Ricardo Emilio Lemus Morales

1. (5 pts.) ¿Cuáles son las cuatro componentes fundamentales de cualquier modelo de programación matemática?, ¿en qué orden se llevan a cabo?, ¿en qué consiste cada una?

Los 4 componentes de la programación matemática son:

1) Proponer variables de decisión. Se debe cuantificar de manera precisa las decisiones que se tomarán.

2) Función Objetivo - Maximizar o minimizar la función se establece un objetivo.

3) Restricciones - Pueden ser múltiples y cada una tiene su propia relación de igualdad o desigualdad

4) Naturaleza de las variables - Estas dependen de la situación que se esté modelando.

2. (35 pts.) Un taller de confección hace chaquetas y pantalones para niños. Para hacer una chaqueta, se necesitan 1 m de tela y 2 botones; y para hacer unos pantalones, hacen falta 2 m de tela, 1 botón y 1 cremallera. El taller dispone de 500 m de tela, 400 botones y 225 cremalleras. El beneficio que se obtiene por la venta de una chaqueta es de 20 pesos, y por el de unos pantalones, 30 pesos. Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica y que el jefe del taller desea maximizar sus ganancias:

a. Construya el modelo de programación lineal que representa el problema de producción.

b. Brinde dos soluciones factibles del problema.

c. Obtenga la solución óptima y el valor optimo mediante el método gráfico.

a) Modelo de Programación Lineal

1) Variables de decisión

X_1 = Cantidad de Chaquetas a producir.

X_2 = Cantidad de pantalones a producir.

3) Restricciones

telas R_1: $x_1 + 2x_2 \leq 500$

botones R_2: $2x_1 + x_2 \leq 400$

Cremalleras R_3: $x_2 \leq 225$

2) Función Objetivo

Maximizar $z(x_1, x_2) = 20x_1 + 30x_2$

4) Naturaleza de las variables

$X_1, X_2 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

b) Brinde dos soluciones factibles del problema

100 Chaquetas y 100 pantalones

Ganancia $= 20(100) + 30(100)$

$= 5000$

50 chaquetas 200 pantalones

Ganancia $= 20(50) + 30(200)$

$= 7000$

c) Obtenga la solución óptima y el valor óptimo mediante el método gráfico

Para R_1

$x_1 + 2x_2 = 500$

Int: (0,250) (500,0)

Para R_2

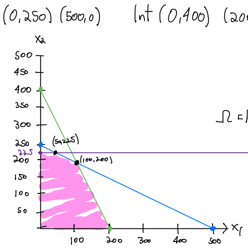
$2x_1 + x_2 = 400$

Int (0,400) (200,0)

Para R_3

$x_2 = 225$

(0, 225)



$\Omega = R_1 \cap R_2 \cap R_3$

2) Tipo de Región

Ω es factible y acotado

3) Solución Óptima

Vértice	V. objetivo
$A = (0,0)$	$Z(A) = 0$
$B = (0,225)$	$Z(B) = 6750$
$C = (100,200)$	$Z(C) = 8000$
$D = (200,0)$	$Z(D) = 4000$
$E = (50,225)$	$Z(E) = 7750$

4) Conclusión General

El taller debe producir 100 Chaquetas y 200 pantalones para obtener una máxima ganancia de 8000

3. (20 pts.) Para el problema de programación lineal P_1:

a. Obtenga la región factible Ω graficamente.

b. Diga si tiene restricciones redundantes. Justifique.

c. Si existe la solución óptima, obténgala y además mencione la naturaleza del problema (factible/infactible) y la cantidad de soluciones optimas que posee. En caso de que posea solución óptima, ¿cuál es la solución y valor óptimos?

$$P_1 : \max x + 3y$$
$$SA$$
$$x + 2y \le 400$$
$$x + y \le 350$$
$$x, y \ge 0$$

P_1 : max $x+3y$

S.A $x+2y \le 400$

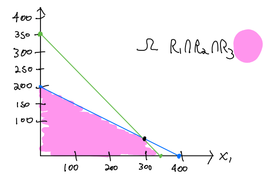
$x+y \le 350$

$x, y \ge 0$

a) Región Factible Ω

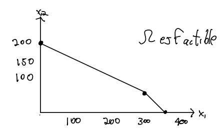
R_1 $x+2y = 400$ $(0,200)$ $(400,0)$

R_2 : $x+y = 350$ $(0,350)$ $(350,0)$



Ω $R_1 \cap R_2 \cap R_3$

b) No hay restricción redundante pues quitamos regiones y no afecta la región factible



