Inlämning Flerdimensionell Analys

Emil Nilsson och Axel Månsson

Uppgift 1

```
clear all
clc
disp('Lös följande ekvation mha Newton-Raphsons metod')
disp('f(x)= x - cos(x) = 0')

format long
x0 = 1;
for i = 1:6
    f = x0 - cos(x0);
    df = 1 + sin(x0);
    x1 = x0 - f/df;
    x0 = x1;
    disp(x1)
end

%tol = 1e-12;
%resultat = abs(x1 - cos(x1)) < tol
```

Resultat:

Lös följande ekvation mha Newton-Raphsons metod

f(x)= x - cos(x) = 0

0.750363867840244

0.739112890911362

0.739085133385284

0.739085133215161

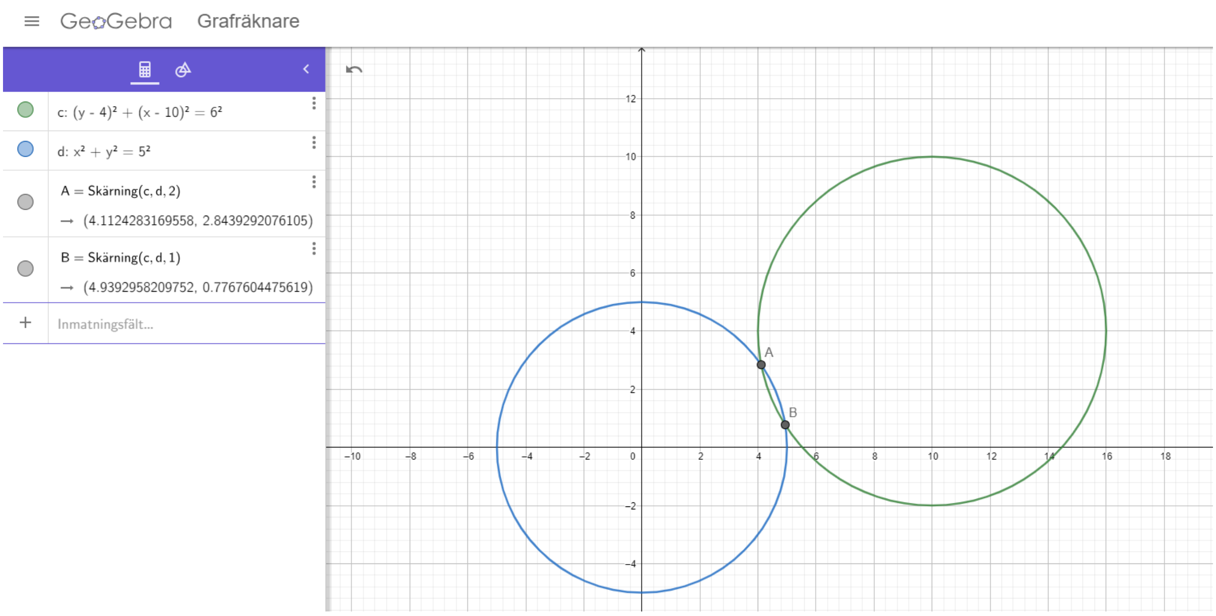
0.739085133215161

0.739085133215161

Newton-Raphson metoden konvergerar redan efter 4 iterationer.

