

1 Graficas y operaciones de funciones

1. Grafiquelos en un mismo plano cartesiano y diga que es lo que pasa con cada funcion con respecto a la funcion $f(x) = x$, ¿Donde cruza cada funcion el eje y y el eje x ?

- $f(x) = x$
- $f(x) = x + 1$
- $f(x) = x + 2$
- $f(x) = x + 3$

2. Grafique en un mismo plano cartesiano y diga que es lo que pasa con cada funcion con respecto a la funcion $f(x) = x$, ¿Donde cruza cada funcion el eje y y el eje x ?

- $f(x) = x$
- $f(x) = x - 1$
- $f(x) = x - 2$
- $f(x) = x - 3$

3. Grafique en un mismo plano cartesiano y diga que es lo que pasa con cada funcion con respecto a la funcion $f(x) = x$, ¿Donde cruza cada funcion el eje y y el eje x ?

- $f(x) = 2x$
- $f(x) = 3x$
- $f(x) = 5x$
- $f(x) = -2x$
- $f(x) = -3x$

4. Grafique en un mismo plano cartesiano y diga que es lo que pasa con cada funcion con respecto a la funcion $f(x) = x$, ¿Donde cruza cada funcion el eje y y el eje x ?

- $f(x) = \frac{x}{2}$
- $f(x) = \frac{x}{3}$
- $f(x) = \frac{x}{4}$

5. Grafique en un mismo plano cartesiano y diga que es lo que pasa con cada funcion con respecto a la funcion $f(x) = x^2$, ¿Donde cruza cada funcion el eje y y el eje x ?

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = x^2 + 2$
- $f(x) = x^2 - 2$
- $f(x) = -x^2$
- $f(x) = -x^2 - 6$
- $f(x) = 3x^2$
- $f(x) = \frac{x^2}{3}$

6. Grafique en un mismo plano cartesiano y diga que es lo que pasa con cada funcion con respecto a la funcion $f(x) = x^3$, ¿Donde cruza cada funcion el eje y y el eje x ?

- $f(x) = x^3$
- $f(x) = x^3 + 2$
- $f(x) = x^3 - 2$
- $f(x) = 3x^3$
- $f(x) = \frac{x^3}{3}$

7. Dadas las siguientes funciones diga donde es el cruce con el eje y y donde es el cruce o cruces con el eje x

- $f(x) = 2x - 6$
- $f(x) = 4x - 25$
- $f(x) = 3x^2 - 12$
- $f(x) = 5x^2 + 15$

8. Evalúe las funciones en los puntos dados

- $f(x) = x^2 + 5x - 6$, en $f(3)$ y $f(-4)$
- $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 10$, en $f(2)$ y $f(-3)$
- $f(x) = (4x^2 - 9x + 17)(x + 7)$, en $f(5)$ y $f(-3)$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, en $f(\frac{1}{4})$
- $f(x) = x^{4/3}$, en $f(64)$
- $f(x) = x^2 + 3x + 5$, en $f(a)$ y $f(a - 1)$
- $f(x) = x^2 + 6x + 8$, en $f(a + 3)$
- $f(x) = (x^2 - 11) / (x + 4)$, en $f(a - 5)$
- $f(x) = x^2 + 2x + 1$, en $f(x + h)$
- Si $f(x) = x + 1$ encuentre $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
- Si $f(x) = 4x - 5$ encuentre $\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$
- Si $f(x) = x^2 + x$ encuentre $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
- Si $f(x) = x - 2x^2$ encuentre $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

9. Si $f(x) = x$ y $g(x) = x + 5$, encuentre

- $(f + g)(x)$
- $(f + g)(0)$
- $(f - g)(x)$
- $(fg)(x)$
- $(fg)(-2)$
- $(f/g)(x)$
- $(f/g)(2)$
- $(f \circ g)(x)$
- $(f \circ f)(x)$
- $(g \circ g)(x)$
- $(g \circ f)(x)$
- $(f \circ g)(3)$

10. Si $f(x) = \frac{4}{x}$ y $g(x) = \frac{x-2}{3}$, encuentre

- $(f \circ g)(x)$
- $(f \circ f)(x)$
- $(g \circ g)(x)$
- $(g \circ f)(x)$
- $(f \circ g)(3)$

11. Si $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ y $g(x) = \sqrt{x+2}$, encuentre

- $(f \circ g)(x)$
- $(f \circ f)(x)$
- $(g \circ g)(x)$
- $(g \circ f)(x)$

- $(f \circ g)(9)$

12. Si $f(x) = \frac{x-5}{x+3}$ y $g(x) = \frac{2x}{x-1}$, encuentre

- $(f \circ g)(x)$
- $(f \circ f)(x)$
- $(g \circ g)(x)$
- $(g \circ f)(x)$
- $(g \circ g)(4)$

