U-ERRE

La Nueva Universidad Regiomontana

Método 2: Newton Raphson

“Métodos numéricos”

Nombre del alumno: Diego Emiliano Guajardo Pérez

Matricula: 746174

Maestro: Sergio Castillo

Monterrey, Nuevo León. México a 24 de mayo del 2025.

Método 2 Diego Gugardo 746174

Newton Raphson

Es un algoritmo numérico para encontrar aproximaciones de los ceros o raíces de una función real, es un método de los más usados y efectivos, ya que no trabaja sobre un intervalo sino que basa su fórmula en un proceso iterativo.
Este método se relaciona con otros métodos numéricos para la resolución de ecuaciones, para los que buscan raíces de funciones, como el de secante, bisección o término medio.

Tiene sus raíces en 1669, del trabajo de Isaac Newton, que fue simplificado por Joseph Raphson en 1690.

- Fórmula

$$\underbrace{x_r+1}_{\text{aproximación nueva de la raíz}} = \underbrace{x_r}_{\text{aproximación inicial de la raíz}} - \frac{f(x_r) \rightarrow \text{valor en el punto } x_r}{f'(x_r) \rightarrow \text{valor de la derivada en el punto } x_r}$$

- Algoritmo

1. Elegimos un valor inicial que creemos que está cerca de la raíz
2. Aplicamos la fórmula, usando la aproximación anterior para calcular la sig.
3. Verificamos la diferencia entre las aproximaciones, para ver si es menor que un valor de tolerancia predefinido, si es así, ha obtenido la raíz.
4. Si no obtuvimos la raíz, repetimos el paso 2 hasta cumplir la condición o alcanzar un límite de iteraciones.

Este método aunque no podemos aplicarla directamente en la vida cotidiana, si se ve reflejada en la ingeniería eléctrica, ayudando a encontrar soluciones a ecuaciones no lineales que describen el comportamiento de estos sistemas.

746174 DG

Iteración 1:

$$f(x) = \frac{1}{e^x} - x \qquad x_0 = 0 \qquad error = 1\%$$

Paso 1 derivamos $f(x)$

$f(x) = e^{-x} - x$

$f'(x) = -e^{-x} - 1$

Paso 2: Evaluar $f(x_0)$ y $f'(x_0)$

$f(0) = e^{-0} - 0 = 1$

$f'(0) = -e^{-0} - 1 = -2$

Paso 3: Aplicamos Newton Raphson

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \qquad n=0 \text{ primera iteración}$$

$$x_{0+1} = 0 - \frac{1}{-2}$$

$x_1 = 1/2 = 0.5$

Paso 4: error $= \left| \frac{x_{n+1} - x_n}{x_{n+1}} \right| \times 100$

$$= \left| \frac{x_1 - x_0}{x_1} \right| \times 100 = \left| \frac{0.5 - 0}{0.5} \right| \times 100$$

%error = 100 %

Iteración 2:

$n = 1$

$x_0 = 0$

$x_n = x_1 = 0.5$

Paso 2: Evaluamos $f(x_1)$ y $f'(x_1)$

$f(0.5) = e^{-(0.5)} - (0.5) = 0.1065$

$f'(0.5) = -e^{-(0.5)} - 1 = -1.6065$

Paso 3: evaluar

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_2 = 0.5 - \frac{0.1065}{-1.6065}$$

$x_2 = 0.5662$

$$\%error = \left| \frac{0.5662 - 0.5}{0.5662} \right| \times 100 = 11.69\ \%$$

DG 746174

Iteración 3

$n = 2$

$x_0 = 0 \quad x_1 = 0.5$

$x_2 = 0.5662$

$f(x_2) \quad f'(x_2)$

$f(0.5662) = e^{-(0.5662)} - 0.5662 = 0.0014$

$f'(0.5662) = -e^{-(0.5662)} - 1 = -1.5676$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

$$\% \text{ error} = \left| \frac{0.5670 - 0.5662}{0.5670} \right| \times 100$$

$\%$ error $= 0.14\%$

$$x_3 = 0.5662 - \frac{0.0014}{-1.5676}$$

$\underline{x_3 = 0.5670}$

Iteración 4

$n = 3$

$x_0 = 0$

$x_3 = 0.5670$

$f(x_3) \quad f'(x_3)$

$f(0.5670) = e^{-(0.5670)} - 0.5670 = 0.0002$

$f'(0.5670) = -e^{-(0.5670)} - 1 = -1.5672$

$\boxed{f(x_3) \approx 0}$

$$x_4 = 0.5670 - \left(\frac{0.0002}{-1.5672} \right)$$

$\underline{x_4 = 0.5671}$

$$\% \text{ error} = \left| \frac{0.5671 - 0.5670}{0.5671} \right|$$

$\%$ error $= 0.0176\%$

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	x_{n+1}	% error
0	0	1	-2	0.5	100%
1	0.5	0.1065	-1.6065	0.5662	11.69%
2	0.5662	0.0014	-1.5676	0.5670	0.14%
3	0.5670	0.0002	-1.5672	0.5671	0.0176%