Uppgift 2

```
clc
disp('Vi vill hitta alla lösningar till ekvationsystemet:')
disp('f(a1, a2)= d1*cos(a1) + d2*cos(a1 - a2) = p1')
disp('g(a1, a2)= d1*sin(a1) + d2*sin(a1 - a2) = p2')
disp(' ')

format long
d1 = 5;
d2 = 6;
p1 = 10;
p2 = 4;


a0 = acos(4/5); b0 = a0/3;
for i = 1:15
    f  = d1*cos(a0)   + d2*cos(a0 - b0) - p1;
    g  = d1*sin(a0)   + d2*sin(a0 - b0) - p2;
    fa = - d1*sin(a0) - d2*sin(a0 - b0);
    fb = d2*sin(a0    - b0);
    ga = d1*cos(a0)   + d2*cos(a0 - b0);
    gb = - d2*cos(a0 - b0);

    d = [a0 ; b0] - inv([fa fb; ga gb])*[f ; g];
    a1 = d(1);
    b1 = d(2);

    a0 = a1;
    b0 = b1;
end
aGrad1 = round(180/pi*a1);
bGrad1 = round(180/pi*b1);


a0 = acos(4.5/5); b0 = -a0/3;
for i = 1:15
    f  = d1*cos(a0)   + d2*cos(a0 - b0) - p1;
    g  = d1*sin(a0)   + d2*sin(a0 - b0) - p2;
    fa = - d1*sin(a0) - d2*sin(a0 - b0);
    fb = d2*sin(a0    - b0);
    ga = d1*cos(a0)   + d2*cos(a0 - b0);
    gb = - d2*cos(a0 - b0);

    d = [a0 ; b0] - inv([fa fb; ga gb])*[f ; g];
    a1 = d(1);
    b1 = d(2);

    a0 = a1;
    b0 = b1;
end
aGrad2 = round(180/pi*a1);
bGrad2 = round(180/pi*b1);

format short
% fprintf('Ena vinkelparet är: ?1= %d och ?2= %d', aGrad1, bGrad1)
% fprintf('\nDet andra vinkelparet är: ?1= %d och ?1= %d', aGrad2, bGrad2)

vinkelpar1 = ['Ena vinkelparet är: a1= ',num2str(aGrad1),'° och a2= ', num2str(bGrad1),'°.'];
disp(vinkelpar1)
vinkelpar2 = ['Det andra vinkelparet är: a1= ',num2str(aGrad2),'° och a2= ', num2str(bGrad2),'°.'];
disp(vinkelpar2)
```



Med hjälp av plot i geogebra syns det att det finns det två möjliga sätt för robotarmen att nå punkten (10,4) från (0,0). Hjälpvinklarna på rad 14 och 32 i koden approximeras även m.h.a. var A respektive B är i bilden från geogebra.

Resultat:

Vi vill hitta alla lösningar till ekvationsystemet:

f(a1, a2)= d1*cos(a1) + d2*cos(a1 - a2) = p1

g(a1, a2)= d1*sin(a1) + d2*sin(a1 - a2) = p2

Ena vinkelparet är: a1= 35° och a2= 24°.

Det andra vinkelparet är: a1= 9° och a2= -24°.

Uppgift 3

```
clear all
clc
disp('Bestäm globala min-värdet till följande funktion')
disp('f(x) = -e^(-x)*sin(4x) inom intervallet 0 =< x =< 3.')
disp(' ')


format long
x0 = 0.3;
for i = 1:5

    df = exp(-x0)*(sin(4*x0)-4*cos(4*x0));
    df2 = exp(-x0)*(8*cos(4*x0)+15*sin(4*x0));
    x1 = x0 - df/df2;
    x0 = x1;
end
f = @(x) (-exp(-x).*sin(4.*x));
x = x1;
y = f(x1);

punktensKoordinater = ['Punktens koordinater är : (',num2str(x),', ', num2str(y),')'];
disp(punktensKoordinater)
```

Resultat:

Bestäm globala min-värdet till följande funktion

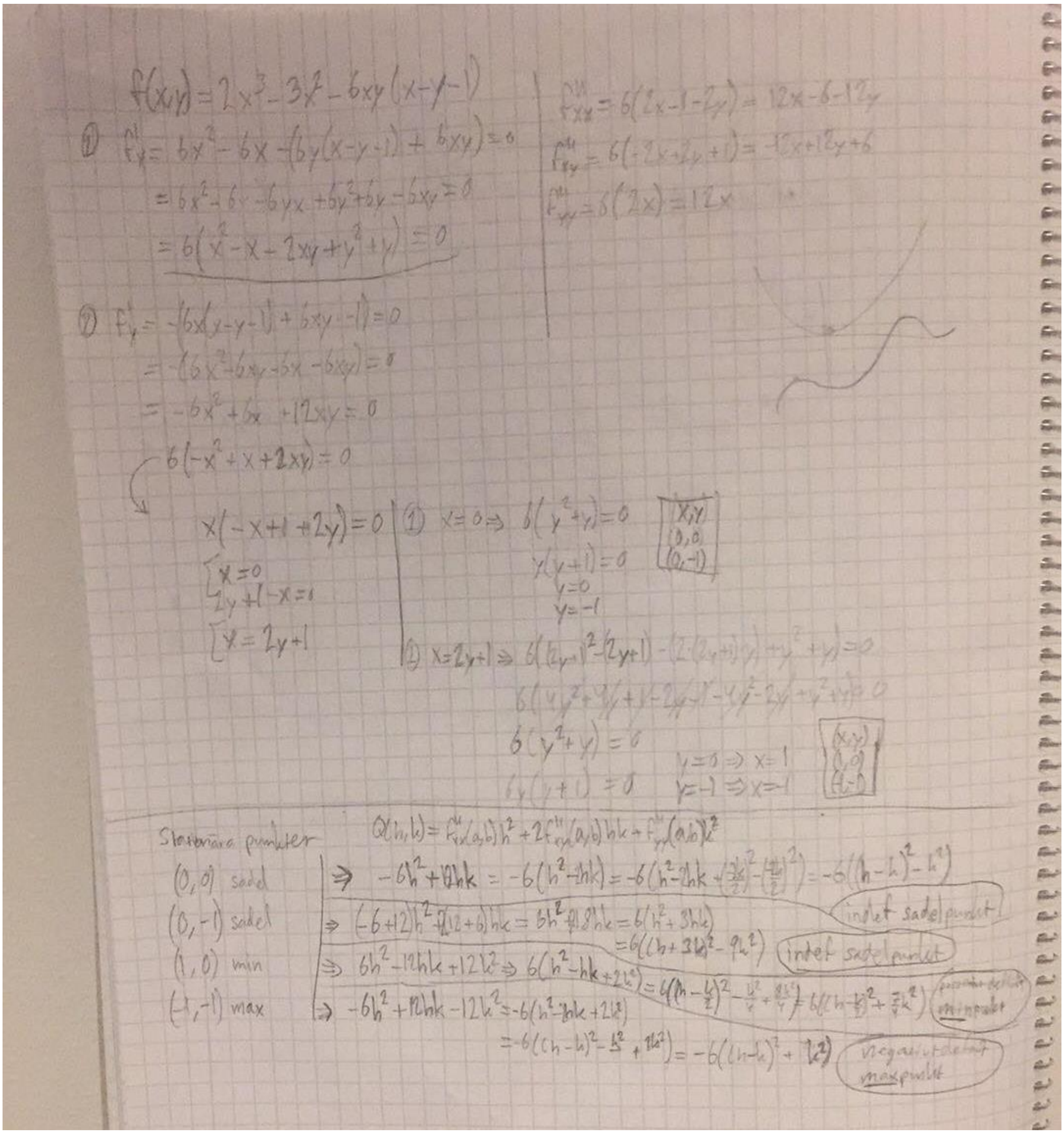
f(x) = -e^(-x)*sin(4x) inom intervallet 0 =< x =< 3.