13. Encuentre el dominio de

- $y = \sqrt{t-5}$
- $y = \frac{6}{x^2+9x}$
- $y = \frac{5}{\sqrt{x}}$
- $y = \frac{x}{x^2-36}$
- $y = \frac{7}{x(x-4)}$
- $y = \frac{3x}{\sqrt{8-x}}$
- $y = \frac{6x}{(x^2-14x+45)}$
- $f(x) = \frac{3x+1}{x^2}$
- $f(x) = \sqrt{5-x}$
- $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$
- $f(x) = (x+3)^{3/2}$
- $f(x) = \frac{1}{x^2+x-2}$
- $f(x) = \frac{x+3}{2x^2-x-3}$

2 Ecuación punto pendiente

1. En los siguientes ejercicios determine la pendiente dados los puntos.

- $(1, 7), (5, 15)$.
- $(6, -13), (8, -5)$
- $(-9, -14), (-5, -4)$
- $(3, 11), (6, 2)$
- $(4, 1), (10, 10)$
- $(7, -8), (11, -9)$
- $(-1, 8), (2, -7)$
- $(-2, 5), (3, 10)$

3 Aplicaciones de las funciones lineales

Para los siguientes ejercicios tome en cuenta que

Función de costo total es

$$\begin{aligned} C(x) &= \text{Costo total de fabricación de } x \text{ unidades del producto} \\ &= \text{Costo variable al producir } x \text{ unidades del producto} + \text{Costo fijo} \\ &= cx + F \end{aligned}$$

Función de ingreso es

$$\begin{aligned} R(x) &= \text{Ingreso total realizado por la venta de } x \text{ unidades del producto} \\ &= sx \end{aligned}$$

Función de utilidad es

$$\begin{aligned}
 P(x) &= \text{Utilidad total realizada por la fabricación y venta de } x \text{ unidades del producto} \\
 &= R(x) - C(x) \\
 &= (s - c)x - F; \text{ } s = \text{precio de venta}, c = \text{costo de producción}, F = \text{costo fijo}
 \end{aligned}$$

- Un electricista cobra \$55 por una visita domiciliaria más \$30 por hora de trabajo adicional. Expresa el costo C de llamar a un electricista a su casa como una función del número de horas x que dure la visita.
- Un autor recibe honorarios por \$5 000 más \$3.50 por cada libro vendido. Expresa su ingreso R como función del número de libros x vendidos.
- El propietario de un lago para pesca comercialmente abastecido, cobra \$10 por pescar y \$.50 por cada libra de pescado. Expresa el costo de pescar C como una función del número de libras de pescado cogidas x .
- Un artista que hace una exhibición recibe \$175 por cada cuadro vendido menos \$45 por cargo de almacenaje y exhibición. Represente el ingreso R que él recibe en función del número de cuadros vendidos x .
- Una maquina que revela el tipo sanguíneo vale \$24 000 y se deprecia en \$3 000 al año. Empleando depreciación lineal, exprese el valor V de la maquina como una función de número de años t .
- Una fábrica de herramientas vendió 5000 juegos de herramientas en 1985 y 20000 en 1990. Asumiendo que las ventas se aproximan a una función lineal, exprese las ventas S de la empresa como una función del t .
- Las ventas de una empresa farmacéutica local crecieron de \$6 500 000 en 1980 a \$ 11 000 000 en 1990. Suponiendo que las ventas se aproximan a una función lineal exprese las ventas S como una función de tiempo t .
- Un fabricante tiene un costo fijo mensual de \$ 40 000 y un costo de producción de \$8 por cada unidad producida. El producto se vende a \$12 por unidad.
 - ¿Cuál es la función de costo?
 - ¿Cuál es la función de ingreso?
 - ¿Cual es la función de utilidad?
 - Calcule la utilidad (o pérdida) correspondiente a niveles de producción de 8000 y 12000 unidades.
- Un fabricante vende cinturones en \$12 por unidad. Los costos fijos son de \$1 600 por mes y los costos variables son de \$8 por unidad.
 - Escriba las ecuaciones de las funciones de ingreso y costo.
 - Encuentre el punto de equilibrio.
 - Escriba la función de ganancia (utilidad).
 - Establezca la ganancia en cero y despeje x . Compare este valor de x con el punto de equilibrio.
- Un fabricante tiene un costo fijo mensual de \$ 100 000 y un costo de producción de \$14 por cada unidad producida. El producto se vende a \$20 por unidad.
 - ¿Cuál es la función de costo?
 - ¿Cuál es la función de ingreso?
 - ¿Cual es la función de utilidad?
 - Calcule la utilidad (o pérdida) correspondiente a niveles de producción de 12000 y 20000 unidades.
- Halle el punto o puntos de equilibrio de una fábrica, dadas las funciones de ingreso total y costo total.
 - $C(x) = 5x + 10000; R(x) = 15x$
 - $C(x) = 15x + 12000; R(x) = 21x$
 - $C(x) = 6x + 120; R(x) = 48x - 3x^2$
 - $C(x) = 16x + 180; R(x) = 72x - 4x^2$
 - $C(x) = 100x + 20000; R(x) = 750x - 5x^2$

