fyrir R_s.

Nú geta burðaragnir straumsins í efninu okkar verið annaðhvort rafeindir eða holur, þ.e. efnið getur verið n-leiðandi eða p-leiðandi. Einfalt er að sjá hvort tilfellið á við út frá uppstillingu mælinga. Af mynd 2 sjáum við að formerki mældu Hall-spennunar fer eftir hleðslu burðaragna straumsins. Ef rafstraumurinn rennur úr horni 1 yfir í horn 3, þá verður þéttleiki hleðslubera mun hærri nær horni 2 en horni 4 vegna Lorentz kraftsins. Ef Hallspennan er mæld $V_H = V_{24} = V_2 - V_4$ þá sjáum við að ef við fáum $V_H > 0$ þá er $V_2 > V_4$, en það þýðir að hleðsluberarnir hafa jákvæða rafhleðslu, þ.e. efnið er p-leiðandi.

Eftir að tegund hleðsluberanna hefur verið ákvörðuð má áætla virkjunarorku íbóta, E_A, þ.e. orkubilið á milli Fermi-orku efnisins, E_F, og leiðniborðans, E_C (fyrir n-leiðara), eða gildisborðans, E_V (fyrir p-leiðara).



Mynd 4: Sýnimynd af orkugeil: a) Eiginleiðandi efni, b) n-leiðandi efni og c) p-leiðandi efni.

Fyrir lág hitastig má tengja þéttleika burðaragnanna við þessa virkjunarorku með jöfnunum:

$$\begin{aligned}\frac{n_s}{d} = n_0 &= N_C e^{-(E_C - E_F)/k_B T}\\ &= N_C e^{-E_A/k_B T}\end{aligned} \tag{5}$$

fyrir n-leiðara, og:

$$\begin{aligned}\frac{n_s}{d} = p_0 &= N_V e^{-(E_F - E_V)/k_B T}\\ &= N_V e^{-E_A/k_B T}\end{aligned} \tag{6}$$

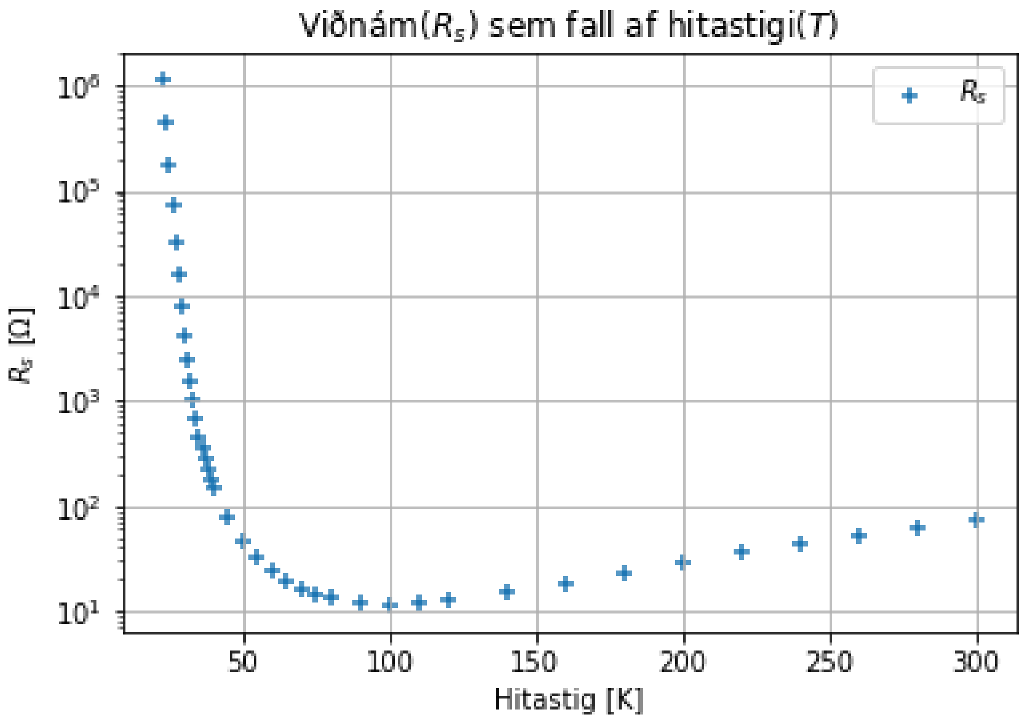
fyrir p-leiðara. Þá sést að $\ln(n_s) = C - \frac{E_A}{k_B T}$, þar sem C er einhver fasti. Graf af $\ln(n_s)$ sem fall af $1/k_B T$ ætti því að hafa hallatölu $-E_A$.

