

# *CUÁDRICAS*

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Mx + Ny + Qz + S = 0$$

## **Cuádricas centrales:**

**Esfera**

**Elipsoide**

**Hiperboloide de 1 hoja**

**Hiperboloide de 2 hojas**

## **Cuádricas no centrales:**

**Paraboloide eliptico**

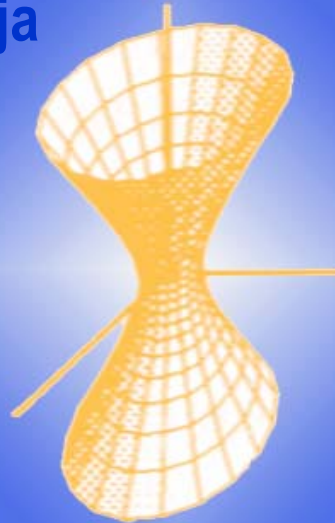
**Paraboloide hiperbólico  
(Silla de Montar)**

# *CUÁDRICAS CENTRALES*

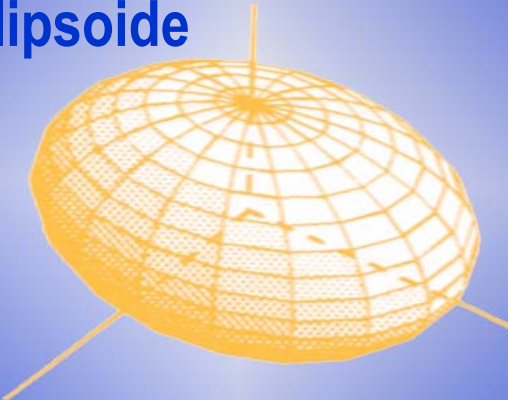
**Esfera**



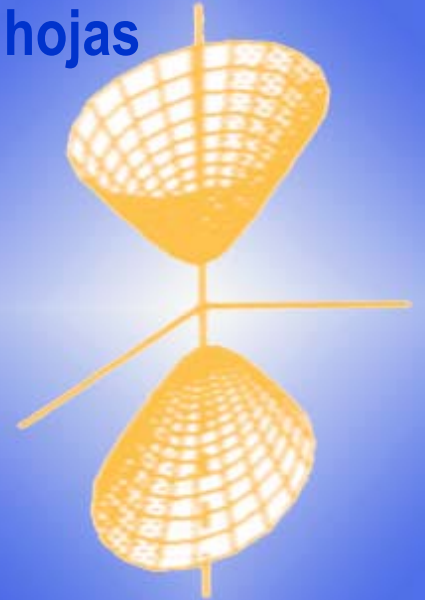
**Hiperboloide de 1 hoja**



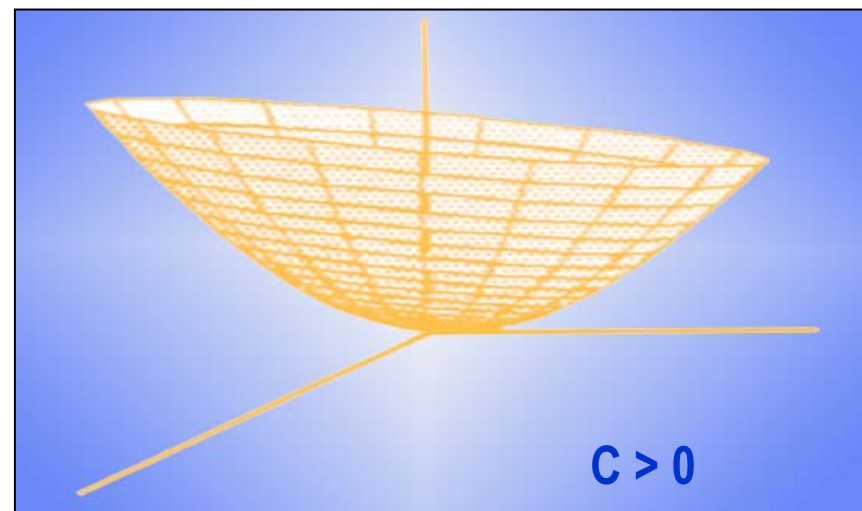
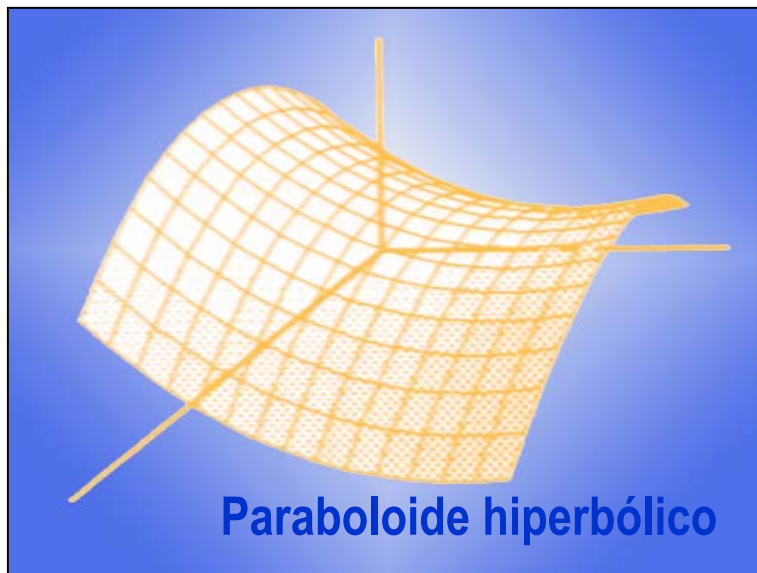
**Elipsoide**



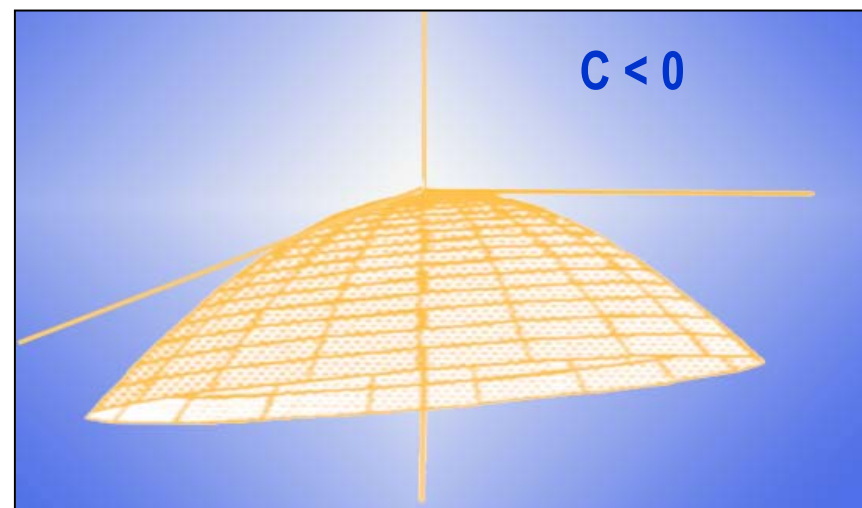
**Hiperboloide de 2 hojas**



# *CUÁDRICAS NO CENTRALES*



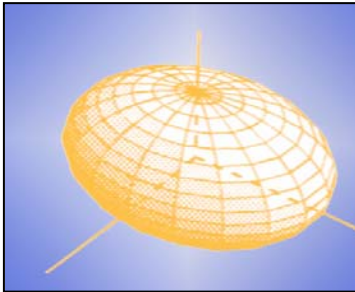
Paraboloide elíptico



# *ESFERA Y ELIPSOIDE*

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$$

• Si  $a=b=c$       **ESFERA**



• Si  $a \neq b \neq c$       **ELIPSOIDE**

- Si existen dos coeficientes iguales **Elipsoide de revolución**
  - Si  $a = b \neq c$  alargado
  - Si  $a \neq b = c$  achatado

# ESFERA

**Ecuación explícita**

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

**Unas ecuaciones paramétricas:**

$$\begin{aligned}x &= a \cos u \cos v \\y &= a \cos u \sin v \\z &= a \sin u\end{aligned}$$