Ω es Factible y acotado

c) La naturaleza del problema es factible

Solución $(0,200)$ con valor 600

Valores Óptimos

$(0,0)$	0
$(0,200)$	600
$(300,50)$	450
$(350,0)$	350

4. (40 pts.) Determine la solución óptima para el problema P_2. Primero obtenga la forma estándar del problema en su forma matricial, de valores de 0 a las variables necesarias y construya una tabla con la información correspondiente concluyendo adecuadamente. Justifique sus procedimientos.

$$P_2 : \max 2x + 3y + z$$
$$SA$$
$$x + 2y + 3z \le 20$$
$$3x - 2y + z \le 30$$
$$x, y, z \ge 0$$

No te rindas, continua hasta conseguir un $\max\limits_{x\in[0,100]} x$ en tu examen. ¡¡Suerte!!

P_2^E : min $-z(x,y,z) = -(2x+3y+z)$

S.A $x+2y+3z+r = 20$

$3x-2y+z+q = 30$

$x, y, z, r, q \ge 0$

P_2^{EM} ; min $\begin{pmatrix} -2 & -3 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ r \\ q \end{pmatrix}$

S.a $\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x & y & z & r & q \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ r \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

Tabla de información

3 opciones

5 variables

10 combinaciones

Combinación	Variables ignorar	Sistema reducido	Sol Sistema R	Solución P^E	Sol P	Salida $(2x+3y+z)$	
1	x, y, z	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\5\\15\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$	0	
2	x, y, r	$\begin{pmatrix}3&0\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}z\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}z\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20/3\\70/3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\20/3\\70/3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\20/3\end{pmatrix}$	20/3	
3	x, y, q	$\begin{pmatrix}3&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}z\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}z\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}30\\-70\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\30\\-70\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\30\end{pmatrix}$	30	
4	x, z, r	$\begin{pmatrix}2&0\\-2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}y\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\50\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\10\\0\\0\\50\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\10\\0\end{pmatrix}$	30	
5	x, z, q	$\begin{pmatrix}2&1\\-2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}y\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-15\\50\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-15\\0\\50\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-15\\0\end{pmatrix}$	-45	no factible
6	x, r, q	$\begin{pmatrix}2&3\\-2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-35/4\\25/2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-35/4\\25/2\\0\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-35/4\\25/2\end{pmatrix}$	$-\frac{55}{4}$	no factible
7	y, z, r	$\begin{pmatrix}1&0\\3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\-30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\0\\0\\0\\-30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\0\\0\end{pmatrix}$	40	no factible
8	y, z, q	$\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\10\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\0\\0\\10\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\0\\0\end{pmatrix}$	20	
9	y, r, q	$\begin{pmatrix}1&3\\3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}35/4\\15/4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}35/4\\0\\15/4\\0\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}35/4\\0\\15/4\end{pmatrix}$	85/4	
10	z, r, q	$\begin{pmatrix}1&2\\3&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20\\30\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25/2\\15/4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\\r\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25/2\\15/4\\0\\0\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25/2\\15/4\\0\end{pmatrix}$	$\frac{145}{4} = 36.25$	

La solución del problema es $(x,y,z) = (\frac{25}{2}, \frac{15}{4}, 0)$ con valor óptimo 36.25

Procedemiento Resuelve Matrices

2

System of equations:

$$\begin{cases} 3x_1 + 0x_2 = 20 \\ 1x_1 + 1x_2 = 30 \end{cases}$$

Cells / + −

Test For Compatibility
Solve by Cramer's rule
Solve using the inverse matrix
Montante's method (Bareiss algorithm)
Solve by Gaussian elimination
Solve by Gauss–Jordan elimination
☐ Display decimals

Solution by Inverse Matrix Method

$A \cdot X = B$

$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{-1}{3} & 1 \end{pmatrix}$

▶ Details

$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{-1}{3} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{20}{3} \\ \frac{70}{3} \end{pmatrix}$