4 Corte

5 Límites

Encuentre los límites indicados

1. $\lim_{x \rightarrow 2} 20 = 20$
2. $\lim_{t \rightarrow -5} (t^2 - 5) = 20$
3. $\lim_{x \rightarrow -2} (3x^3 - 4x^2 + 2x - 3) = -47$
4. $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t-2}{t+5} = -\frac{5}{2}$
5. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h^2 - 7h + 1} = 0$
6. $\lim_{p \rightarrow 2} \sqrt{p^2 + p + 5} = \sqrt{11}$
7. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x + 2} = -2$
8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = 3$
9. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9} = \frac{1}{6}$
10. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 3x - 4} = -\frac{1}{5}$
11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - x - 10}{x^2 + 5x - 14} = \frac{11}{9}$
12. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 2^2}{h} = 4$
13. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = 2x$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} (2x - 1) = -1$
15. $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - 5x) = -3$
16. $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2x + 4) = 12$
17. $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 5$
18. $\lim_{x \rightarrow -3} (|x| - 2) = 1$
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = \infty$
20. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{x+1} = \frac{3}{2}$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+1} = 1$
22. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-2}{x+1} = \text{undefined}$
23. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{3x-6} = \text{undefined}$
24. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{x-3} = 2$
25. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = 1$
26. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3} = 0$

27. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-6x+9} = \text{undefined}$

28. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = 1$

29. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = \text{undefined}$

30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x + \frac{1}{x}\right) = \text{undefined}$

31. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 2$

32. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x-5x^2}{x}\right) = 2$

33. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x-3}{6-2x}\right) = -\frac{1}{2}$

34. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2-1}{x-1}\right) = 2$

35. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3-1}{x-1}\right) = 3$

36. $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{x^2+5x+4}{x^2+3x-4}\right) = \frac{3}{5}$

37. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2-4x}{x^2-3x-4}\right) = \frac{4}{5}$

38. $\lim_{t \rightarrow -3} \left(\frac{t^2-9}{2t^2+7t+3}\right) = \frac{6}{5}$

39. $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x+2}{x^3+8}\right) = \frac{1}{12}$

40. $\lim_{t \rightarrow 9} \frac{9-t}{3-\sqrt{t}} = 6$

41. $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{4-\sqrt{x}}{16x-x^2} = \frac{1}{128}$

42. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+2x+1}{x^4-1} = 0$

6 Límites laterales y al infinito

Evalúe los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x + 4) = 6$

2. $\lim_{x \rightarrow 1^-} (3x - 4) = -1$

3. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-3}{x+2} = -\frac{1}{4}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1+x}{1-x} = \infty$

5. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1+x}{1-x} = -\infty$

6. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-4}{x-2} = 4$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{x}} = 0$

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+8}{x-3} = 1$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{x^3+4x-3} = 0$

10. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{3t^3+2t^2+9t-1}{5t^2-5} = \infty$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{2x+1} = 0$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-4x-2x^3}{5x^3-8x+1} = -\frac{2}{5}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+3}{x^2-9} = -\infty$$

$$14. \lim_{w \rightarrow \infty} \frac{2w^2-3w+4}{5w^2+7w-1} = \frac{2}{5}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6-4x^2+x^3}{4+5x-7x^2} = -\infty$$

$$16. \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{5x^2+14x-3}{x^2+3x} = \frac{16}{3}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3x+1}{x^3+1} = 0$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(1 + \frac{1}{x-1}\right) = \infty$$

$$19. \lim_{x \rightarrow -7^-} \frac{x^2+1}{\sqrt{x^2-49}} = \infty$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5}{x+x^2} = \infty$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0^+} x(x-1)^{-1} = 0$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-5}{1-x} = \infty$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$$

$$24. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x} = 1$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x+3} = 0$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{x-4} = 3$$

$$27. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x-x^2}{2x^2-7} = -\frac{1}{2}$$

$$28. \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{2-3y^2}{5y^2+4y} = -\frac{3}{5}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+5x}{2x^3-x^2+4} = \frac{1}{2}$$

$$30. \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^2+2}{t^3+t^2-1} = 0$$

$$31. \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^7+2}{t^3+1} = \infty$$

$$32. \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{-t^7+2}{t^3+1} = -\infty$$

$$33. \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{-t^7+2}{-t^3+1} = \infty$$

$$34. \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^7+2}{-t^3+1} = -\infty$$

$$35. \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^7+2}{-t^4+1} = \infty$$

7 Continuidad

Determine donde las siguientes funciones son continuas

$$1. y = \frac{1}{x-2} - 3x$$

$$2. y = \frac{x+1}{x^2-4x+3}$$

$$3. y = \sqrt{2x+3}$$

$$4. y = (2x-1)^{1/3}$$

Determine donde las siguientes funciones son discontinuas

$$1. f(x) = \frac{2x}{(x-4)(x-9)}$$

$$2. f(x) = \frac{2x^2+1}{x^3-2x^2-3x}$$

$$3. f(x) = \frac{4}{x-1}$$

8 Cociente en diferencia y definición formal de derivada

Encuentre el cociente en diferencia y la derivada (definición formal) a las siguientes funciones, evalúe la derivada en los puntos dados.

