Universidad Autónoma de Coahuila

Facultad de Sistemas

Alumno: Emilio Barrera González

Matrícula: 13001112

Curso: Modelos Computacionales

Profesor: Dra. Valeria Soto Mendoza

Número de Tarea: 1

Fecha de Entrega: 05/Febrero/2020

1. A un taller de reparación de motores pequeños llegan trabajos de reparación a razón de 10 por día
   a) ¿Cuál es el numero promedio de trabajos que se reciben a diario en el taller?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que no lleguen trabajos durante cualquier hora, suponiendo que el taller está abierto 8 horas al día?

Solución:

a) $\lambda = 10\ trabajos\ por\ día$
como indica λ, el numero promedio de trabajos recibidos diariamente en el taller es <u>10</u>.

b) $\lambda = \frac{10\ trabajos}{8\ horas} = 1.25 \frac{trabajos}{hora}$
x: Numero de vehiculos que llegan al taller
$\mathrm{P(x = k)} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$; $\mathrm{P(x = 0)} = \frac{1.25^0 e^{-1.25}}{0!} = .2865$
La probabilidad de que no lleguen trabajos al taller en una jornada común de 8 horas es de <u>.2865</u>.

Código en R:

```r
#Probabilidad de que no lleguen trabajos al taller en una jornada de 8 horas
x=0 #Numero de trabajos esperados
lbda= 1.25 #Promedio de trabajos recibidos por hora en el taller
dpois(x , lbda);
```

Resultado de la ejecución:

```
C:\Windows\system32\cmd.exe

D:\Documentos\Escuela\7mo Semestre\Modelos Computacionales\Tarea1>rscript problema1.r
[1] 0.2865048
```

2. Los automóviles llegan al azar a una gasolinera. El tiempo promedio entre llegadas es de 2 minutos. Determine la probabilidad de que el tiempo entre llegadas no exceda de 1 minuto.

   Solución:
   $\lambda = 2\ minutos\ entre\ cada\ llegada$
   $x: tiempo\ entre\ llegadas$
   $P(x \leq A) = 1 - e^{-\lambda A}\,; P(x \leq 1) = 1 - e^{-2} = .8647$
   La probabilidad de que en la gasolinera el tiempo entre llegadas de los vehículos sea menor o igual a 1 minuto es de *<u>.8647</u>.*

   Código en R:

```
#Probabilidad de que en una gasolinera el tiempo de
#Llegadas sea menor o igual a un minuto
Lbda= 2; #Tiempo promedio entre llegada
x=1; #Tiempo requerido entre llegadas
pexp(1,2);
```

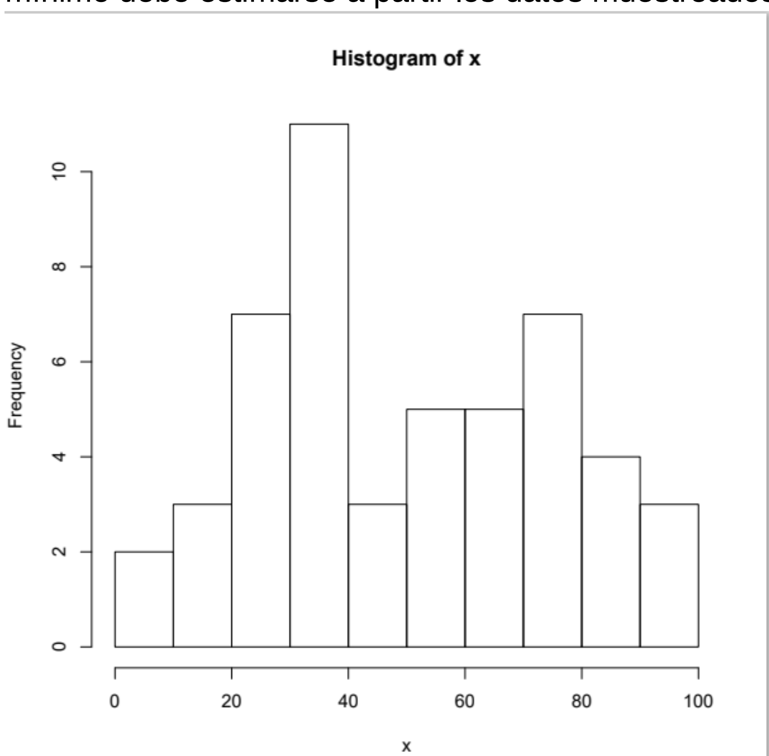
   Resultado de la ejecución:

```
C:\Windows\system32\cmd.exe
D:\Documentos\Escuela\7mo Semestre\Modelos Computacionales\Tarea1>rscript problema2.r
[1] 0.8646647
```

