

IMT Atlantique

Projet Commande Entreprise

Campus de Nantes — IMT Atlantique

4, rue Alfred Kastler — La Chantrerie

CS 20722

44307 Nantes Cedex 3

Téléphone : +33 (0)2 51 85 81 00

URL : www.imt-atlantique.fr



Modélisation physique du système - GROUPE 60

Projet Commande Entreprise - parcours ingénieur A2 FISE

PROJET COMMANDE ENTREPRISE : SYSTÈME D'AÉRATION D'UN MILIEU FERMÉ EN LOMBRICOMPOSTAGE AUTONOME

Destinataires : FRISCOURT François, D'HERBEMONT Arthur

Relecteurs : RABIER Valentin

Date d'édition : 23 octobre 2025

Version : V2



IMT Atlantique
Bretagne-Pays de la Loire
École Mines-Télécom

X



WOLFF Emilien

GERBAUD Paul

ALBERT Louis

KAYSER Valentin

RABIER Valentin

ROUYRE Sarah

ADAM Raphaël

RIBEIRO DE ASSIS Nathalia

Tuteur école : D'HERBEMONT Arthur

Tuteur entreprise : FRISCOURS François

Sommaire

1. Mise en équation du problème	2
1.1. Modélisation thermique du lombricomposteur	2
1.1.1. Description des flux thermiques	2
1.2. Détermination expérimentale et estimation des paramètres thermiques	4
1.2.1. Puissance thermique générée par le composte	4
1.2.2. Capacité thermique du compost	4
1.2.3. Ordres de grandeur retenus	5
2. Analyse quantitative	6
2.1. Analyse quantitative du problème	6
2.1.1. Estimations numériques des termes du bilan	6
2.1.2. Simplification de l'équation	6
2.1.3. Application numérique	7
Annexes	8
Références	9

Liste des figures

Liste des tableaux

1.1. Définition des principales variables thermiques du modèle.	3
---	---

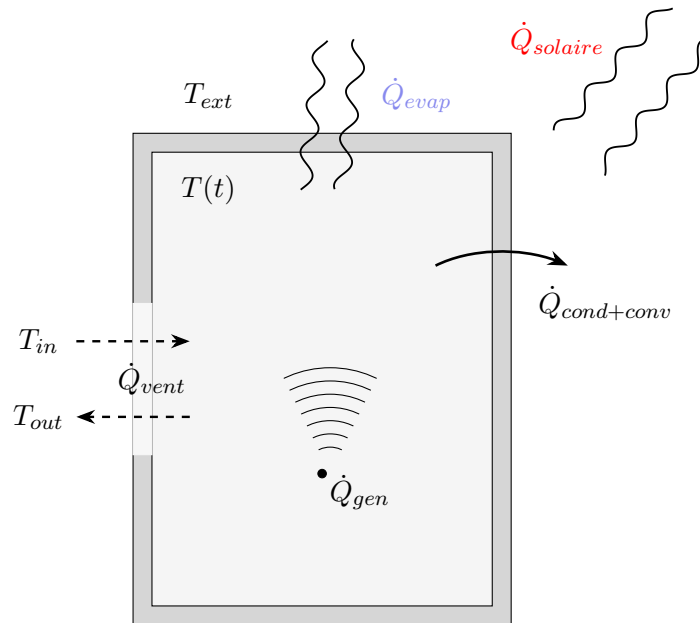
Mise en équation du problème

Dans cette section, on établit d'abord le modèle thermique complet du lombricomposteur, intégrant l'ensemble des sources et transferts de chaleur internes (activité microbienne) et externes (rayonnement solaire, convection, conduction, ventilation, évaporation). Une analyse quantitative des ordres de grandeur permettra ensuite de simplifier cette équation en négligeant certains flux jugés mineurs.

1.1. Modélisation thermique du lombricomposteur

1.1.1. Description des flux thermiques

Le schéma ci-dessous illustre les principaux flux de chaleur agissant sur le lombricomposteur. La puissance \dot{Q}_{gen} correspond à la chaleur produite par l'activité microbienne du compost. Une partie de cette énergie est transmise vers l'extérieur par conduction et convection à travers les parois, regroupées dans le terme $\dot{Q}_{cond+conv}$. Le flux \dot{Q}_{vent} traduit les échanges liés au renouvellement d'air : l'air entrant à T_{in} ressort plus chaud à T_{out} , emportant une quantité de chaleur. Le flux $\dot{Q}_{solaire}$ représente l'apport énergétique dû au rayonnement solaire absorbé par la surface du composteur, tandis que \dot{Q}_{evap} correspond à la chaleur consommée par l'évaporation de l'eau contenue dans le compost.



