

## **Практикум 4. Комплексные числа (2).**

**Цель работы** – изучение логических переменных, операций отношения, логических операций, логического индексирования.

**Продолжительность работы** - 2 часа.

**Оборудование, приборы, инструментарий** – работа выполняется в компьютерном классе с использованием пакета MatLab.

### **Порядок выполнения**

1. Упражнения выполняются параллельно с изучением теоретического материала.
2. После выполнения каждого упражнения результаты заносятся в отчёт.
3. При выполнении упражнений в случае появления сообщения об ошибке рекомендуется сначала самостоятельно выяснить, чем оно вызвано, и исправить команду; если многократные попытки устранить ошибку не привели к успеху, то проконсультироваться с преподавателем.
4. Дома доделать упражнения из раздела «Краткие теоретические сведения и практические упражнения», которые Вы не успели выполнить во время аудиторного занятия.
5. После выполнения упражнений выполнить дополнительные упражнения для самостоятельной работы и ответить на контрольные вопросы и (см. ниже).
6. Подготовить отчёт, в который включить упражнения из раздела «Краткие теоретические сведения и практические упражнения» и упражнения для самостоятельной работы. Отчёт представить в виде документа Microsoft Word, имя файла (пример): mp\_10\_Ivanov\_P\_01\_s\_1 (факультет\_группа\_Фамилия студента\_Инициал\_номер лабораторной, семестр). Отчет должен содержать по каждому выполненному упражнению: № упражнения, текст упражнения; команды, скопированные из командного окна, с комментариями к ним и результаты их выполнения, включая построенные графики; тексты М-сценариев и М-функций; выводы.

## *Краткие теоретические сведения и практические упражнения*

### 1. Логические переменные, операции отношения.

Логические переменные могут принимать одно из двух значений: true - истина (ее символизирует 1) и false - ложь (ее символизирует 0).

Логический массив можно создать несколькими способами:

1) можно воспользоваться логическими константами true - истина (ее символизирует 1) и false - ложь (ее символизирует 0);

2) можно объявить 0 или 1 логическими константами с помощью оператора logical.

#### **Пример 1.**

```
>> x=[true true false]
```

```
x =
```

```
1    1    0
```

```
>> whos x
```

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
x	1x3	3	logical	

```
>> y=logical([0 0 1 1 1])
```

```
y =
```

```
0    0    1    1    1
```

```
>> whos y
```

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
y	1x5	5	logical	

3) Значения логического класса также можно получить как результат операций отношения (сравнения), список которых приведен в таблице 1.

Операции реализуются с помощью встроенных функций (столбец 2 табл. 1), но записывают их обычно для вызова с помощью символов (столбец 1 табл. 1). Операндами x,y операций отношения могут быть только массивы одинаковой размерности; операция производится над элементами с одинаковыми индексами.

Таблица 1. Операции отношения		
Символ операции	Реализующая функция	Описание
$=$	<code>eq(x,y)</code>	Проверка скаляров на равенство. Поэлементная проверка массивов одинаковой размерности на равенство
$\sim =$	<code>ne(x,y)</code>	Поэлементная проверка массивов одинаковой размерности на неравенство
$<$	<code>lt(x,y)</code>	Поэлементная проверка массивов одинаковой размерности на «меньше»
$>$	<code>gt(x,y)</code>	Поэлементная проверка массивов одинаковой размерности на «больше»
$\leq$	<code>le(x,y)</code>	Поэлементная проверка массивов одинаковой размерности на «меньше или равно»
$\geq$	<code>ge(x,y)</code>	Поэлементная проверка массивов одинаковой размерности на «больше или равно»

Функция `isequal(x,y)` возвращает 1, если матрицы `x` и `y` равны, и 0 в противном случае.

### Пример 2.

```
>> a=2; b=3;
```

```
>> a==b
```

```
ans =
```

```
0
```

```
>> whos ans % поинтересуемся к какому классу относится созданная переменная
```

```

Name      Size      Bytes   Class   Attributes
ans       1x1           1    logical
```

```
>> a~=b
```

```
ans =
```

```
1
```

```
>> a<=b
```

```

ans =
    1
>> A=[1 2 3]; B=[-1 2 4];
>> A~=B
ans =
    1    0    1
>> A<B
ans =
    0    0    1
>> x=[2 3 4;-1 -1 -1], y=[-2 3 5;2 3 -7]
x =
    2    3    4
   -1   -1   -1
y =
   -2    3    5
    2    3   -7
>> x>=y
ans =
    1    1    0
    0    0    1
>> h=[2 3 -4;0 -2 3]
h =
    2    3   -4
    0   -2    3
>> h<0 % проверяем, какие из элементов массива h отрицательны
ans =
    0    0    1
    0    1    0
>> isequal([1 2],[2,4])
ans =
    0
isequal([1 1],[1 1 1])

```

ans =

0>>

isequal([1 2 3],[1 2 3])

ans =

1

**Упражнение 1.** Найти все значения корней  $\sqrt[8]{256}$ . Используя операции отношения, выяснить:

- 1) какие из найденных корней изображаются на комплексной плоскости точками, лежащими в левой полуплоскости;
- 2) какие из найденных корней изображаются на комплексной плоскости точками, лежащими на действительной оси;
- 3) какие из найденных корней имеют главный аргумент, больший  $\frac{\pi}{3}$ .