3. Los datos siguientes representan el periodo (en segundos) necesarios para transmitir un mensaje.

25.8	67.3	58.6	88.9	58.7
47.9	94.8	71.3	23.9	93.4
17.8	34.7	35.2	93.5	48.1
48.2	35.8	61.3	78.7	72.5
5.8	70.9	56.4	12.8	17.3
77.4	66.1	65.3	21.1	36.8
5.6	36.4	88.9	36.4	76.7
89.3	39.2	23.9	59.3	63.6
89.5	58.6	93.5	22.1	82.7
38.7	71.3	78.7	30.1	29.2

a) Construya un histograma de frecuencias adecuado para los datos.
b) Compruebe la hipótesis de que estos datos se toman de una distribución uniforme con un nivel de confianza de 95%, dada la siguiente información adicional sobre la distribución uniforme teórica:
   a) El rango de la distribución es entre 0 y 100.
   b) El rango de la distribución se estima a partir de los datos muestreados.
   c) El limite máximo en el rango de la distribución es 100, pero el límite mínimo debe estimarse a partir los datos muestreados.



4. Si la probabilidad de acertar en un blanco es $\frac{1}{5}$ y se hacen 10 disparos de forma independiente, ¿Cuál es la probabilidad de acertar por lo menos 2 veces?

Solución:

$$p = \frac{1}{5} = .2$$

$$n = 10$$

$$X = numero\ de\ aciertos\ al\ blanco$$

$$P(X = \ k) = \binom{n}{k} * p^k(1-p)^{n-k}\ \ ;$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1))$$

$$P(X \geq 2) = 1 - \left(\left(\left(\binom{10}{1} *.2^1(1-.2)^{10-1}\right) + \left(\binom{10}{0} *.2^0(1-p)^{10-0}\ \right)\right)\right)$$

$P(X \geq 2) = 1 - (.2684 + .1073) =$*.<u>6243</u>*

La probabilidad de que al disparar y acertar en el blanco más 2 o más veces es de .<u>6243</u>,

Código en R:

```
#Probabilidad de acertar 2 o mas tiros en una diana
p=1/5;#Probabilidad de exito
n=10;#Numero de pruebas
Prob=1-(dbinom(0,n,p)+dbinom(1,n,p)); #se calcula la probabilidad
Prob;
```

Resultado de la ejecución:

```
C:\Windows\system32\cmd.exe
D:\Documentos\Escuela\7mo Semestre\Modelos Computacionales\Tarea1>rscript problema4.r

[1] 0.6241904
```

5. Las ventas de combustible en una gasolinera tienen una media de 40,000 litros por día y un mínimo de 30,000 litros por día. Suponga que una distribución uniforme es apropiada.
   a) Determine las ventas máximas diarias.
   b) ¿Qué porcentaje de días las ventas excederán de 34,000 litros?

Solución:

a) $\mu = \frac{b+a}{2}; 2\mu - a = b; 2(40000) - 30000 = \underline{50000}$

Las ventas máximas diarias son de <u>50000</u> litros de gasolina

b) $P(X \leq k) = \frac{k-a}{b-a}; P(X > k) = 1 - \frac{k-a}{b-a}; P(X > 34000) = 1 - \frac{34000-30000}{50000-30000} = \underline{.8}$

El porcentaje de días que las ventas superaran los 34000 litros es <u>de 80%</u> ya que la probabilidad de superar esa cantidad diariamente es <u>de .8</u>

Código en R:

```r
#Problema de la gasolineria
m=40000; #Valor media de ventas
min=30000; #Valor ventas minimas
####Inciso A: ventas maximas diarias####
#despejaremos formula de media
#m=(max+min)/2
#m-min/2=max/2
max=2*m-min; #valor de las ventas maximas
print("El valor maximo de ventas por dia es:")
print(max);
####Inciso B: porcentaje de dias que####
####las ventas superan 340000 litros####
prob=punif(34000,min,max,lower.tail=FALSE); #probabilidad
print("Porcentaje de dias que se venderan mas");
print(paste("de 34000 litros: ", prob*100,"%", sep=""));
```

Resultado de la ejecución:

```
C:\Windows\system32\cmd.exe
Microsoft Windows [Versión 10.0.18363.592]
(c) 2019 Microsoft Corporation. Todos los derechos reservados.

D:\Documentos\Escuela\7mo Semestre\Modelos Computacionales\ModelosComputacionales\Tarea1>rscript problema5.r
[1] "El valor maximo de ventas por dia es:"
[1] 50000
[1] "Porcentaje de dias que se venderan mas"
[1] "de 34000 litros: 80%"
```

