

**Задача 1.** Имплентирайте неявния метод на Ойлер, за да решите задачата

$$\begin{cases} \frac{du}{dx} = \frac{x-1}{x^2+1} + \frac{1}{5} \arctan x, & x \in (0, 5), \\ u(0) = 0. \end{cases}$$

Начертайте графика, сравняваща точното решение с полученото приближено решение със стъпка  $h = 0.01$ .

**Задача 2.** Да се реши задачата на Коши

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \cos\left(\frac{u}{2}\right) + \sqrt{\frac{t}{4}}, & t \in (0, 15), \\ u(0) = 0, \end{cases}$$

като се използва методът на Рунге-Кута с таблица на Butcher

0				
1/2	1/2			
1/2	0	1/2		
1	0	0	1	
<hr/>				
	1/6	1/3	1/3	1/6

и със стъпка  $h = 0.3$ .

**Задача 3.** Изведете диференчна схема с локална грешка на апроксимация  $O(h^2 + \tau^2)$  за задачата

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ u(x, 0) = \varphi(x) \\ u(0, t) = \mu(t) \end{cases}, \quad x \in [0, X], \quad t \in [0, T].$$

**ВЪПРОСИ:**

1. Дайте дефиниция за монотонност на едностъпков числен метод.
2. Какво е основното предимство на подобрения метод на Ойлер спрямо явния и неявния?
3. Какъв е физическият смисъл на граничните условия на Дирихле и Нойман?
4. Какво разбирате под „числени методи“?
5. Кое ЧДУ описва движение на частици вследствие на дифузионен поток?

ЧМДУ - информатика 2023/2024

Изпит задачи. Вариант 2.

Емил Иванков 45557.

Въпроси:

1. Числен метод, който е едностъпков, наричаме монотонен, когато приложим върху моделната задача лявата и десната страна са с един и същи знак.

с друг думи, приближените решения не усъщават около нулата.

2. Основното предимство на подобрения метод на Бунер е, че той е със ред на сходимост 2, за разлика от лявия и неавения, които са от първи ред на сходимост. При него имаме  $O(1/4)$

4. Числени методи са подходящи за решаване на дифференциални уравнения посредством прихваждането им към диференциални чрез апроксимация. По този начин, с помощта на компютър могат да се постигнат решения на диференциалните уравнения с малки грешки, спрямо точните решения, които точните решения са трудни или дори невъзможни за намиране.

3. Физичен смисъл на условията на Дирихле:  
описва какви са условията в граничните зони,  
като е важно да отбележим, че те са константни  
(не се променят). Например поддържане на постоянна температура  
Физичен смисъл на условията на Нойман:  
каква е потока на вещество / топлина в  
граничните зони.

5. Движението на гасици вследствие на дифузионен  
поток се описва от ~~УД~~ УДУ за параболи.  
По-конкретно имаме уравнение от вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} - D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f$$