3 Framkvæmd

Ferningslaga Si sýni af þykkt $d = 525 \times 10^{-6}$ m, dópað með óþekktu efni, var tengt við straum- og spennumæla á hornunum eins og rætt var í líkaninu hér að ofan. Sýninu var síðan komið fyrir ofan við mjög öflugan segul í kerfi sem kælt var niður í 23 K og fastur straumur látinn renna í gegnum það. Segulsviðið var látið færast úr 0.6 T niður í -0.6 T í 0.2 T skrefum og í hverju skrefi voru framkvæmdar mælingar. Þetta var síðan endurtekið fyrir hærri og hærri hitastig upp að 300 K. Í upphafi voru aðeins tekin hitastigs-skref upp á 1 K þar sem viðnám sýnisins breyttist mikið við lág hitastig, og reglulega þurfti að stilla af rafstrauminn, en við hærri hitastig voru skrefin hækkuð í 5 K og loks 10 K.

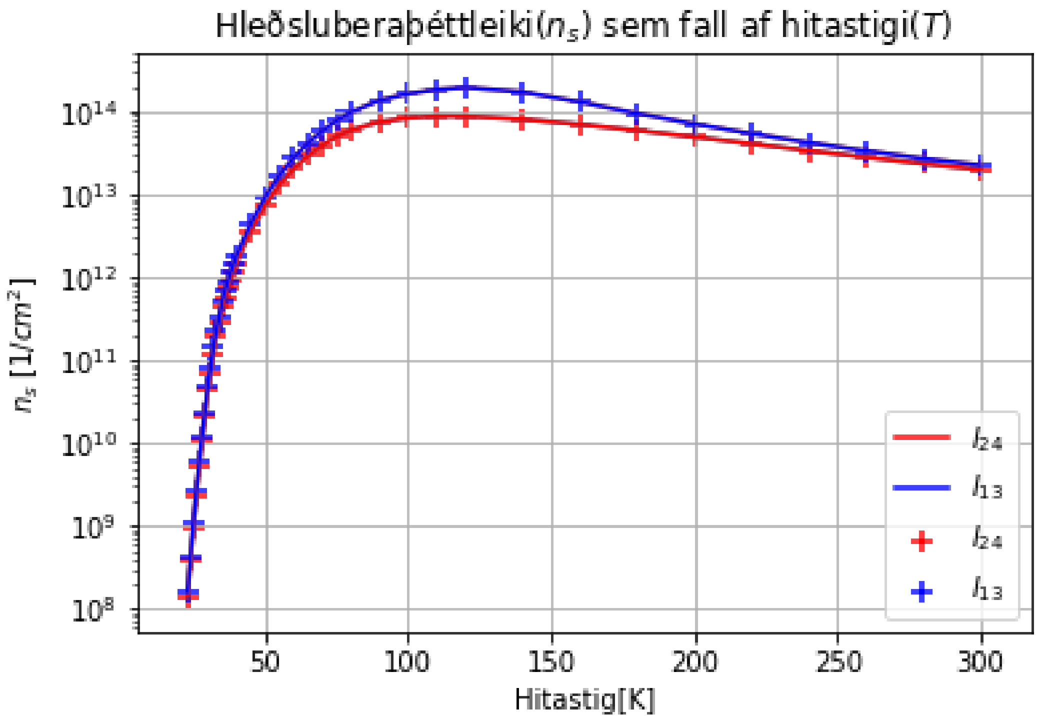
4 Niðurstöður

Formerki á mældri Hall-spennu miðað við formerki á straum og segulsviði gefur til kynna að sýnið okkar sé p-leiðandi. Tekið var mark á legu sýnis með tilliti til segulsviðs.