6. Una variable aleatoria continua X se distribuye uniformemente en el intervalo [2,4].
   a) Determine la función de distribución, valor esperado y varianza.
   b) Para dicha variable, calcule las probabilidades:
      i) $P(X \geq 3)$
      ii) $P(1.25 < X \leq 2.05)$

   Solución:

   a) Media: $E\{x\} = \frac{2+4}{2} = 3$

      Varianza: $Var\{x\} = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(2-4)^2}{12} = \frac{1}{3}$

      Función de distribución:

      $$f(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{4-2} = \frac{1}{2}$$

   b) I) $P(X \geq k) = 1 - P(X < k) = 1 - \frac{k-a}{b-a}$; ; $1 - \frac{3-2}{4-2}$=.5

      dados los valores anteriores, la probabilidad de que X sea mayor o igual a 3 es de .5

      II) $P(1.25 < X \leq 2.05) = P(X \leq 2.05) - \left(P(X < 1.25)\right) =$

      $\frac{2.05-2}{4-2} - \left(\frac{1.25-3}{4-2}\right) = .9$

      Dados los valores anteriores podemos decir que la probabilidad de que X se encuentre entre 1.25 y 2.05 es de .9

7. En una regulación de calles por semáforos, la luz verde está encendida durante 15 segundos, la luz ámbar 5 segundos y la luz roja 55 segundos. Supongamos que las condiciones de tráfico inducen variaciones aleatorias en los tiempos de llegada de los automóviles, de forma que llegar cuando el semáforo está en verde es un suceso aleatorio. Para cinco coches que lleguen en tiempos diferentes e indeterminados, calcular la probabilidad de que:
   a) Solo tres encuentren la luz verde;
   b) A lo sumo cuatro encuentren la luz verde;
   c) Más de uno encuentre la luz verde.

   Solución:

   $p = \frac{15}{75} = .2$

   $n = 5$

   $X = numero\ de\ vehiculos\ que\ alcanzan\ la\ luz\ verde$

   a) $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}; P(X = 3) = \binom{5}{3}(.20)^3(1-.20)^2 =$ *<u>.0512</u>*
   La probabilidad de que lleguen exactamente 3 vehículos al semáforo cuando éste está en verde es de <u>.0512</u>.

   b) $P(X \leq 4) = 1 - P(X = 5) = 1 - \binom{5}{5}(.20)^5(1-.20)^0 =$ *<u>.9996</u>*
   La probabilidad de que a lo más 4 vehículos lleguen al semáforo mientras está en verde es de <u>.9996</u>.

   c) $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 1) - P(X = 0)$
   $1 - \binom{5}{1}(.20)^1(1-.20)^{5-1} - \binom{5}{0}(.20)^0(1-.20)^5 = 1 - .4096 - .3276$
   =*<u>.2628</u>*
   La probabilidad de que más de un vehículo encuentre la luz verde es de <u>.2628</u>.

Código en R:

```r
#Problema del semaforo
p=15/75; #Probabilidad de exito
n=5;#Numero de pruebas

prob=dbinom(3,n,p); #Inciso A
print("PROBABILIDAD DE QUE EXACTAMENTE 3 VEHICULOS ALCANCEN LUZ VERDE");
print(prob);

prob=1-dbinom(5,n,p); #Inciso B
print("PROBABILIDAD DE QUE A LO MAS 4 VEHICULOS ALCANCEN LUZ VERDE");
print( prob );

prob=1-dbinom(0,n,p) - dbinom(1,n,p); #Inciso C
print("PPROBABILIDAD DE QUE MAS DE 1 VEHICULO ALCANCE LUZ VERDE");
print(prob);
```

Resultado de la ejecución:

```
C:\Windows\system32\cmd.exe
D:\Documentos\Escuela\7mo Semestre\Modelos Computacionales\ModelosComputacionales\Tarea1>rscript problema7.r

[1] "PROBABILIDAD DE QUE EXACTAMENTE 3 VEHICULOS ALCANCEN LUZ VERDE"
[1] 0.0512
[1] "PROBABILIDAD DE QUE A LO MAS 4 VEHICULOS ALCANCEN LUZ VERDE"
[1] 0.99968
[1] "PPROBABILIDAD DE QUE MAS DE 1 VEHICULO ALCANCE LUZ VERDE"
[1] 0.26272
```

8. Supongamos que el número de llamadas telefónicas que recibe una operadora desde las 9:00 horas hasta las 9:05 horas sigue una distribución de Poisson con $\lambda = 4$. Hallar:
   a) Probabilidad de que la operadora no reciba ninguna llamada al día siguiente en ese intervalo de tiempo.
   b) Probabilidad de que en los dos próximos días la operadora reciba un total de 3 llamadas en ese intervalo de tiempo.