Punktens koordinater är : (0.33145, -0.69644)

Uppgift 4

```
clear all
clc
clf

%Kod som kontrollerar att stationära punkter stämmer med handberäkningarna
x = linspace(-2,2,20);
y = linspace(-2,2,20);
[X,Y] = meshgrid(x,y);
Z = (2.*X.^3 - 3.*X.^2 - 6.*X.*Y.*(X - Y - 1));

f1 = figure(1)
C = contour(X,Y,Z,2000)
colormap('jet')
%clabel(C)
grid on

f2 = figure(2)
meshc(X,Y,Z)
colormap('jet')
grid off

movegui(f1,[400,550])
movegui(f2,[950,550])

%%
%X0 och Y0 väljs till godtyckligt nära punkter
X0 = -0.6;
Y0 = -0.9;
for i = 1:7
    fx  = 6.*(X0.^2 - X0 - 2.*X0.*Y0 + Y0.^2 + Y0);
    fy  = 6.*(-X0.^2 + X0 + 2.*X0.*Y0);
    fxx = 6*(2.*X0 - 2.*Y0 - 1);
    fxy = 6*(-2.*X0 + 2.*Y0 + 1);
    fyy = 12.*X0;
    d = ([X0 ; Y0] - inv([fxx fxy; fxy fyy])*[fx ; fy]);
    X1 = d(1);
    Y1 = d(2);
    X0 = X1;
    Y0 = Y1;
    disp([X1 Y1])
end
```

4a) och 4b)



$f(x,y) = 2x^3 - 3x^2 - 6xy(x-y-1)$

① $f'_x = 6x^2 - 6x - (6y(x-y-1) + 6xy) = 0$

$= 6x^2 - 6x - 6yx + 6y^2 + 6y - 6xy = 0$

$= 6(x^2 - x - 2xy + y^2 + y) = 0$

② $f'_y = -(6x(x-y-1) + 6xy \cdot (-1)) = 0$

$= -(6x^2 - 6xy - 6x - 6xy) = 0$

$= -6x^2 + 6x + 12xy = 0$

$6(-x^2 + x + 2xy) = 0$

$x(-x+1+2y) = 0$

$\begin{cases} x = 0 \\ 2y+1-x=0 \end{cases}$ $\quad x = 2y+1$

① $x = 0 \Rightarrow 6(y^2+y) = 0$, $y(y+1) = 0$, $y = 0$, $y = -1$ $\quad \boxed{(x,y): (0,0), (0,-1)}$

② $x = 2y+1 \Rightarrow 6((2y+1)^2 - (2y+1) - 2(2y+1)y + y^2 + y) = 0$

$6(4y^2 + 4y + 1 - 2y - 1 - 4y^2 - 2y + y^2 + y) = 0$

$6(y^2 + y) = 0$

$6y(y+1) = 0$ $\quad y = 0 \Rightarrow x = 1$, $y = -1 \Rightarrow x = -1$ $\quad \boxed{(x,y): (1,0), (-1,-1)}$

$f''_{xx} = 6(2x-1-2y) = 12x - 6 - 12y$

$f''_{xy} = 6(-2x+2y+1) = -12x + 12y + 6$

$f''_{yy} = 6(2x) = 12x$

Stationära punkter $\quad Q(h,k) = f''_{xx}(a,b)h^2 + 2f''_{xy}(a,b)hk + f''_{yy}(a,b)k^2$

(0, 0) sadel $\Rightarrow -6h^2 + 12hk = -6(h^2 - 2hk) = -6(h^2 - 2hk + (\frac{2k}{2})^2 - (\frac{2k}{2})^2) = -6((h-k)^2 - k^2)$ indef sadelpunkt

(0, -1) sadel $\Rightarrow (-6+12)h^2 + 2(12+6)hk = 6h^2 + 18hk = 6(h^2 + 3hk) = 6((h + \frac{3k}{2})^2 - \frac{9k^2}{4})$ indef sadelpunkt

(1, 0) min $\Rightarrow 6h^2 - 12hk + 12k^2 \Rightarrow 6(h^2 - 2hk + 2k^2) = 6((h-k)^2 - k^2 + 2k^2) = 6((h-k)^2 + k^2)$ positivt definit minpunkt

(-1, -1) max $\Rightarrow -6h^2 + 12hk - 12k^2 = -6(h^2 - 2hk + 2k^2) = -6((h-k)^2 - k^2 + 2k^2) = -6((h-k)^2 + k^2)$ Negativt definit maxpunkt

Från handberäkningar har vi hittat (-1, -1), (0, 0), (0, -1) och (1, 0) är stationära punkter.