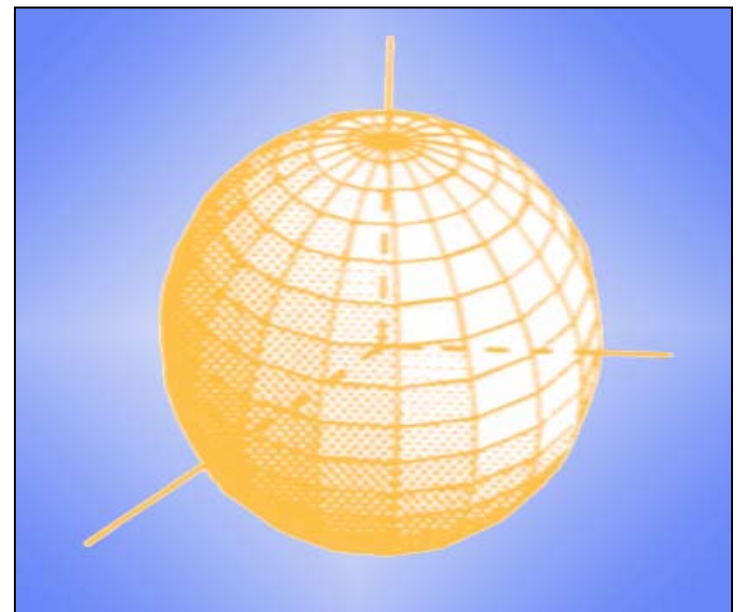
$$\begin{aligned}-\pi/2 < u < \pi/2 \\0 < v < 2\pi\end{aligned}$$

**Corte con los planos del triedro:**

**Plano XY:  $x^2 + y^2 = 1$  Circunferencia**

**Plano XZ:  $x^2 + z^2 = 1$  Circunferencia**

**Plano YZ:  $y^2 + z^2 = 1$  Circunferencia**



# ELIPSOIDE

**Ecuación explícita**       $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1 \quad a,b,c > 0$

**Unas ecuaciones paramétricas:**

$$\begin{aligned}x &= a \cos u \cos v \\y &= b \cos u \sin v \\z &= c \sin u\end{aligned}$$

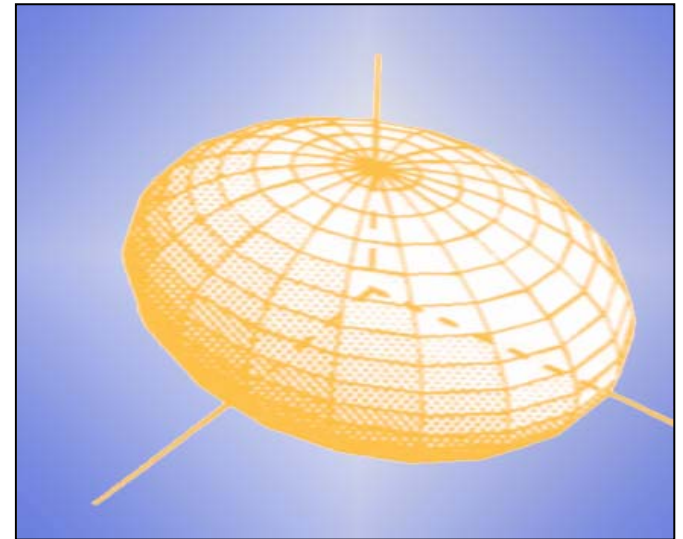
$$\begin{aligned}-\pi/2 < u < \pi/2 \\0 < v < 2\pi\end{aligned}$$

**Corte con los planos del triedro:**

**Plano XY:**  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$     **Elipse**

**Plano XZ:**  $x^2/a^2 + z^2/c^2 = 1$     **Elipse**

**Plano YZ:**  $y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$     **Elipse**



# *HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA*

**Ecuación explícita**  $x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = 1 \quad a, b, c > 0$

Si  $a = b$  Hiperboloide de revolución de una hoja

**Unas ecuaciones paramétricas:**

$$\begin{aligned}x &= a \cosh u \cos v \\y &= b \cosh u \sen v \\z &= c \sinh u\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\Phi &< u < \Phi \\0 &< v < 2\pi\end{aligned}$$