Définition des variables

Résistances thermiques et conductance globale

La résistance thermique équivalente à travers les parois est donnée par :

$$R_{paroi} = \frac{1}{h_{in}A} + \frac{e}{kA} + \frac{1}{h_{out}A} \quad (1.1)$$

$T(t)$	Température intérieure (K)	m	Masse totale (kg)
T_{ext}	Température extérieure (K)	c_p	Capacité thermique massique ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)
A	Surface d'échange (m^2)	$C = mc_p$	Capacité thermique ($\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$)
e	Épaisseur de la paroi (m)	\dot{Q}_{gen}	Puissance générée (W)
k	Conductivité thermique ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	\dot{Q}_{sol}	Flux solaire (W)
h_{in}	Coeff. convection interne ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$)	\dot{m}_{air}	Débit d'air ($\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$)
h_{out}	Coeff. convection externe ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$)	T_{in}	Température d'entrée (K)
ε	Émissivité (-)	\dot{m}_v	Débit de vapeur ($\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$)
σ	Constante de Stefan-Boltzmann ($5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)	L_v	Chaleur latente ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$)

TABLE 1.1 – Définition des principales variables thermiques du modèle.

Le rayonnement externe peut être modélisé par un coefficient équivalent :

$$h_{\text{rad}} = 4 \varepsilon \sigma T^3 \quad (1.2)$$

On peut alors corriger la convection externe :

$$h_{\text{out,eq}} = h_{\text{out}} + h_{\text{rad}} \quad (1.3)$$

et recalculer :

$$R = \frac{1}{h_{\text{in}} A} + \frac{e}{k A} + \frac{1}{h_{\text{out,eq}} A} \quad (1.4)$$

La conductance thermique globale vaut :

$$G = \frac{1}{R} \quad (1.5)$$

Bilan d'énergie global

Le bilan d'énergie du système (masse quasi-isotherme) s'écrit :

$$C \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_{\text{gen}} + \dot{Q}_{\text{sol}} - G(T - T_{\text{ext}}) - \dot{m}_{\text{air}} c_p (T - T_{\text{in}}) - L_v \dot{m}_v \quad (1.6)$$

Régime stationnaire

En régime permanent ($dT/dt = 0$), la température interne est ($T_{\text{ss}} = T_{\text{stationary state}}$) :

$$T_{\text{ss}} = \frac{\frac{T_{\text{ext}}}{R} + \dot{m}_{\text{air}} c_p T_{\text{in}} + \dot{Q}_{\text{gen}} + \dot{Q}_{\text{sol}} - L_v \dot{m}_v}{\frac{1}{R} + \dot{m}_{\text{air}} c_p} \quad (1.7)$$

Condition de stabilité thermique ($T_{\text{ss}} \leq T^*$)

Dimensionnement de la ventilation :

Pour imposer une température maximale T^* , on obtient :

$$\dot{m}_{\text{air}} \geq \frac{\dot{Q}_{\text{gen}} + \dot{Q}_{\text{sol}} - L_v \dot{m}_v - \frac{T^* - T_{\text{ext}}}{R}}{c_p (T^* - T_{\text{ext}})} \quad (1.8)$$

Dimensionnement de l'isolation :

Si le débit d'air est imposé, la résistance maximale admissible vérifie :

$$\frac{1}{R} \geq \frac{\dot{Q}_{\text{gen}} + \dot{Q}_{\text{sol}} - L_v \dot{m}_v - \dot{m}_{\text{air}} c_p (T^* - T_{\text{in}})}{T^* - T_{\text{ext}}} \quad (1.9)$$

Temps de réponse thermique

Le comportement dynamique est du premier ordre, avec une constante de temps :

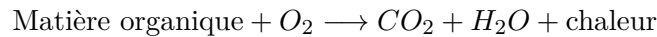
$$\tau = \frac{C}{\frac{1}{R} + \dot{m}_{\text{air}} c_p} \quad (1.10)$$

Ainsi, la condition fondamentale pour additionner des résistances thermiques en série est que **le flux de chaleur traversant chaque résistance soit identique et unidirectionnel**.

1.2. Détermination expérimentale et estimation des paramètres thermiques

1.2.1. Puissance thermique générée par le composte

La chaleur dégagée par le compost provient de la dégradation biologique de la matière organique, réaction exothermique :



Cette chaleur correspond à la puissance thermique \dot{Q}_{gen} produite par les micro-organismes.