## 2. Логические операции

Над переменными логического класса можно совершать логические операции, приведенные в таблице 2.

Таблица 2. Логические операции.		
Символ операции	Реализующая функция	Описание
&	and(x,y)	Логическое умножение скаляров (результат истина, только если x и y истинны). Логическое покомпонентное умножение массивов одинаковой размерности. Логическое умножение массива на скаляр.
	or(x,y)	Логическое сложение скаляров (результат ложь, только если x и y ложны). Логическое покомпонентное сложение массивов одинаковой размерности. Логическое сложение массива со скаляром.
~	not(x)	Логическое отрицание скаляра или всех элементов массива

	<code>xor(x,y)</code>	<p>Сложение по модулю 2 скаляров (результат ложен в двух случаях: если x и y оба ложны или x и y оба истинны).</p> <p>Покомпонентное сложение по модулю 2 массивов одинаковой размерности.</p> <p>Покомпонентное сложение по модулю 2 массива и скаляра.</p>
--	-----------------------	--

### Пример 3.

```
>> x=logical([0 0 1 1])
```

```
x =
```

```
    0    0    1    1
```

```
>> y=logical([0 1 0 1])
```

```
y =
```

```
    0    1    0    1
```

```
>> x&y
```

```
ans =
```

```
    0    0    0    1
```

```
>> x|y
```

```
ans =
```

```
    0    1    1    1
```

```
>> xor(x,y)
```

```
ans =
```

```
    0    1    1    0
```

```
>> a=1>=2, b=3<4
```

```
>> c=a&b
```

```
c =
```

```
    0
```

```
>> d=a|b
```

```
d =
```

```
    1
```

```
>> t=[1<2 5>3]
```

```
t =
     1     1
>> ~t
ans =
     0     0
```

*Замечание.* Если логические операции применить к числовым переменным, то 0 будет рассматриваться как ложь, а все остальные числа как истина.

#### Пример 4.

```
>> A=[2 3 0 1]
>> ~A
ans =
     0     0     1     0
```

#### Пример 5.

```
>> z1=28-4i; z2=20+10i;
```

% выясним, верно ли предположение, что модули обоих чисел меньше 29

```
>> (abs(z1)<29)&(abs(z2)<29)
```

```
ans =
```

```
1
```

% предположение оказалось верным

% выясним, верно ли предположение, что модуль хотя бы одного из чисел больше 32

```
>> (abs(z1)>32)|(abs(z2)>32)
```

```
ans =
```

```
0
```

% предположение оказалось неверным

**Упражнение 2.** Пусть  $z_1 = 2 - 3i$ ,  $z_2 = 5 + i$ . Используя операции отношения и логические операции, выяснить, какие из приведенных ниже утверждений верные, а какие нет:

- 1)  $\begin{cases} \operatorname{Arg} z_1 > \pi / 3, \\ \operatorname{Arg} z_2 \leq 5\pi / 6; \end{cases}$
- 2)  $\begin{cases} \operatorname{Re}(3z_1 + 2z_2) < 8, \\ \operatorname{Im}(z_1 - z_2) \neq 2. \end{cases}$

### 3. Логическое индексирование

Для того чтобы выделить из исходного массива данные нового массива или изменить группу элементов в исходном массиве, удовлетворяющих заданному условию, целесообразно использовать логическое индексирование. Для выполнения логического индексирования необходимо с помощью логических операций или операций отношения сформировать логический массив, содержащий одинаковое число элементов с исходным массивом. Сформированный логический массив состоит из нулей и единиц, где единичные элементы соответствуют выполнению условия, а нулевые значения – невыполнению этого условия. Если логическое индексирование используется справа от знака присваивания или является одиночной конструкцией, то создается новый массив из тех элементов исходного массива, индексы которых совпадают с индексами истинных элементов логического массива. В том случае если логическое индексирование используется слева от знака присваивания, то элементам исходного массива, индексы которых совпадают с индексами истинных элементов логического массива, присваивается значение, находящееся справа от знака присваивания.

#### Пример 6.

```
>> A=[1 2 3 4]
```

```
>> L=[1>2 1<2 1<2 1<2]
```

```
L =
```

```
0    1    1    1
```

```
>> B=A(L)
```

```
B =
```

```
2    3    4
```

```
>> A(L)=9
```

```
A =
```

```
1    9    9    9
```

**Упражнение 3.** Сформировать массив с элементами  $(1+3i)^k$ , где  $k=1,2,...,8$ .

Используя операцию логического индексирования, выбрать из массива числа, удовлетворяющие условиям:

а)  $\text{Re}(z) > 2$ ;    б)  $\text{Im}(z) \leq \text{Re}(z)$ .