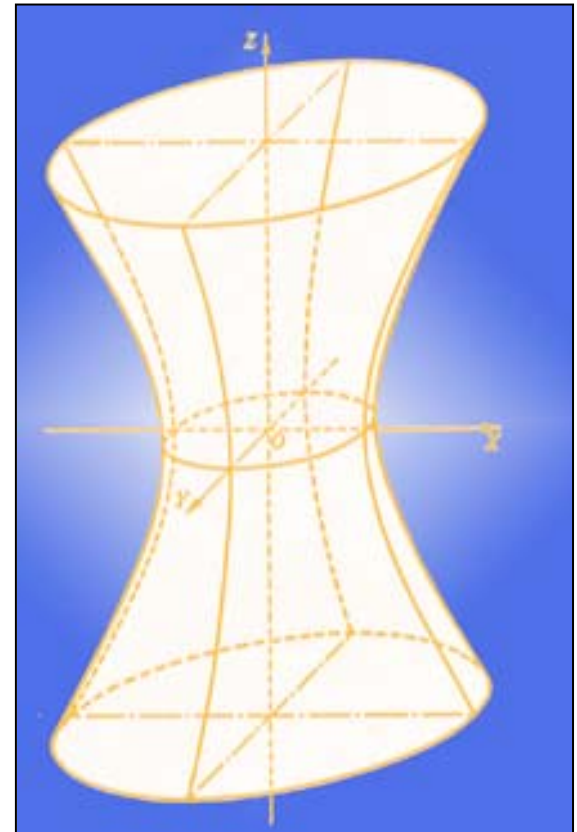
**Corte con los planos del triedro:**

Es simétrico respecto a los planos coordenados,  
con respecto a los ejes y respecto al origen.

**Plano XY:**  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$  **Elipse**

**Plano XZ:**  $x^2/a^2 - z^2/c^2 = 1$  **Hipérbola**

**Plano YZ:**  $y^2/b^2 - z^2/c^2 = 1$  **Hipérbola**





# *HIPERBOLOIDE DE DOS HOJAS*

**Ecuación explícita**  $x^2/a^2 - y^2/b^2 - z^2/c^2 = 1 \quad a, b, c > 0$

Si  $a = b$  Hiperboloide de revolución de una hoja

**Unas ecuaciones paramétricas:**

$$\begin{aligned}x &= a \sinh u \cos v \\y &= b \sinh u \sin v \\z &= c \cosh u\end{aligned}$$

$$0 < u < \Phi$$

$$0 < v < 2\pi$$

**Corte con los planos del triedro:**

Es simétrico respecto a los planos coordenados,  
con respecto a los ejes y respecto al origen.

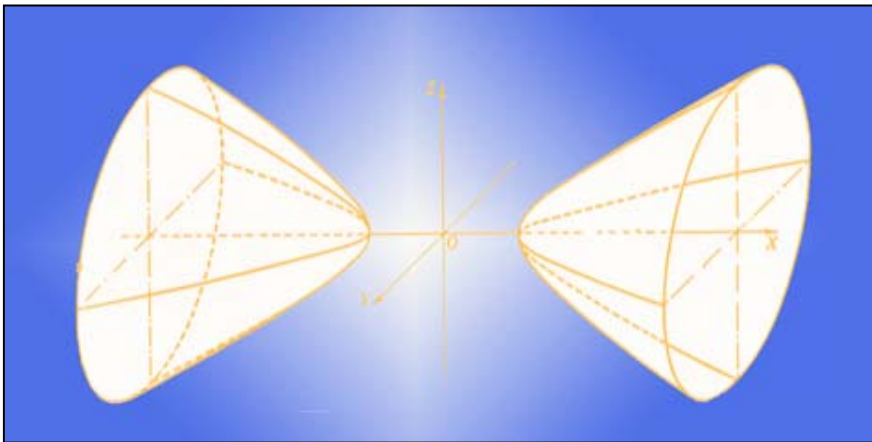
**Plano XY:**  $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$  Hipérbola

