Tarea Control de Robots

Emiliano Martinez Aguilar

A01352482

IRS 6to Semestre

Problema: Considere el brazo robótico con eje elástico mostrado en la figura 1. Esta clase de robots son de suma importancia para el estudio de prótesis. El modelo matemático del robot está determinado por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales:

$$I_B\ddot{\theta}_B + \beta_B\dot{\theta}_B + mgl_c sen(\theta_B) + k(\theta_B - \theta_m) = d_1(t)$$
$$J_m\ddot{\theta}_m + \beta_m\dot{\theta}_m + k(\theta_m - \theta_B) = \tau_m + d_2(t)$$

Los ángulos $\theta_B(t), \theta_m(t)$ son el ángulo del brazo y del eje del motor. Las funciones d_1 y d_2 son perturbaciones externas. La salida del sistema es el ángulo $\theta_B(t)$ del brazo robótico. La entrada del sistema u es el torque τ_m del motor. Los parámetros del robot se muestran en la tabla 1.

Parámetro	Valor Numérico
Momento de inercia del brazo	$I_B = (1/3)ml^2$
Coeficiente de fricción viscosa del brazo	$\beta_B = 0.01\ Nms/rad$
Masa del brazo	$m = 1\ kg$
Distancia al centro de masa	$l_c = 0.5m$
Tamaño del brazo	$l = 1m$
Momento de inercia del eje del motor	$J_m = 0.008kgm^2$
Coeficiente de fricción del eje del motor	$\beta_m = 0.04Nms/rad$
Constante torsional del eje flexible	$k = 50\ Nm/rad$
Aceleración de la gravedad	$g = 9.81m/s^2$
Perturbación aplicada al robot	$d_1 = e^{-3t}$
Perturbación aplicada al eje del motor	$d_2 = 5e^{-3t}$

Tabla 1

Parámetros del robot

```
################################
#Parametros del Robot
Ib = 1/3
Bb = 0.01
m = 1
lc = 0.5
```

```
l = 1
Jm = 0.008
Bm = 0.04
k = 50
g = 9.81
####################################################
```

▼ Inciso A

a) Sea el vector de estado $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T = \left(\theta_B, \dot{\theta}_B, \theta_m, \dot{\theta}_m\right)^T \in \mathbb{R}^4$. Obtener la representación en el espacio de estado del sistema en la forma:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})u + \boldsymbol{p_1}(t) + \boldsymbol{p_2}(t)$$

Donde $\boldsymbol{p_1}(t), \boldsymbol{p_2}(t)$ son los campos vectores de perturbación.

Para la representación de estados del sistema, como se pide en el inciso, se desarrolló de una manera primeramente de un modelo No Lineal. En donde son considerados los parámetros del sistema en base al vector de estado con 4 ganancias para aplicar en el control equivalente.

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (\theta_B, \dot{\theta}_B, \theta_m, \dot{\theta}_m)^T$$

$$\dot{x}_1 = \dot{\theta}_B = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{\theta}_B = \frac{-B_B\dot{\theta}_B - mgl_c\,sen(\theta_B) - K(\theta_B - \theta_m) + d_1(t)}{I_B}$$

$$\dot{x}_3 = \dot{\theta}_m = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{\theta}_m = \frac{-B_m\dot{\theta}_m - K(\theta_m - \theta_B) + \tau_m + d_2(t)}{J_m}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{-\overset{\alpha_0}{B_B}\theta_B}{I_B} - \dfrac{\overset{\alpha_1}{mgl_c}\,sen(\theta_B)}{I_B} - \dfrac{\overset{\alpha_2}{K}(\theta_B - \theta_m)}{I_B} + \dfrac{d_1(t)}{I_B} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \dfrac{-\overset{B_0}{B_m}\dot{\theta}_m}{J_m} \dfrac{-\overset{B_1}{K}(\theta_m - \theta_B)}{J_m} + \dfrac{\tau_m + d_2(t)}{J_m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\alpha_0 x_2 - \alpha_1 sen(x_1) - d_2(x_1 - x_3) + \dfrac{d_1(t)}{I_B} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -B_0 x_4 - B_1(x_3 - x_1) + \dfrac{\tau_m}{J_m} + \dfrac{d_2(t)}{J_m} = w \end{cases}$$

$$\frac{\tau_m}{u} = B_0 x_4 + B_1(x_3 - x$$

▼ Inciso B

b) Obtener el modelo lineal del robot en la forma:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{p}_1(t) + \boldsymbol{p}_2(t)$$