$$1. f(x) = 4 - x^2; f'(-3), f'(0), f'(1)$$

$$2. f(x) = (x-1)^2 + 1; f'(-1), f'(0), f'(2)$$

$$3. f(x) = \frac{1}{x^2}; f'(-1), f'(2), f'(\sqrt{3})$$

$$4. f(x) = 5x^2; f'(-3), f'(0), f'(4)$$

$$5. f(x) = x^4; f'(3), f'(-2), f'(2)$$

9 Derivadas

9.1 Reglas básicas

$$1. \frac{d}{dx}(186.5) = 0$$

$$2. \frac{d}{dt}(2 - \frac{2}{3}t) = -\frac{2}{3}$$

$$3. \frac{d}{dx}(x^3 + 4x + 6) = 3x^2 + 4$$

$$4. \frac{d}{dx}(\sqrt{30}) = 0$$

$$5. \frac{d}{dx}(\frac{3}{4}x^8) = 6x^7$$

$$6. \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}t^6 - 3t^4 + t) = 3t^5 - 12t^3 + 1$$

$$7. \frac{d}{dt}(\frac{1}{4}(t^4 + 8)) = t^3$$

$$8. \frac{d}{dx}(x^{-\frac{2}{5}}) = -\frac{2}{5x^{\frac{7}{5}}}$$

$$9. \frac{d}{dr}(\frac{4}{3}\pi r^3) = 4\pi r^2$$

$$10. \frac{d}{ds}(-\frac{12}{s^5}) = \frac{60}{s^6}$$

$$11. \frac{d}{dx}(ax^2 + bx + c) = b + 2ax$$

$$12. \frac{d}{dx}(\frac{x^2+4x+3}{\sqrt{x}}) = \frac{1}{\sqrt{x}}(2x+4) - \frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}}(4x+x^2+3)$$

$$13. \frac{d}{dx}(4\pi^2) = 0$$

$$14. \frac{d}{dx}(x + x^{-1})3 = 3 - \frac{3}{x^2}$$

$$15. \frac{d}{dt}(\sqrt[5]{t} + 4\sqrt{t^5}) = \frac{1}{5t}\sqrt[5]{t} + 10\frac{t^4}{\sqrt{t^5}}$$

$$16. \frac{d}{dt}\left(\sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}}\right) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + \frac{1}{2t^{\frac{3}{2}}}$$

$$17. \frac{d}{dx}((3 - x^2)(x^3 - x + 1)) = 12x^2 - 2x - 5x^4 - 3$$

$$18. \frac{d}{dx}((x^2 + 1)(x + 5 + \frac{1}{x})) = 10x + 2x^2 + \frac{1}{x^2}(x^4 - 1) + 2$$

$$19. \frac{d}{du}(u^{-2} + u^{-3})(u^5 - 2u^2) = \frac{1}{u^2}(4u - 3u^3 - 2u^4 + 6) + \frac{1}{u^2}(5u^3 - 4u + 5u^4 - 4)$$

$$20. \frac{d}{dy}\left(\frac{1}{y^2} - \frac{3}{y^4}\right)(y + 5y^3) = \frac{1}{y^4}(15y^4 - 44y^2 - 3) + \frac{1}{y^4}(58y^2 - 10y^4 + 12)$$

$$21. \frac{d}{dt}\left(\frac{t^7}{25}\right) = \frac{7}{25}t^6$$

$$22. \frac{d}{dx}\left(\frac{13-x^4}{3}\right) = -\frac{4}{3}x^3$$

$$23. \frac{d}{dx}\left(\frac{x^7}{7} + \frac{2x}{3}\right) = x^6 + \frac{2}{3}$$

$$24. \frac{d}{dx}(2x^{-14/5}) = -\frac{28}{5x^{\frac{19}{5}}}$$

$$25. \frac{d}{dx}\left(\frac{3x^4}{10} + \frac{7}{3}x^3\right) = \frac{1}{5}x^2(6x + 35)$$

$$26. \frac{d}{dx}(x^{3/4} + 2x^{5/3}) = \frac{1}{12\sqrt[4]{x}}(40x^{\frac{11}{12}} + 9)$$

$$27. \frac{d}{dx}(11\sqrt{x}) = \frac{11}{2\sqrt{x}}$$

$$28. \frac{d}{dx}\left(\frac{4}{3x^3}\right) = -\frac{4}{x^4}$$

$$29. \frac{d}{dx}\left(\frac{8}{x^5}\right) = -\frac{40}{x^6}$$

$$30. \frac{d}{dx}\left(\frac{3}{\sqrt[4]{x^3}}\right) = -\frac{9}{4x^{\frac{4}{3}}\sqrt[4]{x^3}}$$

$$31. \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = -\frac{1}{4x^{\frac{3}{2}}}$$

$$32. \frac{d}{dx}((2x^3)(4x^2)) = 40x^4$$

$$33. \frac{d}{dx}(\sqrt[3]{x}(\sqrt[4]{x} - 6x + 3)) = \frac{1}{12x}\sqrt[3]{x}(7\sqrt[4]{x} - 96x + 12)$$