**Plano XZ:**  $x^2/a^2 - z^2/c^2 = 1$  Hipérbola

**Plano YZ:** Si  $x < a$  es imaginaria

Si  $x = a$  es un punto

Si  $x > a$  es una elipse





# PARABOLOIDE ELÍPTICO

**Ecuación explícita**

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = cz \quad a, b > 0$$

**si  $c > 0$**  se abre según el eje  $z$  positivo

**si  $c < 0$**  se abre según el eje  $z$  negativo

**Unas ecuaciones paramétricas:**

$$x = au \cos v$$

$$y = bu \sin v$$

$$z = u^2$$

$$0 < u < \Phi$$

$$0 < v < 2\pi$$

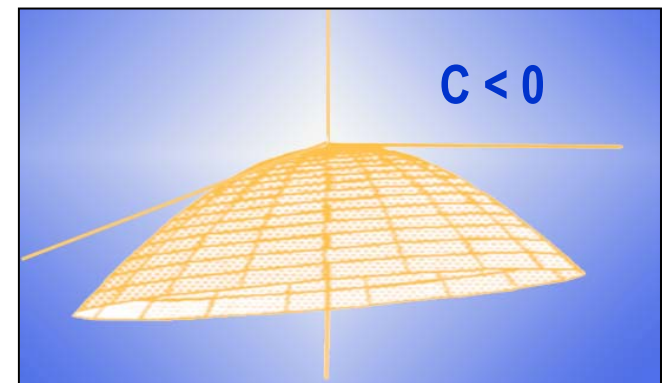
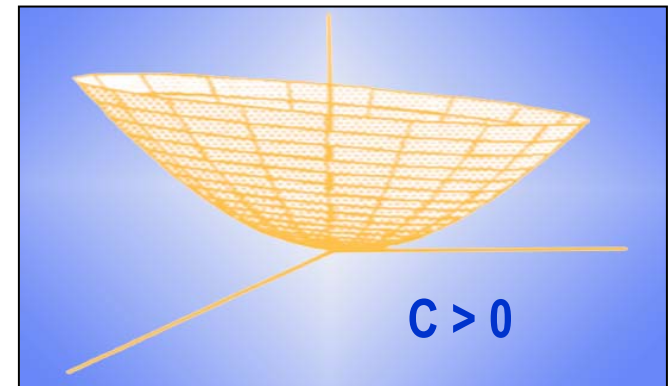
**Corte con los planos del triedro:**

**Plano XY:  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$  Elipse**

en el lado en el que existe paraboloides

**Plano XZ:  $x^2/a^2 = cz$  Parábola**

**Plano YZ:  $y^2/b^2 = cz$  Parábola**



# PARABOLOIDE HIPERBÓLICO

*Silla de montar*

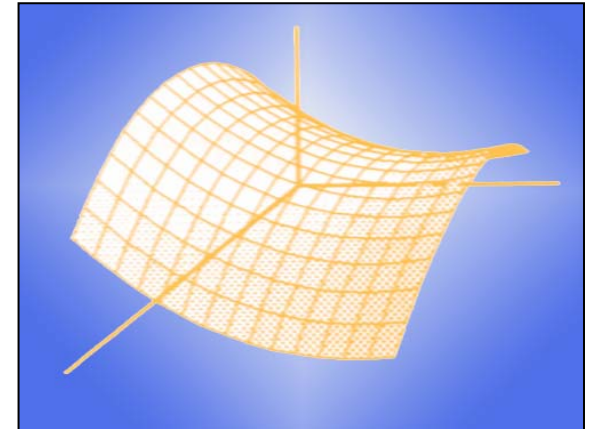
**Ecuación explícita**       $x^2/a^2 - y^2/b^2 = cz$        $a, b > 0$