(0, 0) är sadelpunkt.

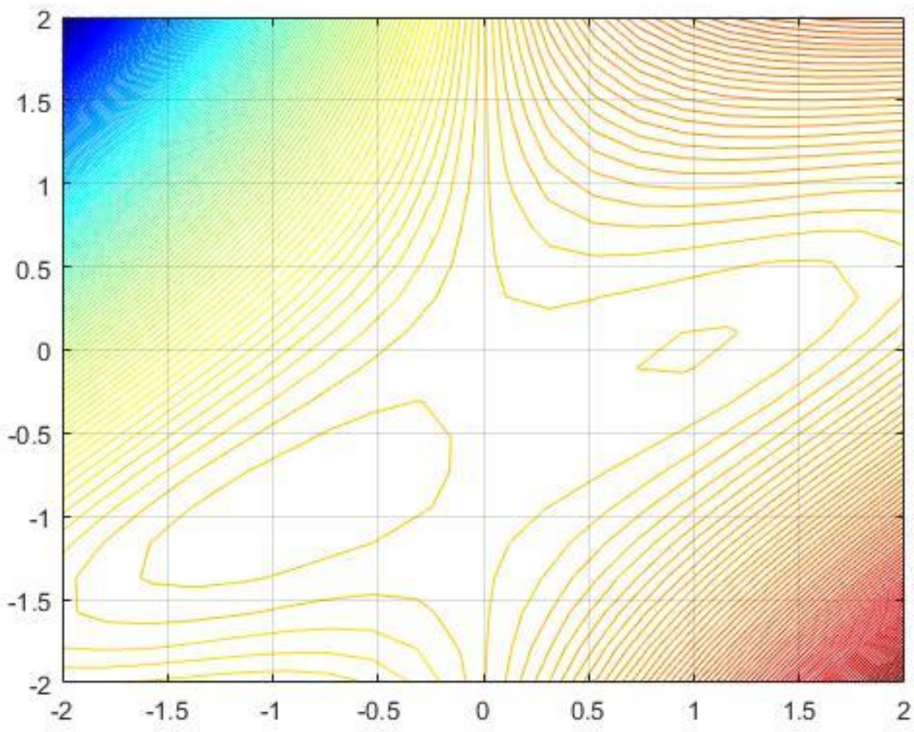
(0, -1) är sadelpunkt.

(1, 0) är en min-punkt.