3

System of equations:

$$\begin{cases} 3x_1 + 1x_2 = 20 \\ 1x_1 + 0x_2 = 30 \end{cases}$$

Cells / + −

Test For Compatibility
Solve by Cramer's rule
Solve using the inverse matrix
Montante's method (Bareiss algorithm)
Solve by Gaussian elimination
Solve by Gauss–Jordan elimination
☐ Display decimals

Solution by Inverse Matrix Method

$A \cdot X = B$

$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

▶ Details

$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ -70 \end{pmatrix}$

4

System of equations:

$$\begin{cases} 2x_1 + 0x_2 = 20 \\ -2x_1 + 1x_2 = 30 \end{cases}$$

Cells / + −

Test For Compatibility
Solve by Cramer's rule
Solve using the inverse matrix
Montante's method (Bareiss algorithm)
Solve by Gaussian elimination
Solve by Gauss–Jordan elimination
☐ Display decimals

Solution by Inverse Matrix Method

$A \cdot X = B$

$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

▶ Details

$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 50 \end{pmatrix}$

5

System of equations:

$$\begin{cases} 2x_1 + 1x_2 = 20 \\ -2x_1 + 0x_2 = 30 \end{cases}$$

Cells / + −

Test For Compatibility
Solve by Cramer's rule
Solve using the inverse matrix
Montante's method (Bareiss algorithm)
Solve by Gaussian elimination
Solve by Gauss–Jordan elimination
☐ Display decimals

Solution by Inverse Matrix Method

$A \cdot X = B$

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{2} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

▶ Details

$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{2} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 50 \end{pmatrix}$

6

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 20 \\ -2x_1 + 1x_2 = 30 \end{cases}$$

Cells / + −

Test For Compatibility
Solve by Cramer's rule
Solve using the inverse matrix
Montante's method (Bareiss algorithm)
Solve by Gaussian elimination
Solve by Gauss–Jordan elimination
☐ Display decimals

Solution by Inverse Matrix Method

$A \cdot X = B$

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & \frac{-3}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

▶ Details

$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & \frac{-3}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-35}{4} \\ \frac{25}{2} \end{pmatrix}$

7

System of equations:

$$\begin{cases} 1x_1 + 0x_2 = 20 \\ 3x_1 + 1x_2 = 30 \end{cases}$$

Cells / + −

Test For Compatibility
Solve by Cramer's rule
Solve using the inverse matrix
Montante's method (Bareiss algorithm)
Solve by Gaussian elimination
Solve by Gauss–Jordan elimination
☐ Display decimals

Solution by Inverse Matrix Method

$A \cdot X = B$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

▶ Details

$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -30 \end{pmatrix}$

8

System of equations:

$$\begin{cases} 1x_1 + 1x_2 = 20 \\ 3x_1 + 0x_2 = 30 \end{cases}$$

Cells / + −

Test For Compatibility
Solve by Cramer's rule
Solve using the inverse matrix
Montante's method (Bareiss algorithm)
Solve by Gaussian elimination
Solve by Gauss–Jordan elimination
☐ Display decimals

Solution by Inverse Matrix Method

$A \cdot X = B$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & \frac{-1}{3} \end{pmatrix}$

▶ Details

$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & \frac{-1}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}$

9

System of equations:

$$\begin{cases} 1x_1 + 3x_2 = 20 \\ 3x_1 + 1x_2 = 30 \end{cases}$$

Cells / + −

Test For Compatibility
Solve by Cramer's rule
Solve using the inverse matrix
Montante's method (Bareiss algorithm)
Solve by Gaussian elimination
Solve by Gauss–Jordan elimination
☐ Display decimals

Solution by Inverse Matrix Method

$A \cdot X = B$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{3}{8} & \frac{-1}{8} \end{pmatrix}$

▶ Details

$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} \frac{-1}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{3}{8} & \frac{-1}{8} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{35}{4} \\ \frac{15}{4} \end{pmatrix}$

10

System of equations:

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 = 30 \end{cases}$$

Cells / + −

Test For Compatibility
Solve by Cramer's rule
Solve using the inverse matrix
Montante's method (Bareiss algorithm)
Solve by Gaussian elimination
Solve by Gauss–Jordan elimination
☐ Display decimals

Solution by Inverse Matrix Method

$A \cdot X = B$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{8} & \frac{-1}{8} \end{pmatrix}$

▶ Details

$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{8} & \frac{-1}{8} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{25}{2} \\ \frac{15}{4} \end{pmatrix}$