**Unas ecuaciones paramétricas:**

$$\begin{aligned}x &= au \\y &= bv \\z &= u^2 - v^2\end{aligned}$$

$$-\Phi < u < \Phi$$

$$-\Phi < v < \Phi$$

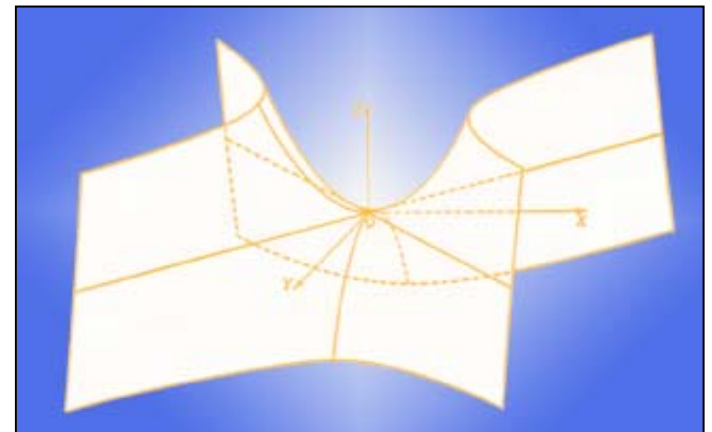


**Corte con los planos del triedro:**

**Plano XY:**  $x/a + y/b = 0$     2 Rectas  
 $x/a - y/b = 0$

**Plano XZ:**  $x^2/a^2 = cz$     Parábola

**Plano YZ:**  $y^2/b^2 = -cz$     Parábola



# CILINDRO

**Ecuación explícita**

$$x^2 + y^2 = 1$$

**Unas ecuaciones paramétricas:**

$$x = a \cos u$$

$$y = a \sin v$$

$$z = u$$

$$-\Phi < u < \Phi$$

$$0 < v < 2\pi$$

**Corte con los planos del triedro:**

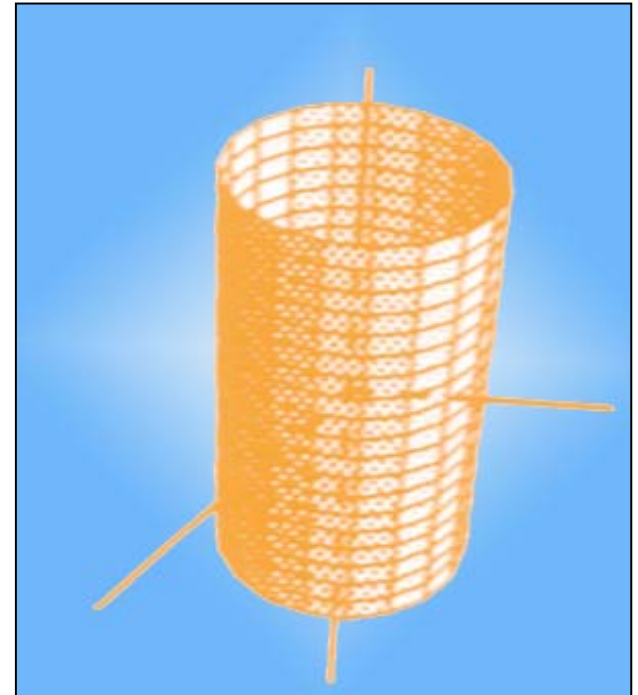
**Plano XY:  $x^2 + y^2 = a^2$  Circunferencia**