$$34. \frac{d}{dw}\left(\frac{w-5}{w^5}\right) = -\frac{1}{w^6}(4w - 25)$$

$$35. \frac{d}{dx}(x^2(x-2)(x+4)) = 2x(2x^2 + 3x - 8)$$

$$36. \frac{d}{dx}\left(\frac{6}{7}\right)^{2/3} = 0$$

$$37. \frac{d}{dx}(x^e) = x^{e-1}e$$

$$38. \frac{d}{dx}(-8x^4 + \ln 2) = -32x^3$$

9.2 Derivadas que contienen u^n

1. $\frac{d}{dx} (2x+1)^5 = 10(2x+1)^4$
2. $\frac{d}{dx} \left(1 - \frac{x}{7}\right)^{-7} = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{7}x\right)^8}$
3. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2}{8} + x - \frac{1}{x}\right)^4 = \frac{1}{512x^5} (4x^2 + x^3 + 4) (8x^2 + x^3 - 8)^3$
4. $\frac{d}{dt} (\sqrt{3-t}) = -\frac{1}{2\sqrt{3-t}}$
5. $\frac{d}{dx} (3x+2)^6 = 18(3x+2)^5$
6. $\frac{d}{dx} (3+2x^3)^5 = 30x^2 (2x^3+3)^4$
7. $\frac{d}{dx} \left(2(x^3-8x^2+x)^{100}\right) = 200x^{99} (3x^2-16x+1) (x^2-8x+1)^{99}$
8. $\frac{d}{dx} (x^2-2)^{-3} = -6\frac{x}{(x^2-2)^4}$
9. $\frac{d}{dx} \left((x^2+5x-2)^{-5/7}\right) = -\frac{5}{7} \frac{2x+5}{(x^2+5x-2)^{\frac{12}{7}}}$
10. $\frac{d}{dx} (\sqrt{5x^2-x}) = \frac{1}{2} \frac{10x-1}{\sqrt{x(5x-1)}}$
11. $\frac{d}{dx} \sqrt[5]{(x^3+1)^2} = \frac{6}{5} x^2 \frac{\sqrt[5]{(x^3+1)^2}}{x^3+1}$
12. $\frac{d}{dx} \frac{4}{\sqrt{9x^2+1}} = -36 \frac{x}{(9x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$
13. $\frac{d}{dx} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3 = \frac{-3}{x^4} (x+1)^2$

9.3 Derivadas que contienen e^u

1. $\frac{d}{dx} (\sqrt{x} - 2e^x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{2} - 2\sqrt{x}e^x\right)$
2. $\frac{d}{dx} (e^{-5x}) = -5e^{-5x}$
3. $\frac{d}{dx} (e^{5-7x}) = -7e^{5-7x}$
4. $\frac{d}{dx} (e^{2x^2+3}) = 4xe^{2x^2+3}$
5. $\frac{d}{dx} (6e^{3x^2}) = 36xe^{3x^2}$
6. $\frac{d}{dx} (e^{-x^2+x^3}) = xe^{x^2(x-1)} (3x-2)$
7. $\frac{d}{dx} (e^{-2} + e^x) = e^x$
8. $\frac{d}{dx} (e^{-5+x}) = e^{x-5}$

9.4 Derivadas que contiene a^u

1. $\frac{d}{dx} (5^{2x^3}) = (6) 5^{2x^3} x^2 \ln 5$
2. $\frac{d}{dx} (6^x) = 6^x \ln 6$
3. $\frac{d}{dx} (4^{x^2}) = 2^{2x^2+2} x \ln 2$
4. $\frac{d}{dx} (5^{x-1}) = \frac{1}{5} 5^x \ln 5$
5. $\frac{d}{dx} (10^{1-x^2}) = -20 \left(\frac{1}{10}\right)^{x^2} x \ln 10$
6. $\frac{d}{dx} (e^{e^x+5^x}) = e^{e^x+5^x} (e^x + 5^x \ln 5)$

9.5 Derivadas que contienen $\ln u$

1. $\frac{d}{dt} (\ln (3te^{-1})) = \frac{1}{t}$
2. $\frac{d}{d\theta} \left(\ln \left(\frac{e^\theta}{1+e^\theta} \right) \right) = \frac{1}{e^\theta+1}$
3. $\frac{d}{dx} (\ln 3x) = \frac{1}{x}$
4. $\frac{d}{dt} (\ln t^2) = \frac{2}{t}$
5. $\frac{d}{dx} \left(\ln \frac{3}{x} \right) = -\frac{1}{x}$
6. $\frac{d}{dt} \left(\frac{\ln t}{t} \right) = \frac{1}{t^2} - \frac{1}{t^2} \ln t$
7. $\frac{d}{d\theta} (\ln (\theta + 1)) = \frac{1}{\theta+1}$
8. $\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln x}{1+\ln x} \right) = \frac{1}{x(\ln x+1)} - \frac{1}{x} \frac{\ln x}{(\ln x+1)^2}$
9. $\frac{d}{dx} (\ln x^3) = \frac{3}{x}$
10. $\frac{d}{dt} \left(t (\ln t)^2 \right) = 2 \ln t + \ln^2 t$
11. $\frac{d}{dx} (\ln \ln x) = \frac{1}{x \ln x}$
12. $\frac{d}{dx} \left(\ln \frac{1}{x\sqrt{x+1}} \right)$
13. $\frac{d}{dt} \left(\frac{1+\ln t}{1-\ln t} \right)$
14. $\frac{d}{dx} \left(\ln \frac{(x^2+1)^5}{\sqrt{1-x}} \right)$
15. $\frac{d}{dx} (\ln e^x) = 1$
16. $\frac{d}{dx} (\ln e^{4x+1}) = 4$