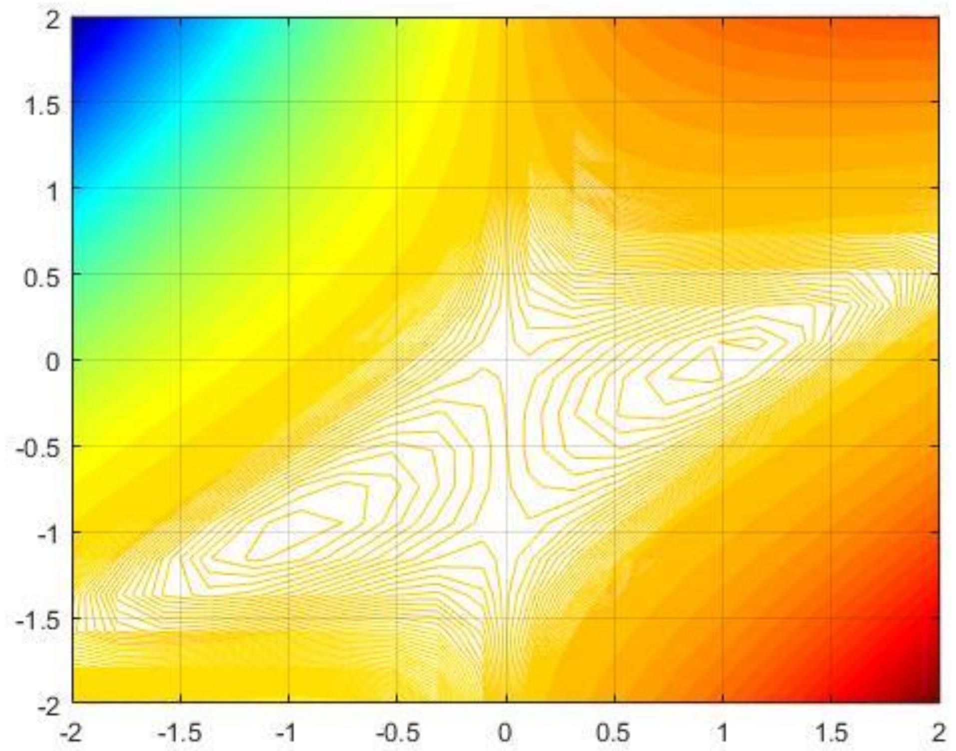
(-1, -1) är en max-punkt

4c)

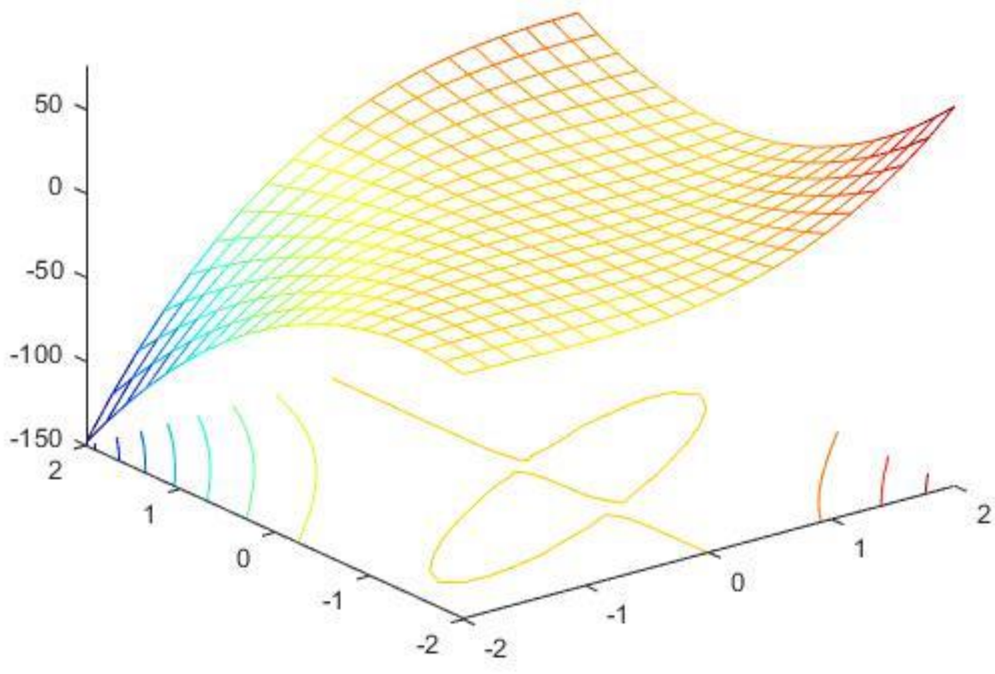
Man ser i figur 1 att det finns stationära punkter vid (-1, -1), (0, 0), (0, -1) och (1, 0). Det syns tydligare i figur 2 som har ett högre antal nivåkurvor att (0, 0) är sadelpunkt, (0, -1) är sadelpunkt, (1, 0) är en min-punkt och (-1, -1) är en max-punkt. Vilket stämmer med handberäkningarna.



Figur 1 Contour-plot med 200 nivåkurvor.



Figur 2 Contour-plot med 2000 nivåkurvor.



Figur 3 Ytan med nivåkurvor i planet.