**Упражнение 4.** Сформировать массив с элементами  $3 - ki$ , где  $k = 1, 2, \dots, 9$ . Используя операцию логического индексирования, заменить в этом массиве числа, удовлетворяющие условию  $4 < |z| \leq 7$ , на 0.

**Пример 7.** На комплексной плоскости построить множество точек, координаты которых удовлетворяют условию  $|z + i| \geq 1.5$ .

Программу оформим в виде скрипта, который сохраним под именем Example\_2.

В программе используем функцию **rand**, которая позволяет генерировать массив случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке  $[0;1]$ . Если обратиться к этой функции без аргумента, то получаем очередное случайное число. Если у функции задается один случайный аргумент, то функция **rand (n)**, возвращает квадратную матрицу n-го порядка, элементами которой являются случайные числа из отрезка  $[0;1]$ . Функция **rand (n,m)** возвращает прямоугольную матрицу размерности  $n \times m$  со случайными числами. Обращение **rand (size(A))** позволяет сгенерировать матрицу случайных чисел, размерность которой совпадает с размерностью массива A.

% Построение множества точек, комплексной плоскости, удовлетворяющих  
% неравенству

%формируем массив из 100000 случайных чисел, лежащих на  $[-3;3]$  оси OX  
x=3-6\*rand(1,10^5);

%формируем массив из 100000 случайных чисел, лежащих на  $[-3;3]$  оси OY  
y=3-6\*rand(1,10^5);

z=x+y\*i;

L=abs(z+i)>=1.5;

plot(x(L),y(L),'.'))

grid on

axis equal

axis([-3 3 -3 3])

hold on

line ([-3 3],[0 0],'Color','black')

```
line ([0 0],[-3 3],'Color','black')
xlabel('Re(z)'),ylabel('Im(z)')
title('|z+i|>=1.5')
```

Набираем в командной строке команду

```
>> Example_2
```

В графическом окне отображается рисунок.

**Упражнение 5.** На комплексной плоскости построить множество точек, координаты которых удовлетворяют условиям (программы оформить, используя скрипты):

$$1 \leq |z - 1 - i| \leq 2.$$

### *Задания для самостоятельной работы*

1. Выполнить упражнения из раздела «Краткие теоретические сведения и практические упражнения», которые не успели сделать в аудитории.

2. Самостоятельно выполнить упражнения:

**Упражнение С1.** Найти все значения корней  $\sqrt[8]{-256}$ . Используя операции отношения, выяснить:

1) какие из найденных корней изображаются на комплексной плоскости точками, лежащими в левой полуплоскости;

2) какие из найденных корней изображаются на комплексной плоскости точками, лежащими на действительной оси;

3) какие из найденных корней имеют главный аргумент, больший  $\frac{2\pi}{3}$ .

**Упражнение С2.** Пусть  $z_1 = 2 - 3i$ ,  $z_2 = 5 + i$ . Используя операции отношения и логические операции, выяснить, какие из приведенных ниже утверждений верные, а какие нет:

1)  $5 \leq |z_1| < 6$ ;                      4) только одно из чисел  $z_1$ ,  $z_2$  по модулю меньше 4.

**Упражнение С3.** Сформировать массив с элементами  $(1 - 3i)^k$ , где  $k = 1, 2, \dots, 8$ . Используя операцию логического индексирования, выбрать из массива числа, удовлетворяющие условиям:

а)  $\operatorname{Re}(z) > 2$ ;    б)  $\operatorname{Im}(z) \leq \operatorname{Re}(z)$ .

**Упражнение С4.** Сформировать массив с элементами  $2 - ki$ , где  $k = 1, 2, \dots, 9$ . Используя операцию логического индексирования, заменить в этом массиве числа, удовлетворяющие условию  $2 < |z| \leq 5$ , на 0.

**Упражнение С5.** На комплексной плоскости построить множество точек, координаты которых удовлетворяют условиям (программы оформить, используя скрипты:

$$\begin{cases} |\operatorname{Arg} z| \geq \frac{\pi}{4}, \\ |z - 1| \leq 2. \end{cases}$$

**3.** Ответить на контрольные вопросы:

- 1) Каким образом можно задать логический массив?
- 2) Какие логические операции можно совершать над переменными логического класса?
- 3) Можно ли к числовым переменным применить операции логического класса?
- 4) Для чего применяется логическое индексирование?
- 5) Какие объекты являются выходными аргументами функции **rand** в зависимости от способа обращения к ней?

#### *Список рекомендуемой литературы*

1. В.Г.Потемкин "Введение в Matlab" (v 5.3),  
<http://matlab.exponenta.ru/ml/book1/index.php> - 3.1
2. Сборник задач по математике для втузов под ред. А.В.Ефимова и А.С.Поспелова, часть 2, М.2002, - 5.5.
3. А. Кривелёв. Основы компьютерной математики с использованием системы MatLab. М, 2005. – 6.1..