

**Tarea 3.** Resolver los siguientes problemas. Recuerda seguir los lineamientos de formato para la entrega de tareas establecidos al inicio del curso. Fecha de entrega: **1 de abril de 2020.**

1. Pedro y Pablo son dos peluqueros que operan de manera independiente. Tienen dos sillas para clientes que esperan su corte, porque el número de clientes en el sistema varía entre 0 y 4. Para  $n = 1, 2, 3, 4$ , la probabilidad  $P_n$  de que haya exactamente  $n$  clientes en el sistema es  $P_0 = \frac{1}{16}, P_1 = \frac{4}{16}, P_2 = \frac{6}{16}, P_3 = \frac{4}{16}, P_4 = \frac{1}{16}$ .
  - a) Calcule  $L$ . ¿Cómo describiría el significado de  $L$  a Pedro y Pablo?
  - b) En el caso de cada valor posible del número de clientes en el sistema, especifique cuántos clientes hay en la cola. Después calcule  $L_q$ . ¿Cómo describiría el significado de  $L_q$  a Pedro y Pablo?
  - c) Determine el número esperado de clientes que estarán siendo atendidos.
  - d) Dado que llega un promedio de 4 clientes por hora y esperan el corte, determine  $W$  y  $W_q$ . Describa estas cantidades en términos que Pedro y Pablo comprendan.
  - e) Dado que Pedro y Pablo son igual de rápidos para hacer sus trabajos, ¿cuál es la duración esperada de un corte?
2. El centro de cómputo de la UAdeC tiene cuatro computadoras principales idénticas. La cantidad de usuarios en cualquier momento es de 25. Cada usuario puede solicitar un trabajo por una terminal, cada 15 minutos en promedio, pero el tiempo real entre solicitudes es exponencial. Los trabajos que llegan pasan en forma automática a la primera computadora disponible. El tiempo de ejecución por solicitud es exponencial, con un promedio de 2 minutos. Calcule lo siguiente:
  - a) La probabilidad de que un trabajo no se ejecute de inmediato al solicitarlo.
  - b) El tiempo promedio en el que el usuario obtiene sus resultados.
  - c) La cantidad promedio de trabajos que esperan su procesamiento.
  - d) El porcentaje del tiempo durante el cual el centro de cómputo está inactivo.
  - e) La cantidad promedio de computadoras ociosas.
3. Eat & Gas es una gasolinera con dos bombas. El carril que llega a ellas puede dar cabida cuando mucho a cinco automóviles, incluyendo los que llenan el tanque. Los que llegan cuando el carril está lleno van a otra parte. La distribución de los vehículos que llegan es de Poisson, con promedio de 20 por hora. El tiempo para llenar y pagar las compras es exponencial, con 6 minutos de promedio. Determine lo siguiente:
  - a) El porcentaje de automóviles que llenarán el tanque en otro lado.
  - b) El porcentaje de tiempo en el que se usa una bomba.
  - c) La utilización porcentual de las dos bombas.
  - d) La probabilidad de que un automóvil que llegue no reciba servicio de inmediato, sino que se forme en la cola.
  - e) La capacidad del carril que asegure que, en promedio, no haya más del 10% de los vehículos que llegan se vayan a otra parte.
  - f) La capacidad del carril que asegure que, en promedio, la probabilidad de que las dos bombas estén inactivas sea 0.05 o menos.
4. Un operador atiende a 5 máquinas automáticas. Cuando una máquina termina un lote, el operador la debe restablecer para iniciar el siguiente lote. El tiempo para terminar un procesamiento de lote es exponencial, con 45 minutos de promedio. El tiempo de preparación de la máquina también es exponencial con un promedio de 8 minutos.