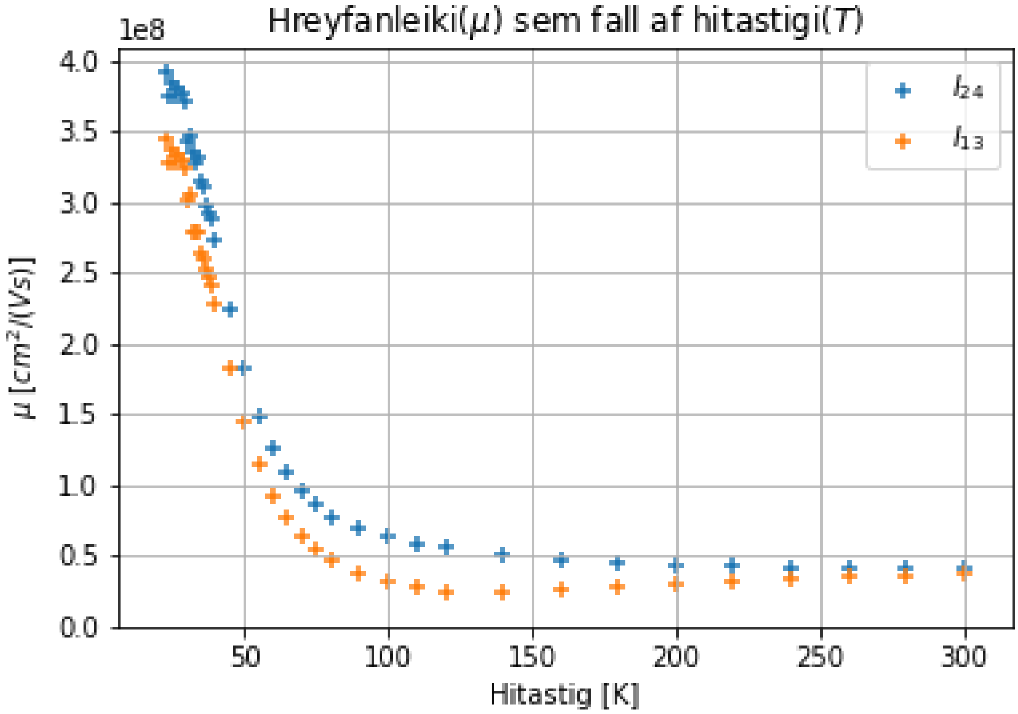
Mynd 5: Reiknuð gildi á R_s út frá mælingum sem fall af hitastigi

Viðnám fellur með hitastigi eins og búast má við fyrir hálfleiðara en byrjar síðan að aukast hægt vegna aukinnar hljóðeinda-dreifingu.