Posteriormente, se nos solicita que desarrollemos el modelo Lineal de nuestro sistema, en este caso se desarrolló de forma matricial, para una mejor visualización de ello, debido a que todo se queda en función de cada esta

Modelo Lineal

$$\begin{vmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ (\alpha_1 x_1) & -\alpha_0 & -\alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ B_1 & 0 & -B_1 & B_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} + \overset{B}{\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/J_m \end{vmatrix}} \tau_m + \overset{P_1(t)}{\begin{vmatrix} 0 \\ 1/I_B \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}} d_1(t) + \overset{P_2(t)}{\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/J_m \end{vmatrix}} d_2(t)$$

▼ Inciso C

c) Defina el error de seguimiento como $e_1(t) = \theta_B(t) - r(t), \forall t \geq 0$. Obtener la dinámica de los errores.

Siguiente, nos piden que desarrollemos la dinámica de los errores, dentro del sistema, de lo cual es de las cosas principales para que nuestro control tenga un correcto funcionamiento, ya que se basa en la diferencia de los errores en conjunto de los parámetros y derivadas del robot

Dinamica de errores

$$e_1 = \theta_B(t) - r(t) \Rightarrow \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{r} = x_2 - \dot{r} = e_2 - \dot{r}$$

$$e_2 = x_2 \Rightarrow \dot{e}_2 = \dot{x}_2 = -\alpha_0 x_2 - \alpha_1 \operatorname{Sen}(x_1) - d_2(x_1 - x_3) + \frac{d_1(t)}{\partial m}$$

$$= -\alpha_0 e_2 - \alpha_1 \operatorname{Sen}(e_1 + r) - \alpha_2 (e_1 + r - e_3) + \frac{\partial_2(t)}{\partial m}$$

$$e_3 = x_3 \Rightarrow \dot{e}_3 = \dot{x}_3 = x_4 = e_4$$

$$\dot{e}_4 = w$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} e_2 - \dot{r} \\ -\alpha_0 e_2 - \alpha_1 \operatorname{sen}(e_1 + r) - \alpha_2 (e_1 + r - e_3) + \frac{d_1(t)}{I_B} \\ e_4 \\ 0 \end{bmatrix}}_{f_e} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{g_e} w$$

$$e = f_e + g_e$$

▼ Inciso D

d) Diseñar un control $u(\boldsymbol{x})$ que permita al brazo robótico seguir la señal de referencia:

$$r(t) = sen(t)$$

Para diseñar el control del brazo y que siguiera la señal de referencia dada, se optó por desarrollar mediante los modos deslizantes, ya que considerando lo visto en clase y que es uno de los métodos de control mas recientes, seria un método bastante optimo para un modelo no lineal así como para la creación de la superficie deslizante e n base al vector de estados dado para así poder obtener nuestro control equivalente.

Control Modo Deslizante $\frac{\partial s}{\partial e} \cdot g_e \neq 0$

$$= \left[\frac{\partial s}{\partial e}, \frac{\partial s}{\partial e_2}, \frac{\partial s}{\partial e_3}, \frac{\partial s}{\partial e_4} \right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{\partial s}{\partial e_4}$$

$$\frac{\partial s}{\partial e_4} = 1$$

Superficie deslizante

$$S = S_1 + e_4$$

modo deslizante $e_\omega = -S_i$

Dinamica deseada

$$\dot{e}_1 = e_2$$

$$\dot{e}_2 = -\alpha_0 e_2 - \alpha_1 sen(e_1 + r) - d_2(e_1 + r - e_3) + \frac{d_1(t)}{16} - S_1 = -K_1 e_1 - K_2 e_2 - K_2 e_3$$

