U-ERRE
La Nueva Universidad Regiomontana

Tarea método 6: Gauss - Seidel y Jacobi

"Métodos numéricos"

Nombre del alumno: Diego Emiliano Guajardo Pérez

Matricula: 746174

Maestro: Sergio Castillo

Monterrey, Nuevo León. México a 21 de junio de 2025.

Diego Gugjardo 746174

Método de Gauss - Seidel y Jacobi

Son los procesos de aproximaciones sucesivas para resolver sistemas de ecuaciones lineales compatibles determinados (técnica iterativa para resolver sistemas de ecuaciones lineales)
Gauss-Seidel, al actualizar las variables en la misma iteración, suele converger mas rapido que Jacobi.

Jacobi

- En cada iteración, se calculan nuevas aproximaciones para todas las variables utilizando los valores de la iteración anterior.
- La actualización de las variables se realiza de forma simultánea.
- El método es relativamente simple de implementar, pero puede converger lentamente o no converger en algunos casos.

Gauss - Seidel

- Utiliza aproximaciones sucesivas, pero a diferencia de Jacobi, actualiza las variables a medida que se calculan, utilizando los valores más recientes en la misma iteración.
- Esto significa que se utilizan las nuevas aproximaciones de las variables tan pronto como están disponibles en la iteración actual.
- Suele converger más rápido que Jacobi, ya que utiliza la información más actualizada en cada paso.

Algoritmos Gauss-Seidel

1. Se despeja cada incógnita de su ecuación correspondiente, utilizando los demás valores como si fueran constantes.
2. Se asignan valores iniciales a las incógnitas.
3. Se calcula un nuevo valor para cada incógnita utilizando las ecuaciones despejadas y los valores más recientes de las demás incógnitas.
   - Los nuevos valores se utilizan inmediatamente en los cálculos de las siguientes incógnitas.
4. Se repiten los pasos 2 y 3 hasta que la diferencia entre dos iteraciones sucesivas para todas las incógnitas sea menor que un error tolerado.

Algoritmo Gauss-Jacobi
1. En cada ecuación, se despeja la variable cuyo coeficiente es el de mayor valor absoluto
2. Se utilizan aproximaciones iniciales para las variables y se sustituyen en las ecuaciones despejadas para obtener nuevas aproximaciones.
3. Se repiten pasos 1 y 2 hasta que las diferencias entre aproximaciones sucesivas sean suficientemente pequeñas, indicando la convergencia a la solución.

Estos métodos son ampliamente aplicados en campos como la física, ingeniería y las ciencias computacionales, donde se resuelven ecuaciones diferenciales parciales y problemas de modelado.
- Modelado en física e ingeniería
- Economía (modelado de equilibrios económicos)

Diego Gugardo 746174

Método a) Jacobi b) Gauss- Seidel

- Para los dos métodos

→ Valores dominantes (coeficiente mayor de cada columna)

$e = 1\%$ ① $7x + 2y - z = 5$ Ordenar si es necesario

② $-x - 12y + 4z = -11$

③ $5x - 9y + 23z = 0$

$$x = \frac{5 - 2y + z}{7}$$

- Paso ①: Definir diagonal dominante

$$y = \frac{-11 + x - 4z}{-12}$$

- Paso ②: Despejar x, y, z

$$z = \frac{-5x + 9y}{23}$$

Iteración 1

Supongamos que $x = 0$ $y = 0$ $z = 0$

a) Jacobi

b) Gauss – Seidel

- Paso ③: evaluar en x, y, z.

$$x = \frac{5 - 2(0) + (0)}{7} = 0.714 \quad y = \frac{-11 + 0 - 4(0)}{-12} = 0.916 \quad z = \frac{-5(0) + 9(0)}{23} = 0$$

- Paso ④: % de error

$$\%error = \left| \frac{Vactual - Vanterior}{Vactual} \right| * 100$$

a) Jacobi

Iteración 2 Paso 3

$X = 0.714 \quad y = 0.916 \quad Z = 0$

$$X = \frac{5 - 2(0.916) + (0)}{7} = 0.452$$

$$y = \frac{-11 + (0.714) - 4(0)}{-12} = 0.857$$

$$Z = \frac{-5(0.714) + 9(0.916)}{23} = 0.203$$

Paso 4 % error

$$X = \left| 1 - \frac{0.714}{0.452} \right| * 100 = 57.96\%$$

$$y = \left| 1 - \frac{0.916}{0.857} \right| * 100 = 6.88\%$$

$$Z = \left| 1 - \frac{0}{0.203} \right| = 100\%$$

Iteración 3 Paso 3

$X = 0.452 \quad y = 0.857 \quad Z = 0.203$

$$X = \frac{5 - 2(0.857) + (0.203)}{7} = 0.498$$

$$y = \frac{-11 + (0.452) - 4(0.203)}{-12} = 0.946$$

$$Z = \frac{-5(0.452) + 9(0.857)}{23} = 0.237$$

Paso 4 % error

$$X = \left| 1 - \frac{0.452}{0.498} \right| * 100 = 9.23\%$$

$$y = \left| 1 - \frac{0.857}{0.946} \right| * 100 = 9.40\%$$

$$Z = \left| 1 - \frac{0.203}{0.237} \right| * 100 = 14.34\%$$

Iteración 4 Paso 3

$X = 0.498 \quad y = 0.946 \quad Z = 0.237$

Paso 4 % error

$$X = \frac{5 - 2(0.946) + (0.237)}{7} = 0.477 \qquad X = \left| 1 - \frac{0.498}{0.477} \right| * 100 = 4.40\%$$

$$y = \frac{-11 + (0.498) - 4(0.237)}{-12} = 0.954 \qquad y = \left| 1 - \frac{0.946}{0.954} \right| * 100 = 0.83\%$$

$$Z = \frac{-5(0.498) + 9(0.946)}{23} = 0.261 \qquad Z = \left| 1 - \frac{0.237}{0.261} \right| * 100 = 9.19\%$$