9.6 Derivadas que contienen $\log_a u$

1. $\frac{d}{dx} (\log_3 (8x - 1)) = \frac{8}{(\ln 3)(8x-1)}$
2. $\frac{d}{dx} (x^2 + \log_2 (x^2 + 4)) = 2 \frac{x}{(\ln 2)(x^2+4)} ((\ln 2) x^2 + 4 \ln 2 + 1)$
3. $\frac{d}{dx} (\log_4 x) = \frac{1}{2x \ln 2}$
4. $\frac{d}{dx} (\log_6 (x^4 - 4x^3 + 1)) = 4 \frac{x^2}{\ln 6} \frac{x-3}{x^4-4x^3+1}$
5. $\frac{d}{dx} (\log_2 (1 - x - x^2)) = \frac{1}{\ln 2} \frac{2x+1}{x^2+x-1}$
6. $\frac{d}{dx} (\log_3 \frac{3^x}{x^2}) = \frac{1}{x \ln 3} (x \ln 3 - 2)$
7. $\frac{d}{dx} (\log_7 \frac{1}{x}) = -\frac{1}{x \ln 7}$
8. $\frac{d}{dx} (\log_3 (x^{1/2} + 7) + \log_{27} (x^{1/2} + 7)) = \frac{2}{3\sqrt{x}(\ln 3)(\sqrt{x}+7)}$

9.7 Derivadas Regla del producto

1. $\frac{d}{dx} (4x + 1) (6x + 3) = 48x + 18$
2. $\frac{d}{dt} (5 - 3t) (t^3 - 2t^2) = -t (12t^2 - 33t + 20)$
3. $\frac{d}{dx} (x^2 + 3x - 2) (2x^2 - x - 3) = 8x^3 + 15x^2 - 20x - 7$
4. $\frac{d}{dw} (w^2 + 3w - 7) (2w^3 - 4) = 10w^4 + 24w^3 - 42w^2 - 8w - 12$
5. $\frac{d}{dx} ((x^2 - 1) (3x^3 - 6x + 5) - 4 (4x^2 + 2x + 1)) = 15x^4 - 27x^2 - 22x - 2$
6. $\frac{d}{dx} (x^3 + 2x) e^x = 2e^x + 2xe^x + 3x^2e^x + x^3e^x$
7. $\frac{d}{dt} (1 - t) (1 + t^2)^{-1} = \frac{2t^2 - 2t}{2t^2 + t^4 + 1} - \frac{1}{t^2 + 1}$
8. $\frac{d}{dx} (\sqrt{x} e^x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{2} e^x + x e^x \right)$
9. $\frac{d}{dx} (x^2 e^{-x^2}) = -2x e^{-x^2} (x^2 - 1)$
10. $\frac{d}{dx} (e^{-2x} \ln x) = \frac{1}{x} (e^{-x} - x (\ln x) e^{-x})$
11. $\frac{d}{dx} ((4x + 3)^4 (x + 1)^{-3}) = \frac{1}{(x+1)^3} 16 (4x + 3)^3 - \frac{3}{(x+1)^4} (4x + 3)^4$
12. $\frac{d}{dx} ((x^2 - 2x + 2) e^x) = x^2 e^x$
13. $\frac{d}{dx} (x e^x - e^x) = x e^x$
14. $\frac{d}{dx} (x^2 (x - 4)^5) = x (7x - 8) (x - 4)^4$
15. $\frac{d}{dx} (x^2 + 2x - 1)^3 (5x)$
16. $\frac{d}{dx} (8x - 1)^3 (2x + 1)^4$
17. $\frac{d}{dx} (x^3 \ln (2x + 5)) = \frac{x^2}{2x+5} (2x + 15 \ln (2x + 5) + 6x \ln (2x + 5))$