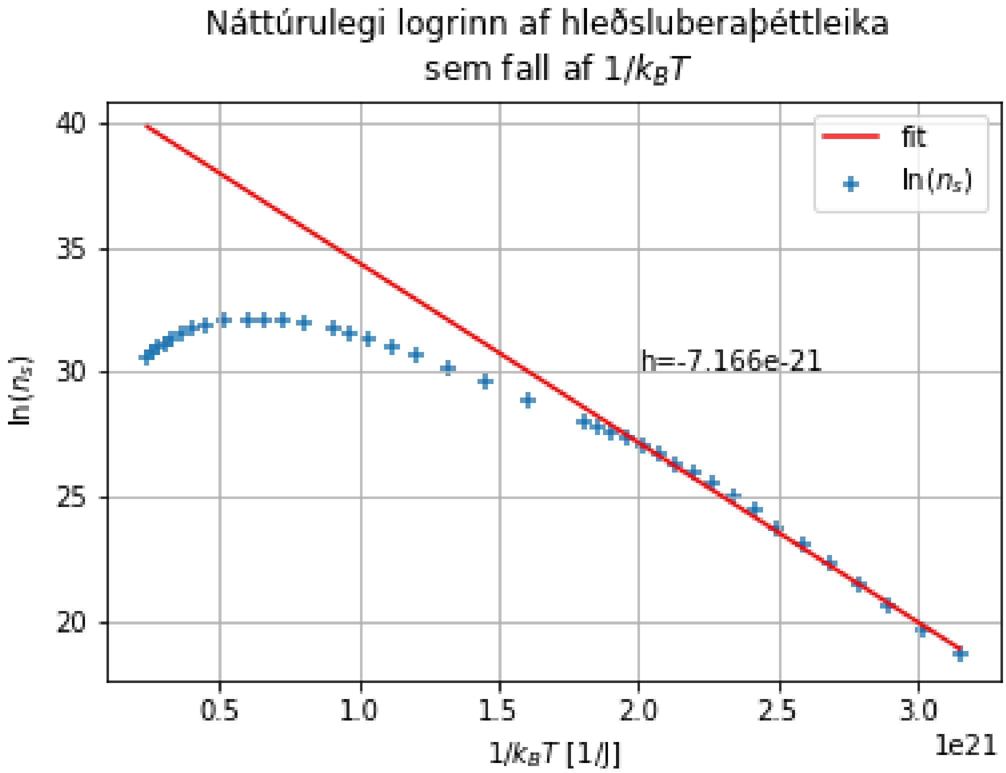
Mynd 6: Reiknuð gildi á n_s sem fall af hitastigi. Rauða línan fæst fyrir strauminn I_{13} og sú gula fyrir I_{24} m.v. mynd 2.

Athugum að örlítill munur fæst á ferlunum eftir því hvort við mælum I_{13} eða I_{24} en það er við því að búast og kemur líkleg til vegna einhverrar lítillar ósamhverfu í efninu.
Við sjáum einnig að hleðsluberaþéttleiki eykst hratt við lág hitastig en fer síðan aftur lækkandi þegar hitastigið hækkar. Þetta er í samræmi við hegðunina á viðnáminu(R_s), þar sem $n_s \propto I \propto \frac{1}{R}$.



Mynd 7: Reiknuð gildi á μ sem fall af hitastigi. Rauða línan fæst fyrir strauminn I_{13} og sú gula fyrir I_{24} m.v. mynd 2.

Við sjáum aftur tvenns konar ferla þar sem hreyfanleiki í stefnu I_{13} er lægri en hreyfanleiki í stefnu I_{24}. Þetta er einnig í samræmi við hegðun viðnámsins R_s.



Mynd 8: Lína (gul) er mátuð við gögnin (blá) við lág hitastig,
Hallatala línu svarar til $-E_A$

Út frá hallatölu á mynd 8 getum við áætlað virkjunarorku íbótar(E_A) við lág hitastig og fáum að $E_A = 7.163 \times 10^{-21}\,\mathrm{J} = 0.0447\,\mathrm{eV}$. Athugum að orkugeil Si er $E_g(T = 0\,\mathrm{K}) = 1.17\,\mathrm{eV}$ og $E_g(T = 300\,\mathrm{K}) = 1.11\,\mathrm{eV}$ svo $E_A \approx 0.04E_g$. Fræðin segja okkur svo að við há hitastig má búast við $E_A = \frac{E_g}{2}$.

Niðurstöður mælinga okkar er í samræmi við líkan og rennir stoðum undir þau fræði sem þau byggjast á. Það er örlítið misræmi á mælingum eftir á milli hvaða horna á sýninu er mælt en það má útskýra því sýnið er ekki fullkomið.