Método 4: Punto fijo

“Métodos numéricos”

Nombre del alumno: Diego Emiliano Guajardo Pérez

Matricula: 746174

Maestro: Sergio Castillo

Monterrey, Nuevo León. México a 29 de mayo del 2025.

Método 4 Diego Gagjardo 746174

Punto fijo

Es un algoritmo numérico que se utiliza para encontrar las raíces de una ecuación no lineal, es un método abierto, también llamado de iteración de un punto o sustitución sucesiva, que reordena la ecuación.
Consiste en establecer un punto inicial x_0 para la búsqueda.
Este método, tiene sus raíces en la teoría de la topología algebraica del siglo XIX, particularmente en el trabajo de Henri Poincaré.
Se relaciona con el teorema de Brouwer que establece que toda función continua que mapea una bola cerrada en sí misma tiene al menos un punto fijo.

$$X_{n+1} = g(X_n)$$

Nuevo valor calculado en la siguiente iteración

Valor de la iteración anterior

- Algoritmo

1. Se reescribe la ecuación original $f(x)=0$ de tal forma que se obtenga una ecuación de la forma $g(x)$
2. Se parte de un valor inicial y se aplica la función $g(x)$ iterativamente: $x_1 = g(x_0)$ $x_2 = g(x_1)$, y así sucesivamente.
3. Si la secuencia de valores x_i converge a un valor, ese valor es una raíz de la ecuación original, un punto fijo de $g(x)$.
4. Se establece un criterio de convergencia, como una tolerancia, para determinar cuándo se considera que el proceso ha convergido a un punto fijo.

Este proceso es aplicado en la economía, fundamental para demostrar la existencia de equilibrios en modelos económicos, siendo una herramienta básica en el análisis aplicado.

Ejemplo:

$f(x) = 2e^{x^2} - 5x$

$x_0 = 0$

error = 1%

Iteración 1 1. Despejamos $f(x)$ a una x (la que sea la más sencilla)

$x = \frac{2e^{x^2}}{5}$ $x = \underbrace{0.4\, e^{x^2}}_{g(x)}$

2. $n = 0$ Paso 3: %error

$x_{n+1} = g(x_n)$

evaluamos a $\boxed{x_0} = 0$

$x_1 = g(x_0)$ $x_1 = 0.4e^{0^2}$

$\boxed{x_1 = 0.4}$

$\%error = \left|\frac{0.4 - 0}{0.4}\right| * 100$

$\%error = 100\%$

Iteración 2 $x_1 = 0.4$ $x_2 = ?$

Sustituimos $x_1 = 0.4$ en $g(x) = 0.4e^{x^2}$ para encontrar x_2

$x_2 = 0.4e^{(0.4)^2}$

$\boxed{x_2 = 0.4694}$

$\%error = \left|\frac{0.4694 - 0.4}{0.46}\right| * 100$

$\%error = 14.78\%$

Iteración 3 $x_2 = 0.4694$ $x_3 = ?$

$x_3 = 0.4e^{(0.4694)^2}$

$\boxed{x_3 = 0.4985}$

$\%error = \left|\frac{0.4985 - 0.4694}{0.4985}\right| * 100$

$\%error = 5.83\%$

Diego Gegardo 746174

Iteración 4 $x_3 = 0.4985$ $x_4 = ?$

$x_4 = 0.4e^{(0.4985)^2}$

$\boxed{x_4 = 0.5128}$

$\%error = \left|\frac{0.5128 - 0.4985}{0.5128}\right| * 100$

$\%error = 2.78\%$

Iteración 5 $x_4 = 0.5128$ $x_5 = ?$

$x_5 = 0.4e^{(0.5128)^2}$

$\boxed{x_5 = 0.5203}$

$\%error = \left|\frac{0.5203 - 0.5128}{0.5203}\right| * 100$

$\%error = 1.44\%$

Iteración 6 $x_5 = 0.5203$ $x_6 = ?$

$x_6 = 0.4e^{(0.5203)^2}$

$\boxed{x_6 = 0.5243}$

$\%error = \left|\frac{0.5243 - 0.5203}{0.5243}\right| * 100$

$\%error = 0.77\%$

Valor aproximado con 0.77% de 1% de error

Comprobación

Sustituir aproximación, en este caso x_6, en la función $f(x)$ y este tiene que dar cero o aproximado

$f(x) = 2e^{(0.5243)^2} - 5(0.5243)$

$\boxed{= 0.011}$ con un error de 0.77%.