Pour la déterminer expérimentalement, on peut placer un échantillon de compost dans une **boîte adiabatique**, de sorte que les échanges thermiques avec l'extérieur soient négligeables. Si la capacité thermique totale du système est C , la variation de température observée $\frac{dT}{dt}$ permet d'évaluer la puissance générée par :

$$\dot{Q}_{\text{gen}} = C \frac{dT}{dt} \quad (1.11)$$

où C est la capacité thermique totale du compost (et éventuellement de la boîte). Cette méthode suppose une homogénéité thermique et une bonne isolation du dispositif, de façon à négliger les pertes par conduction, convection ou rayonnement.

1.2.2. Capacité thermique du compost

Le compost est un milieu poreux humide composé principalement d'eau et de matière organique sèche (cellulose, lignine, protéines, minéraux). On peut estimer sa capacité thermique massique $c_{p,\text{compost}}$ à partir d'une moyenne pondérée entre la phase aqueuse et la phase sèche :

$$c_{p,\text{compost}} = x_{\text{eau}} c_{p,\text{eau}} + (1 - x_{\text{eau}}) c_{p,\text{matière sèche}} \quad (1.12)$$

où :

- x_{eau} est la fraction massique d'eau (généralement comprise entre 0.6 et 0.8),
- $c_{p,\text{eau}} \simeq 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,
- $c_{p,\text{matière sèche}}$ est la capacité thermique massique de la matière sèche.

D'après les données du *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, de *Perry & Green (Chemical Engineers' Handbook)* [1] et de la *FAO*, les principaux constituants de la matière organique (cellulose, lignine, protéines, lipides) présentent des capacités thermiques comprises entre 1500 et 2000 $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. On peut ainsi retenir :

$$c_{p,\text{matière sèche}} \approx 1700 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Pour un compost typique contenant 70% d'eau ($x_{\text{eau}} = 0.7$), on obtient :

$$c_{p,\text{compost}} = 0.7 \times 4180 + 0.3 \times 1700 \approx 3560 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

La capacité thermique totale du compost s'en déduit par :

$$C = m c_{p,\text{compost}} \quad (1.13)$$

où m est la masse totale de compost considérée.

Cette valeur est cohérente avec celles observées expérimentalement pour des composts humides et permet d'évaluer correctement les bilans énergétiques du lombricomposteur.

1.2.3. Ordres de grandeur retenus

Grandeur	Symbole	Valeur typique
Fraction massique d'eau	x_{eau}	0.6 – 0.8
Capacité thermique de l'eau	$c_{p,\text{eau}}$	$4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Capacité thermique matière sèche	$c_{p,\text{matière sèche}}$	$1700 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Capacité thermique compost	$c_{p,\text{compost}}$	$3000 - 4000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Capacité thermique totale (10 kg)	C	$\sim 3.5 \times 10^4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Ces valeurs sont utilisées pour le dimensionnement thermique et la modélisation du lombricomposteur, en cohérence avec les données issues du *CRC Handbook*, de *Perry & Green* et des publications techniques de la *FAO*.

Analyse quantitative

2.1. Analyse quantitative du problème

2.1.1. Estimations numériques des termes du bilan

Apport solaire \dot{Q}_{solaire} .

On prend une surface effectivement exposée $A_{\odot} = 0,120 \text{ m}^2$, une absorptivité moyenne $\alpha = 0,5$ (bois/plastique clair) et une irradiance intérieure diffuse $G = 50 \text{ W m}^{-2}$:

$$\dot{Q}_{\text{solaire}} = \alpha A_{\odot} G = 0,5 \times 0,12 \times 50 = \boxed{3 \text{ W}}.$$

Refroidissement par évaporation $\dot{Q}_{\text{evap}} = L_v \dot{m}_v$.

Avec $L_v \simeq 2,45 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ et une perte d'eau mesurée ou estimée en intérieur à 20–50 mL/j (HR 60–80%) :

$$\dot{m}_v = \frac{\Delta m}{86400} \Rightarrow \begin{cases} 20 \text{ mL/j (0,020 kg/j)} \Rightarrow \dot{Q}_{\text{evap}} \approx \boxed{0,6 \text{ W}}, \\ 50 \text{ mL/j (0,050 kg/j)} \Rightarrow \dot{Q}_{\text{evap}} \approx \boxed{1,4 \text{ W}}. \end{cases}$$

Chaleur générée par le compost \dot{Q}_{gen} .

Méthode adiabatique : depuis $C \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_{\text{gen}}$. Pour une pente mesurée typique en régime actif doux $dT/dt = (0,6 \text{ à } 1,4) \times 10^{-3} \text{ K s}^{-1}$:

$$\dot{Q}_{\text{gen}} = C \frac{dT}{dt} \approx (3,6 \times 10^4) \times (0,6 \text{ à } 1,4) \times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{22 \text{ à } 50 \text{ W}}.$$

Lecture rapide.

$$\dot{Q}_{\text{gen}} \sim 20\text{--}50 \text{ W} \gg \dot{Q}_{\text{solaire}} \sim 3 \text{ W} \gtrsim \dot{Q}_{\text{evap}} \sim 0,6\text{--}1,4 \text{ W}$$

En intérieur et HR 60–80%, l'évaporation est faible et l'apport solaire diffus modéré ; la puissance microbienne reste le terme dominant.