   Solución:

   a) $\lambda = 4$
   $X: Numero\ de\ llamadas\ recibidas$
   $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}; P(X = 0) = \frac{4^0 e^{-4}}{0!} =$<u>.01831</u>
   La probabilidad de que la operadora no reciba llamadas telefónicas de 9:00 a 9:05 es de <u>.01831</u>.

   b) $\lambda = 8\ (por\ que\ son\ 2\ días)$
   $X: Numero\ de\ llamadas\ recibidas$
   $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}; P(X = 3) = \frac{8^3 e^{-8}}{3!} =$<u>.02862</u>
   La probabilidad de solo recibir 3 llamadas de 9:00 a 9:05 en los dos próximos días es de <u>.02862</u>.

Código en R:

```r
#Problema de la operadora
#Inciso A
lbda=4; #Promedio de llamadas recibidas de 9:00 a 9:05
X=0;
prob=dpois(X,lbda);#Calculo de la probabilidad
print("Probabilidad de que no se reciban llamadas en ese lapso:")
print(prob);

#Inciso B
lbda=8;
X=3;
prob=dpois(X,lbda);
print("Probabilidad de que en los proximos dos dias se reciban solo 3 llamadas:");
print(prob);
```

Resultado de la ejecución:

```
C:\Windows\system32\cmd.exe

D:\Documentos\Escuela\7mo Semestre\Modelos Computacionales\ModelosComputacionales\Tarea1>rscript problema8.r

[1] "Probabilidad de que no se reciban llamadas en ese lapso:"
[1] 0.01831564
[1] "Probabilidad de que en los proximos dos dias se reciban solo 3 llamadas:"
[1] 0.02862614
```

9. La duración de la vida de una bombilla es exponencial. La probabilidad de que sobrepase las 100 horas de uso es de 0.9.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que sobrepase 200 horas de uso?
   b) ¿Cuántas horas se mantiene funcionando con una probabilidad de 0.95?

Solución:

$k = horas\ de\ uso$

$P(X > k) = e^{-\lambda k}; P(X > 100) = e^{-\lambda 100} = .9$

$\ln(.9) = \ln\left(e^{-\lambda 100}\right) \to -.1053 = -\lambda 100 \to -\frac{.1053}{-100} = \lambda = 1.0536x10^{-3}$

a) $P(X > k) = e^{-\lambda k}; P(X > 200) = e^{-(1.0536x10^{-3})200}$ =*<u>.8100</u>*
La probabilidad de que la bombilla sobrepase las 200 horas de uso es de .81

b) $P(x = k) = e^{-\lambda k}; .95 = e^{-\left(1.0536x10^{-3}\right)k}$
$\ln(.95) = \ln\left(e^{-\left(1.0536x10^{-3}\right)k}\right) \to -.05129 = -(1.0536x10^{-3})\ k$
$-\frac{.05129}{-1.0536x10^{-3}} = k$=*<u>48.6807</u>*
La bombilla durara <u>48.6807</u> horas funcionando con una probabilidad de .95

Código en R:

```
#Problema de la bombilla
k=0; #Serán las horas de uso
#P(X>k) = e^(-lbda*k) <--- Despejamos y quedamos con
lbda=-.1053/-100;
print(paste("valor de la media",lbda,sep=": "));

#Inciso a
prob=pexp(200,lbda, lower.tail = FALSE);
print("La probabilidad de que la bombilla sobrepase las")
print(paste("200 horas de uso es:",prob,sep=" "));

#Inciso b
#tendremos que despejar de nuevo la formula de probabilidad
#P(X=k)=e^(-lbda*k)
#ln(P(X=k))=ln(e^(-lbda*k))
#ln(P(X=k))/-lbda=k
prob=.95;
lbda=.1053/100;
k=log(prob)/-(lbda);
print(paste("La bombilla funcionara",k,sep=" "));
print("horas con un .95 de probabilidad");
```

Resultado de la ejecución:

```
C:\Windows\system32\cmd.exe

D:\Documentos\Escuela\7mo Semestre\Modelos Computacionales\ModelosComputacionales\Tarea1>rscript problema9.r
[1] "valor de la media: 0.001053"
[1] "La probabilidad de que la bombilla sobrepase las"
[1] "200 horas de uso es: 0.810098041298593"
[1] "La bombilla funcionara 48.7115806149578"
[1] "horas con un .95 de probabilidad"
```

10. Sea X una variable aleatoria normal con $\mu = 50 \; y \; \sigma^2 = 25$ calcular:

a) $p(X \leq 40)$
b) $p(X \leq 60)$
c) $p(X > 65)$
d) $p(X > 35)$
e) $p(40 < X < 60)$
f) $p(30 < X < 42)$

Emilio Barrera González