- a) Calcule la cantidad promedio de máquinas que esperan su restablecimiento, o que están siendo restablecidas.
  - b) Calcule la probabilidad de que todas las máquinas estén trabajando.
  - c) Determine el tiempo promedio que una máquina está sin trabajar.
5. Optica, Ltd., fabrica anteojos bajo receta de acuerdo con los pedidos de los clientes. Cada trabajador se especializa en ciertos tipos de anteojos. La empresa ha tenido demoras inusuales en el procesamiento de recetas bifocales y trifocales. El trabajador a cargo recibe 30 pedidos en cada día de 8 horas. El tiempo para terminar una receta suele tener distribución normal, con una media de 12 minutos y 3 minutos de desviación estándar. Después de tardar entre 2 y 4 minutos, distribuidos uniformemente, en la inspección de los anteojos, el trabajador puede comenzar una nueva receta. Calcule lo siguiente:
- a) El porcentaje del tiempo durante el cual el trabajador no hace nada.
  - b) La cantidad de recetas bifocales y trifocales en lista de espera, en Optica.
  - c) El tiempo promedio hasta que se termina una receta.
6. Los trabajos que deben realizarse en una máquina específica llegan de acuerdo con un proceso de entradas de Poisson con tasa media de 2 por hora. Suponga que la máquina se descompone y su reparación tardará 1 hora. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de trabajos que lleguen durante este tiempo sea
- a) 0,
  - b) 2,
  - c) 5 o
  - d) más?
7. Un super mercado pequeño tiene una sola caja con un cajero de tiempo completo. Los clientes llegan a la caja de manera *aleatoria* (proceso de entradas de Poisson) con tasa media de 30 por hora. Cuando sólo hay un cliente en la caja, el cajero lo atiende solo, con un tiempo de servicio esperado de 1.5 min, pero el muchacho que ayuda tiene instrucciones fijas de que si hay más de un cliente en la caja ayude al cajero a empacar la mercancía. Esta ayuda reduce el tiempo esperado de servicio a 1 min. En ambos casos, la distribución de estos tiempos de servicio es exponencial.
- a) Construya el diagrama de tasas de este sistema.
  - b) Obtenga la distribución de probabilidad de estado estable del número de clientes en la caja.
  - c) Obtenga  $L$  de este sistema. Utilice esta información para determinar  $L_q$ ,  $W$  y  $W_q$ .
8. Vanessa planea abrir un pequeño auto-lavado y debe decidir cuánto espacio debe asignar a los autos que esperan. Ella estima que los clientes llegarán de manera aleatoria (proceso Poisson) a una tasa media de 1 cada 4 minutos, a menos que el área de espera esté llena, en cuyo caso los clientes que llegan llevarán su auto a otra parte. El tiempo total atribuible al lavado de un automóvil tiene distribución exponencial con media de 3 minutos. Compare la fracción de clientes potenciales que se pierden por falta de espacio de espera si se proporcionan
- a) 0,
  - b) 2 y
  - c) 4 espacios (además del lugar de lavado).

9. Una base de mantenimiento de Easyjet Airlines tiene instalaciones para la reparación general de un solo motor de avión a la vez. Para poner los aviones descompuestos en operación lo más pronto posible, la política ha sido alternar la reparación general de los cuatro motores de cada avión. En otras palabras, sólo se repara un motor cada vez que un avión llega a la base. Con esta política, los aviones llegan de acuerdo con un proceso de Poisson a una tasa media de 1 al día. El tiempo que se requiere para reparar un motor (una vez iniciado el servicio) tiene una distribución exponencial con media de 12 días. Se ha propuesto cambiar esta política por la de reparar los cuatro motores de cada avión consecutivamente cada vez que una aeronave llegue a la base. Aunque este procedimiento cuadruplicaría el tiempo esperado de servicio, cada avión iría a la base sólo la cuarta parte de las veces. La administración debe decidir si debe continuar con este sistema o adoptar la propuesta. El objetivo es minimizar el tiempo promedio de vuelo que la flota completa pierde por día debido a las reparaciones generales de los motores.
- Compare las dos alternativas respecto del tiempo promedio de vuelo perdido por avión cada vez que llega a la base de mantenimiento.
  - Compare las dos alternativas respecto del número promedio de aviones que pierden tiempo de vuelo por estar en la base.
  - ¿Cuál de estas comparaciones es la adecuada para que la administración tome la decisión? Explique su respuesta.
10. Easyjet es una línea aérea que da servicio en Florida. Su oficina de boletos en cierto aeropuerto de Orlando tiene un agente. Hay dos colas, una para pasajeros de primera clase y otra para los de clase turista. Cuando el agente está listo para atender otro cliente, sirve al siguiente de primera clase si hay uno. Si no lo hay, sirve al siguiente de clase turista. Los tiempos de servicio tienen distribución exponencial con media de 3 minutos para ambos tipos de clientes. En las 12 horas por día que abre la oficina, los pasajeros de primera clase llegan de manera aleatoria a una tasa media de 2 por hora y 10 por hora los de clase turista.
- ¿Qué tipo de modelo se ajusta a este sistema de colas?
  - Encuentre las medidas medias de desempeño  $L$ ,  $L_q$ ,  $W$  y  $W_q$  de ambos tipos de pasajeros.
  - ¿Cuál es el tiempo de espera esperado antes de iniciar el servicio a los clientes de primera como fracción del tiempo de los de clase turista?
  - Determine el número promedio de horas por día que está ocupado el agente.