2.1.2. Simplification de l'équation

Ainsi, l'équation (1.6) se simplifie en :

$$C \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_{\text{gen}} - G(T - T_{\text{ext}}) - \dot{m}_{\text{air}} c_p (T - T_{\text{in}}) \quad (2.1)$$

Le débit d'air minimal pour assurer une température inférieure donc à T^* est :

$$\dot{m}_{\text{air}} \geq \frac{\dot{Q}_{\text{gen}} - \frac{T^* - T_{\text{ext}}}{R}}{c_p (T^* - T_{\text{ext}})} \quad (2.2)$$

2.1.3. Application numérique

Principe.

En imposant $T = T^* = 30^\circ\text{C}$, le **débit massique minimal** est

$$\dot{m}_{\text{air}}^{\min} = \frac{\dot{Q}_{\text{gen}} - \frac{T^* - T_{\text{ext}}}{R}}{c_{p,\text{air}} (T^* - T_{\text{ext}})} \quad (\text{si le numérateur} > 0). \quad (2.3)$$

Paramètres géométriques et de transfert.

Dimensions de la boîte : $L = 0,35 \text{ m}$, $W = 0,35 \text{ m}$, $H = 0,70 \text{ m}$. Surface totale d'échange :

$$A = 2(LW + LH + WH) = 2(0,35 \times 0,35 + 0,35 \times 0,70 + 0,35 \times 0,70) = \boxed{1,225 \text{ m}^2}.$$

Épaisseur de paroi $e = \boxed{6 \text{ mm}} = 0,006 \text{ m}$, conductivité $k = 0,20 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Convection interne $h_{\text{in}} = \boxed{5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}}$, externe $h_{\text{out}} = 10 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$. Températures : $T^* = 30^\circ\text{C}$, $T_{\text{ext}} = \boxed{21^\circ\text{C}}$ ($\Delta T = 9 \text{ K}$). Air : $c_{p,\text{air}} \simeq 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Puissance biologique supposée : $\dot{Q}_{\text{gen}} = 30 \text{ W}$.

Résistance thermique globale.

$$R = \frac{1}{h_{\text{in}} A} + \frac{e}{k A} + \frac{1}{h_{\text{out}} A} = \frac{1}{5 \times 1,225} + \frac{0,006}{0,20 \times 1,225} + \frac{1}{10 \times 1,225} = \boxed{0,269 \text{ K W}^{-1}}. \quad (2.4)$$

Débit minimal requis.

Avec (2.3) :

$$\dot{m}_{\text{air}}^{\min} = \frac{\dot{Q}_{\text{gen}} - \frac{\Delta T}{R}}{c_{p,\text{air}} \Delta T} = \frac{30 - \frac{9}{0,269}}{1005 \times 9} \approx \frac{30 - 33,4}{9045} < 0.$$

Le numérateur étant négatif, **aucun débit d'air n'est requis** pour tenir $T \leq 30^\circ\text{C}$ dans ces conditions : les pertes par parois ($\Delta T/R \approx 33,4 \text{ W}$) suffisent à évacuer la puissance microbienne supposée (30 W).

Annexes

Bibliographie

- [1] CRC Handbook of Chemistry and Physics <https://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/isolda/libros/handbook.pdf>

OUR WORLDWIDE PARTNERS UNIVERSITIES - DOUBLE DEGREE AGREEMENTS

3 CAMPUS, 1 SITE



IMT Atlantique Bretagne-Pays de la Loire – <http://www.imt-atlantique.fr/>

Campus de Brest

Technopôle Brest-Iroise
CS 83818
29238 Brest Cedex 3
France
T +33 (0)2 29 00 11 11
F +33 (0)2 29 00 10 00

Campus de Nantes

4, rue Alfred Kastler
CS 20722
44307 Nantes Cedex 3
France
T +33 (0)2 51 85 81 00
F +33 (0)2 99 12 70 08

Campus de Rennes

2, rue de la Châtaigneraie
CS 17607
35576 Cesson Sévigné Cedex
France
T +33 (0)2 99 12 70 00
F +33 (0)2 51 85 81 99

Site de Toulouse

10, avenue Édouard Belin
BP 44004
31028 Toulouse Cedex 04
France
T +33 (0)5 61 33 83 65



IMT Atlantique

Bretagne-Pays de la Loire
École Mines-Télécom