**Plano XZ:  $x = a$  2 Rectas**

$$x = -a$$

**Plano YZ:  $y = a$  2 Rectas**

$$y = -a$$



# CONO

**Ecuación explícita**  $x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = 0$

Si  $a = b$  CONO CIRCULAR RECTO

Si  $a \neq b$  CONO ELÍPTICO

**Unas ecuaciones paramétricas:**

$$x = au \cos v$$

$$y = au \sin v$$

$$z = u$$

$$-\Phi < u < \Phi$$

$$0 < v < 2\pi$$

**Corte con los planos del triedro:**

**Plano XY:**  $x^2 + y^2 = a^2$       **Circunferencia**

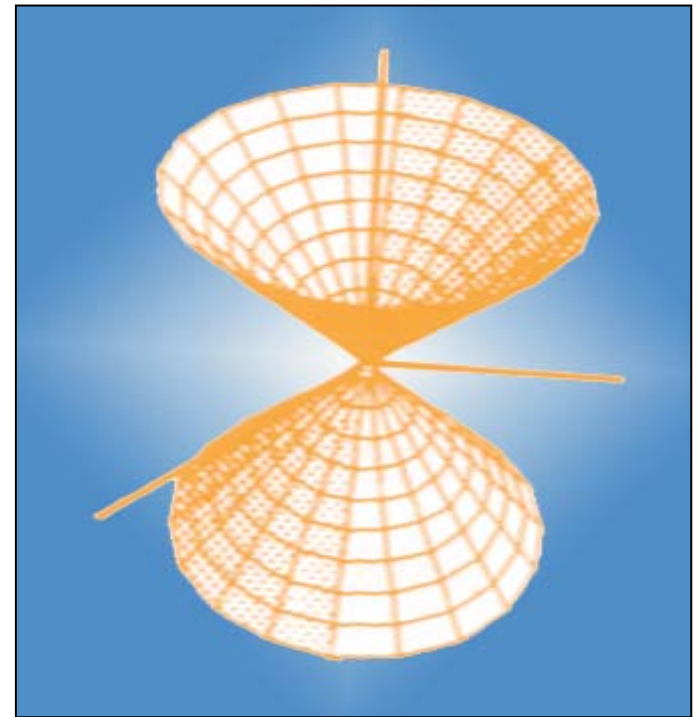
$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$       **Elipse**

**Plano XZ:**  $x/a = z/c$       **2 Rectas**

$$x/a = -z/c$$

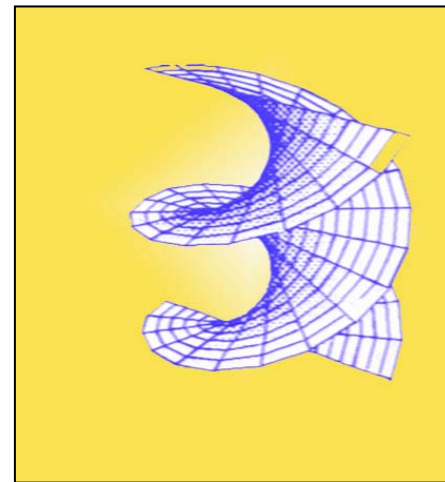
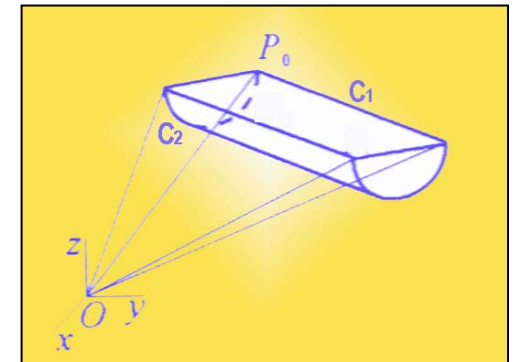
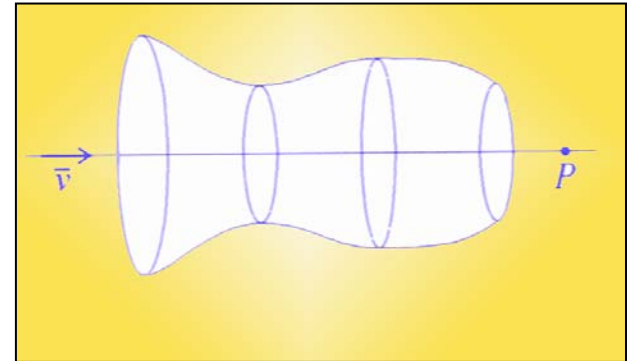
**Plano YZ:**  $y/b = z/c$       **2 Rectas**