Iteración 5 Paso 3 Paso 4 % error

$x = 0.477 \quad y = 0.954 \quad z = 0.261$

$$x = \frac{5 - 2(0.954) + (0.261)}{7} = \underline{0.479} \qquad x = \left|1 - \frac{0.477}{0.479}\right| * 100 = 0.41\%$$

$$y = \frac{-11 + (0.477) - 4(0.261)}{-12} = \underline{0.963} \qquad y = \left|1 - \frac{0.954}{0.963}\right| * 100 = 0.93\%$$

$$z = \frac{-5(0.477) + 9(0.954)}{23} = \underline{0.269} \qquad z = \left|1 - \frac{0.261}{0.269}\right| * 100 = 2.97\%$$

Iteración 6 Paso 3 Paso 4 % error

$x = 0.479 \quad y = 0.963 \quad z = 0.269$

$$x = \frac{5 - 2(0.963) + (0.269)}{7} = \underline{0.477} \qquad x = \left|1 - \frac{0.479}{0.477}\right| * 100 = \underline{0.41\%}$$

$$y = \frac{-11 + (0.479) - 4(0.269)}{-12} = \underline{0.966} \qquad y = \left|1 - \frac{0.963}{0.966}\right| * 100 = \underline{0.31\%}$$

$$z = \frac{-5(0.479) + 9(0.963)}{23} = \underline{0.272} \qquad z = \left|1 - \frac{0.269}{0.272}\right| * 100 = \underline{1.10\%}$$

b) Gauss-Seidel

Iteración 1

$x=0 \quad y=0 \quad z=0$

$x = \frac{5-2(0)+(0)}{7} = \underline{0.714}$

$y = \frac{-11+(0.714)-4(0)}{-12} = \underline{0.857}$

$z = \frac{-5(0.714)+9(0.857)}{23} = \underline{0.180}$

Iteración 2 Paso 3 Paso 4 % error

$x=0.714 \quad y=0.857 \quad z=0.180$

$x = \frac{5-2(0.857)+(0.18)}{7} = \underline{0.495}$ $\quad x = \left|1-\frac{0.714}{0.495}\right| * 100 = 44.24\%$

$y = \frac{-11+(0.495)-4(0.18)}{-12} = \underline{0.935}$ $\quad y = \left|1-\frac{0.857}{0.935}\right| * 100 = 8.34\%$

$z = \frac{-5(0.495)+9(0.935)}{23} = \underline{0.258}$ $\quad z = \left|1-\frac{0.180}{0.258}\right| * 100 = 30.23\%$

Iteración 3 Paso 3 Paso 4 % error

$x=0.495 \quad y=0.935 \quad z=0.258$

$x = \frac{5-2(0.935)+(0.258)}{7} = \underline{0.484}$ $\quad x = \left|1-\frac{0.495}{0.484}\right| * 100 = 2.27\%$

$y = \frac{-11+(0.484)-4(0.258)}{12} = \underline{0.962}$ $\quad y = \left|1-\frac{0.935}{0.962}\right| * 100 = 2.80\%$

$z = \frac{-5(0.484)+9(0.962)}{23} = \underline{0.271}$ $\quad z = \left|1-\frac{0.258}{0.271}\right| * 100 = 4.79\%$

Iteración 4 Paso 3 Paso 4%.

$x = 0.484 \quad y = 0.962 \quad z = 0.271$

$x = \frac{5 - 2(0.962) + (0.271)}{7} = 0.478 \qquad x = \left|1 - \frac{0.484}{0.478}\right| * 100 = 1.25\%$

$y = \frac{-11 + (0.478) - 4(0.271)}{-12} = 0.967 \qquad y = \left|1 - \frac{0.962}{0.967}\right| * 100 = 0.51\%$

$z = \frac{-5(0.478) + 9(0.967)}{23} = 0.274 \qquad z = \left|1 - \frac{0.271}{0.274}\right| * 100 = 1.09\%$

Iteración 5

$x = 0.478 \quad y = 0.967 \quad z = 0.274$

$x = \frac{5 - 2(0.967) + (0.274)}{7} = 0.477 \qquad x = \left|1 - \frac{0.478}{0.477}\right| * 100 = 0.20\%$

$y = \frac{-11 + (0.477) - 4(0.274)}{-12} = 0.968 \qquad y = \left|1 - \frac{0.967}{0.968}\right| * 100 = 0.10\%$

$z = \frac{-5(0.477) + 9(0.968)}{23} = 0.275 \qquad z = \left|1 - \frac{0.274}{0.275}\right| * 100 = 0.36\%$