U-ERRE
La Nueva Universidad Regiomontana

Tarea método 14: Romberg

"Métodos numéricos"

Nombre del alumno: Diego Emiliano Guajardo Pérez

Matricula: 746174

Maestro: Sergio Castillo

Monterrey, Nuevo León. México a 26 de julio de 2025.

Método de Romberg

Diego Gajardo 746174

Es una técnica numérica para calcular integrales definidas con alta precisión mejorando progresivamente los resultados obtenidos por métodos más simples como el trapecio.
Utiliza una técnica reconocida como extrapolación de Richardson para combinar múltiples aproximaciones y así eliminar errores.

Antecedentes

Desarrollado por el matemático alemán Werner Romberg en 1955.
El método se basa de dos pilares:
- La regla del trapecio: aproxima el área bajo la curva con segmentos lineales
- Extrapolación de Richardson: usa múltiples aproximaciones con diferentes particiones para cancelar errores

Métodos relacionados

- Regla del trapecio
- Regla de Simpson
- Extrapolación de Richardson

El método de Romberg es más preciso que estos métodos

Aplicaciones de la vida cotidiana

Física: cálculo de trabajo, energía o trayectorias de partículas.
Economía: encontrar áreas bajo la curva de oferta/demanda.

Ingeniería: estimar fuerzas, momentos y distribuciones de cargas.
Computación: modelado de simulaciones numéricas, machine learning.

Algoritmo

1. Se calcula la integral con la regla del trapecio usando subdiviciones.
2. Se construye la tabla de Romberg
3. Se continua refinando hasta que la diferencia entre dos aproximaciones sucesivas sea menor que un umbral deseado.

$$\text{Romberg} = \frac{4^k T_{2n}^{k-1} - T_n^{k-1}}{4^k - 1} = T_n^k$$

Tarea

Diego Gajardo. 746174

$$\int_{-3}^{3} \ln(4x^2+4)\,dx$$

	K_0	K_1	K_2
n=2	T_2^0	T_2^1	T_2^2
n=4	T_4^0	T_4^1	
n=8	T_8^0		

ciclo 1

n=2

a=-3

b=3

$h = \frac{3+3}{2} = 3$

x_n	$f(x_n)$
-3	3.6888
0	1.3862
3	3.6888

$= \frac{3}{2}\left(3.6888 + 2(1.3862) + 3.6888\right)$

$T_2^0 = 15.225$

Ciclo 1

n=4

a=-3

b=3

$h = \frac{3+3}{4} = 1.5$

x_n	$f(x_n)$
-3	3.6888
-1.5	2.5649
0	1.3862
1.5	2.5649
3	3.6888

$\frac{1.5}{2}\left(3.6888 + 2(2.5649) + 2(1.3862) + 2(2.5649) + 3.6888\right)$

$T_4^0 = 15.3072$

ciclo 1

$n=8$	x_n	$f(x_n)$
$a=-3$	-3	3.6888
$b=3$	-2.25	3.1884
$h=\frac{3+3}{8}=0.75$	-1.5	2.5649
	-0.75	1.8325
	0	1.3862
	0.75	1.8325
	1.5	2.5649
	2.25	3.1884
	3	3.6888

$$=\frac{0.75}{2}\left(3.6888+2(3.1884)+2(2.5649)+2(1.8325)+2(1.3862)+2(1.8325)+2(2.5649)+2(3.1884)+3.6888\right)$$

$$T_8^0 = 25.212$$

K_0	K_1	K_2
15.225	T_2^1	T_2^2
15.3072	T_4^1	
25.212		

K_0	K_1	K_2
15.225	15.3346	$\boxed{29.3922}$
15.3072	28.5136	
25.212		

$$T_2^1 = \frac{4^1 T_4^0 - T_2^0}{4^1-1} = \frac{4(15.3072)-15.225}{3} = 15.3346$$

$$T_4^1 = \frac{4^1 T_8^0 - T_4^0}{4^1-1} = \frac{4(25.212)-15.3072}{3} = 28.5136$$

$$T_2^2 = \frac{4^2 T_4^1 - T_2^1}{4^2-1} = \frac{16(28.5136)-15.3346}{15} = \boxed{29.3922}$$