9.8 Derivadas Regla del cociente

1. $\frac{d}{dx} \left(\frac{5x}{x-1} \right) = -\frac{5}{(x-1)^2}$
2. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x+2}{x-1} \right) = -\frac{3}{(x-1)^2}$
3. $\frac{d}{dz} \left(\frac{6-2z}{z^2-4} \right) = \frac{2}{(z^2-4)^2} (z^2 - 6z + 4)$
4. $\frac{d}{dx} \left(\frac{2x+5}{3x-2} \right) = \frac{2}{3x-2} + \frac{-6x-15}{9x^2-12x+4}$
5. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2-4}{x+0.5} \right) = 2 \frac{x}{x+0.5} - \frac{x^2-4}{(x+0.5)^2}$
6. $\frac{d}{ds} \left(\frac{\sqrt{s}-1}{\sqrt{s}+1} \right) = \frac{1}{2\sqrt{s}(\sqrt{s}+1)} - \frac{1}{2\sqrt{s}} \frac{\sqrt{s}-1}{(\sqrt{s}+1)^2}$
7. $\frac{d}{dx} \left(\frac{8x^2-2x+1}{x^2-5x} \right) = -\frac{1}{x^2(x-5)^2} (38x^2 + 2x - 5)$
8. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2-4x+3}{2x^2-3x+2} \right) = \frac{1}{(2x^2-3x+2)^2} (5x^2 - 8x + 1)$
9. $\frac{d}{dv} \left(\frac{v^3-8}{v} \right) = \frac{2}{v^2} (v^3 + 4)$
10. $\frac{d}{dx} \left(\frac{3x^2-x-1}{\sqrt[3]{x}} \right) = \frac{1}{3x\sqrt[3]{x}} (15x^2 - 2x + 1)$
11. $\frac{d}{dx} \left(\frac{e^x}{x^2} \right) = \frac{1}{x^3} (x e^x - 2e^x)$

12. $\frac{d}{dx} \left(\frac{e^x}{1+x} \right) = x \frac{e^x}{2x+x^2+1}$
13. $\frac{d}{dx} \left(\frac{1+e^{5x}}{e^{3x}} \right) = e^{-3x} \left(2e^{\frac{5}{3}(3x)} - 3 \right)$
14. $\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln x}{x} \right) = -\frac{1}{x^2} (\ln x - 1)$

9.9 Regla de la cadena

1. Si $y = u^2 - 2u$ y $u = x^2 - x$, encuentre dy/dx
2. Si $y = \frac{1}{w^2}$ y $w = 2 - x$, encuentre dy/dx
3. Si $w = u^3$ y $u = \frac{t-1}{t+1}$, encuentre dw/dt
4. Si $y = 3w^2 - 8w + 4$ y $w = 2x^2 + 1$, encuentre dy/dx
5. Si $y = u^{4/3}$ y $u = 3x^2 - 1$, encuentre dy/dx
6. Si $y = \sqrt{u}$ y $u = 7x - 2x^2$, encuentre dy/dx
7. Si $y = u^{-2/3}$ y $u = 2x^3 - x + 1$, encuentre dy/dx
8. Si $y = \sqrt{u} - \frac{1}{\sqrt{u}}$ y $u = x^3 - x$, encuentre dy/dx
9. $\frac{d}{dx} (e^{2x} - e^{-2x})^3 = \frac{6}{e^{\frac{3}{2}(4x)}} (e^{4x} - 1)^2 (e^{4x} + 1)$
10. $\frac{d}{dx} \left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} \right) = 4 \frac{e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$
11. $\frac{d}{dx} (2x-1)(3x+4)(x+7) = 18x^2 + 94x + 31$
12. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x-5}{(x+2)(x-4)} \right) = -\frac{1}{(-x^2+2x+8)^2} (x^2 - 10x + 18)$
13. $\frac{d}{dx} \left(\frac{(9x-1)(3x+2)}{4-5x} \right) = \frac{1}{(5x-4)^2} (-135x^2 + 216x + 50)$
14. $\frac{d}{dt} \left(\frac{t^2+3t}{(t^2-1)(t^3+7)} \right) = -\frac{1}{(t^5-t^3+7t^2-7)^2} (3t^6 + 12t^5 - t^4 - 6t^3 + 21t^2 + 14t + 21)$
15. $\frac{d}{dx} \left(\frac{x-3}{x+2} \right)^{12} = \frac{60}{(x+2)^{13}} (x-3)^{11}$
16. $\frac{d}{dx} \left(\sqrt{\frac{x-2}{x+3}} \right) = \frac{5}{2\sqrt{\frac{x-2}{x+3}}(x+3)^2}$
17. $\frac{d}{dx} \left(\frac{2x-5}{(x^2+4)^3} \right) = \frac{2}{(x^2+4)^4} (-5x^2 + 15x + 4)$
18. $\frac{d}{dx} \left(\frac{(8x-1)^5}{(3x-1)^3} \right) = \frac{1}{(3x-1)^4} (8x-1)^4 (48x-31)$
19. $\frac{d}{dx} (6(5x^2+2)\sqrt{x^4+5}) = 12 \frac{x}{\sqrt{x^4+5}} (10x^4 + 2x^2 + 25)$
20. $\frac{d}{dx} (2e^{(x^2+1)^3}) = 12xe^{(x^2+1)^3} (x^2+1)^2$
21. $\frac{d}{dx} (e^{\sqrt{x^2-9}}) = x \frac{e^{\sqrt{x^2-9}}}{\sqrt{x^2-9}}$
22. $\frac{d}{dx} (2^{3^{x^2}}) = 2^{3^{x^2}+1} 3^{x^2} x \ln 2 \ln 3$
23. $\frac{d}{dx} (2^{5x} 3^{\ln x}) = 2^{5x} \frac{3^{\ln x}}{x} (\ln 3 + 5x \ln 2)$
24. $\frac{d}{dx} (\sqrt{\log_3 x}) = \frac{1}{2x(\ln 3)\sqrt{\log_3 x}}$
25. $\frac{d}{dx} \left(\frac{\log_{10} x}{x^2} \right) = -\frac{1}{x^3 \ln 10} (2 \ln 10 \log_{10} x - 1)$