$$\dot{e}_3 = e_4 = -S_1 = -\underline{K_1 e_1 - K_2 e_2 - K_3 e_3} \leftarrow \text{Dinamica deseada}$$

$$S_1 = K_1 e_1 + K_2 e_2 + K_3 e_3$$

Superficie deslizante

$$s_1 = K_1 e_1 + K_2 e_2 + K_3 e_3 + e_4$$

$$W_{eq} = \left[\frac{\partial s}{\partial e}\cdot g_e\right]^{-1}\left[\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial e}\cdot f_e\right]$$

$$\left[\frac{\partial s}{\partial e}\cdot g_e\right]^{-1} = \frac{1}{e_4} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\left[\cancel{\frac{\partial s}{\partial t}}^{\,0} + \frac{\partial s}{\partial e}\cdot f_e\right] = \left[\frac{\partial s}{\partial e_1}, \frac{\partial s}{e_2}, \frac{\partial s}{e_3}, \frac{\partial s}{e_4}\right]\begin{bmatrix} e_2 - \dot{r} \\ -\alpha_0 e_2 - \alpha_1 \operatorname{sen}(e_1 + r) - \alpha_2(e_1 + r - e_3) + \frac{d_1(t)}{J_M} \\ e_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[K_1, K_2, K_3, K\right]\begin{bmatrix} e_2 - \dot{r} \\ -\alpha_0 e_2 - \alpha_1 \operatorname{sen}(e_1 + r) - \alpha_2(e_1 + r - e_3) + \frac{d_1(t)}{J_M} \\ e_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

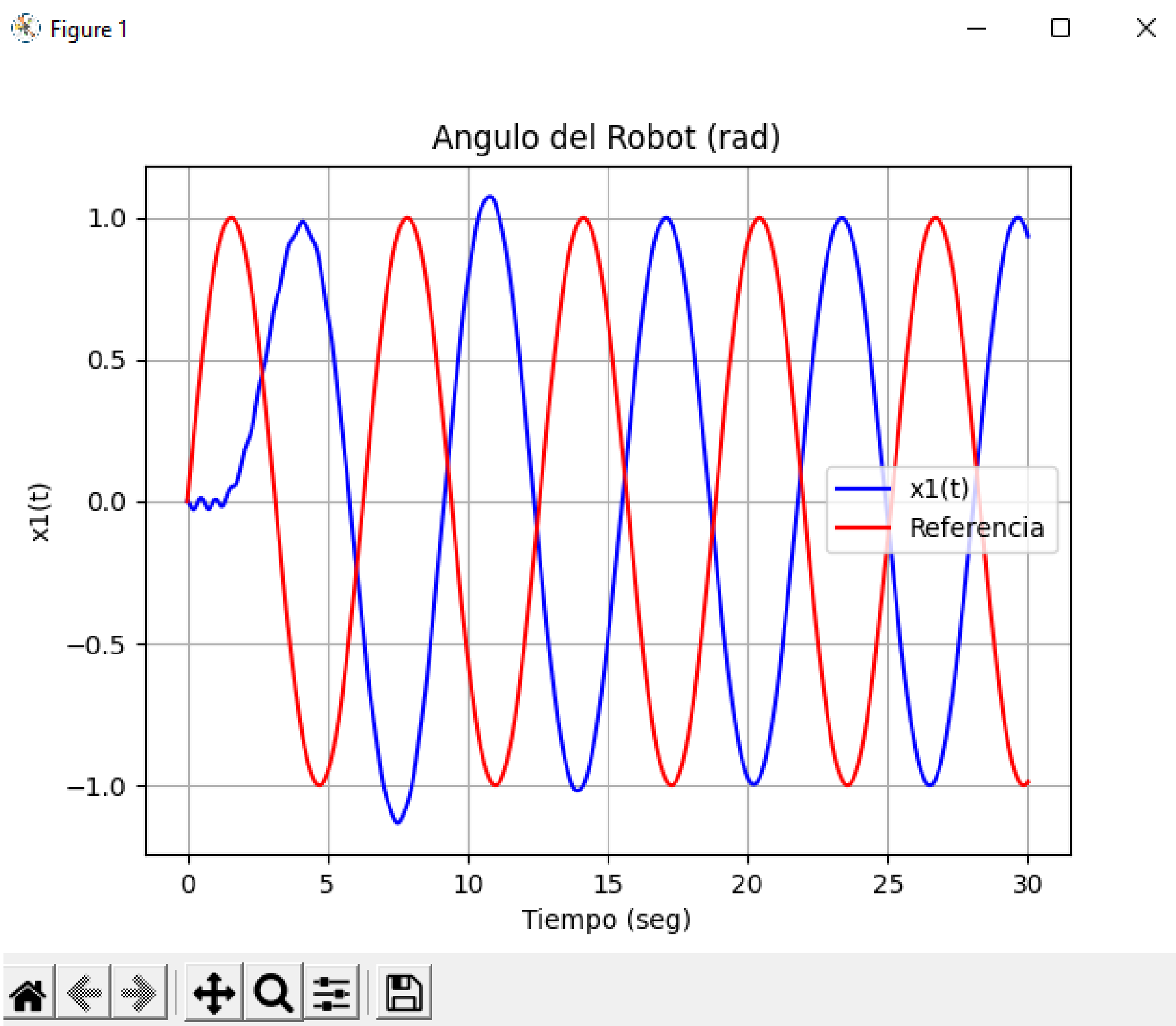
$$W_{eq} = \begin{bmatrix} K_1(e_2 - \dot{r}) \\ K_2\left(-\alpha_0 e_2 - \alpha_1 \operatorname{sen}(e_1 + r) - \alpha_2(e_1 + r - e_3) + \frac{d_1(t)}{J_M}\right. \\ K_3 e_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$W_{eq} = K_1(e_2 - \dot{r}) + K_2\left(-\alpha_0 e_2 - \alpha_1 \operatorname{sen}(e_1 + r) - \alpha_2(e_1 + r - e_3) + \frac{d_1(t)}{J_M}\right) + K_3 e_4$$