$$y/b = -z/c$$



# *OTRAS SUPERFICIES*

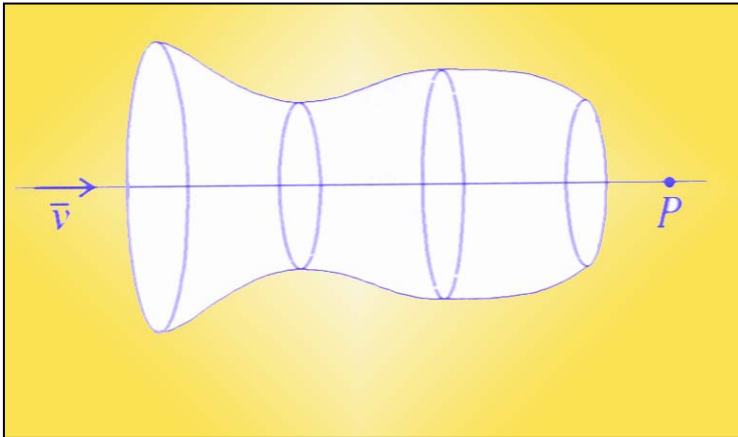
- Superficies de REVOLUCIÓN
- Superficies de TRASLACIÓN
- Superficies REGLADAS



# *SUPERFICIES DE REVOLUCIÓN*

Superficie engendrada por una curva que gira  
alrededor de un recta denominada eje de revolución

CURVA  $f_1(x,y,z) \quad f_2(x,y,z)$   
EJE DE REVOLUCIÓN pasa por  $P(x_0,y_0,z_0)$  con vector director  $v=(v_1,v_2,v_3)$



En los planos perpendiculares al eje,  
la curva describe una circunferencia:  
**PARALELOS**

La intersección con los planos que  
contienen al eje reciben el nombre de  
**MERIDIANOS**

# *SUPERFICIES DE TRASLACIÓN*

Superficie engendrada por todas las curvas que se obtienen al trasladar la generatriz  $C_2$  paralelamente a sí misma, cuando el punto  $P_0$  describe la directriz  $C_1$ .

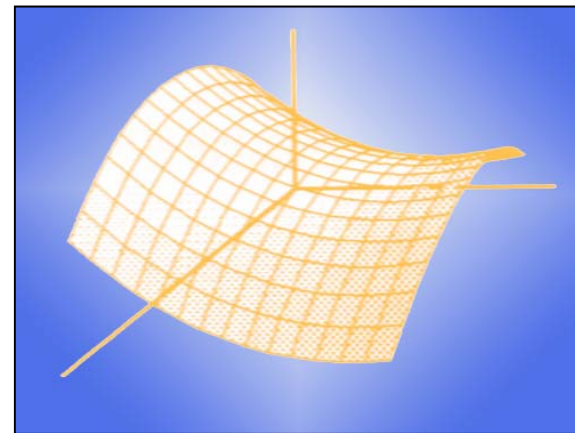
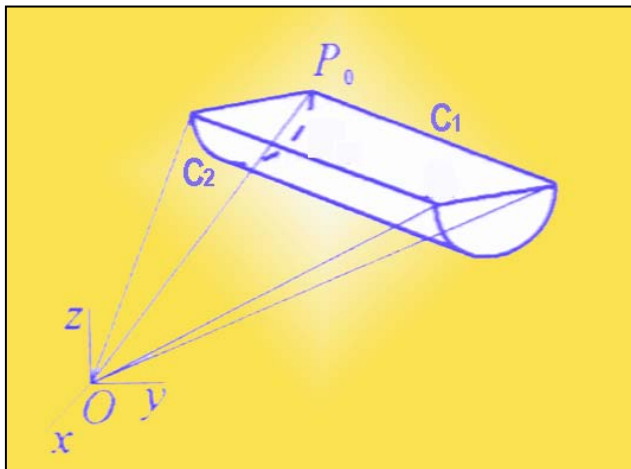
DOS CURVAS

$C_1$  curva directriz

$C_2$  curva generatriz

PUNTO COMÚN

$P_0 = (x_0, y_0, z_0)$





# *SUPERFICIES REGLADAS*

**Superficie engendrada por rectas  
denominadas generatrices,  
que se apoyan en una curva llamada directriz**