$$W = W_{eq} - K|s|\operatorname{sign}(s)$$

Sin embargo, después de desarrollar el control por este método, se presentaron complicaciones, debido a que la señal de salida del robot, trataba de apegarse a la señal de referencia dada, sin embargo con un considerable error de desfase, es decir que el sistema del controlador hacia el robot, se encontraba muy pausado, se trato de diseñar el controlador con un sistema lineal, sin embargo aun modificando estos parámetros del sistema, así como sus ganancias, no se llegó a un resultado optimo, tampoco cuando se aplicó el sistema lineal, se veía que la señal del motor se adaptaba a la señal de referencia, sin embargo tenia bastante ruido la señal, la cual podia dañar el funcionamiento del motor, porque realizaba un tipo de barrido.

A pesar de esto, como ya mencioné, la señal del controlador, si realizaba la referencia de manera correcta, sin embargo con un apreciable desfase de la señal.



▼ Inciso E

e) Escribir un programa en Python/MATLAB que permita simular el comportamiento del sistema bajo el control diseñado.

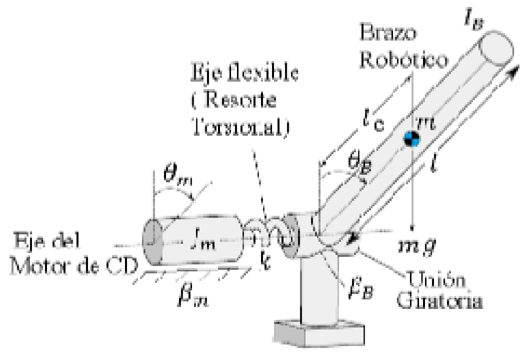


Figura 1

Anexado dentro del archivo de Python.