$$26. \frac{d}{dx} \left((7)^{x^2} (11)^{x^3} \right) = 7^{x^2} 11^{x^3} x (2 \ln 7 + 3x \ln 11)$$

$$27. \frac{d}{dx} \left(\frac{3^{e^x + 2^x}}{3^x} \right) = \frac{1}{3^x} (2^x \ln 2 - 2^x \ln 3 - 3^{e^x} \ln 3 + 3^{e^x} (\ln 3) e^x)$$

9.10 Rectas tangentes

Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto dado

$$1. y = x^2 - 6x + 4, x = 1$$

$$2. y = -2x^3 + 6x + 1, x = 2$$

$$3. y = \sqrt[3]{x}, x = 8$$

$$4. y = x^2 + 4; (-2, 8)$$

$$5. y = 1 - x^2; (1, 0)$$

$$6. y = 4x^2 - 5; x = 0$$

$$7. y = \sqrt{x}; x = 1$$

9.11 Derivadas de orden superior

Encuentre la tercera derivada de

$$1. y = x^5 - 16x^3 + 12$$

$$2. f(x) = 2x^9 - 6x^6$$

$$3. f(x) = \frac{1}{x}$$

$$4. y = \sqrt{x}$$

$$5. y = 6x^3 - 12x^2 + 6x$$

$$6. y = 3x^5 - x^6$$

$$7. y = \frac{1}{x^2}$$

$$8. f(x) = \sqrt[3]{x}$$

9.12 Máximos y mínimos

En los siguientes ejercicios determine los intervalos en los que la función crece, decrece, es concava hacia arriba, concava hacia abajo; máximos y mínimos relativos (criterio de la primera derivada y criterio de la segunda derivada; puntos de inflexión).

$$1. y = x^2 - x - 6$$

$$2. y = 5x - 2x^2$$

$$3. y = x^3 - 9x^2 + 24x - 19$$

$$4. y = \frac{x^3}{4} - 4x$$

$$5. y = x^3 - 3x^2 + 3x - 3$$

$$6. y = 4x^3 - 3x^4$$

$$7. y = 4x^2 - x^4$$

$$8. y = x^{1/3} (x - 8)$$

$$9. y = 4x^{1/3} + x^{4/3}$$

$$10. y = 6x^{2/3} - \frac{x}{2}$$

9.13 Aplicaciones

1. En los siguientes problemas cada ecuación representa una función de demanda para cierto producto, donde p denota el precio por unidad para q unidades. En cada caso, encuentre la función de ingreso marginal. Recuerde que ingreso= pq .

a. $p = 50 - 0.01q$

b. $p = \frac{q+750}{q+50}$

6. **Costo marginal.** Si la función de costo total de un fabricante está dada por

$$c = \frac{6q^2}{q+2} + 6000$$

encuentre la función de costo marginal.

8. **Ecuación de demanda.** Suponga que $p = 100 - \sqrt{q^2 + 20}$ es una ecuación de demanda para el producto de un fabricante.

Encuentre la razón de cambio de p con respecto a q . Determine la función de ingreso marginal.

9. **Función de costo.** El costo de producir q unidades de un producto está dado por

$$c = 5500 + 12q + 0.2q^2$$

si el precio de p unidades está dado por la ecuación

$$q = 900 - 1.5p$$

utilice la regla de la cadena para encontrar la razón de cambio del costo con respecto al precio unitario cuando $p = 85$.

10. **Costo marginal.** Si la función de costo total para un fabricante está dada por

$$c = \frac{5q^2}{\sqrt{q^2 + 3}} + 5000$$

encuentre la función de costo marginal.

13. **Ingreso marginal.** Encuentre la función de ingreso marginal si la función de demanda es $p = 25/\ln(q+2)$.

14. **Costo marginal.** La función de costo total está dada por

$$c = 25 \ln(q+1) + 12$$

encuentre el costo marginal cuando $q = 6$.

15. **Costo marginal.** La función en dólares del costo promedio de un fabricante, está dada por

$$\bar{c} = \frac{500}{\ln(q+20)}$$

encuentre el costo marginal (redondeando a dos decimales) cuando $q = 50$.

16. En los siguientes problemas \bar{c} es el costo promedio de producir q unidades de un producto. Encuentre la función de costo marginal y el costo marginal para los valores dados de q . Interprete su respuesta.

a. $\bar{c} = \frac{7000e^{q/700}}{q}; q = 350, q = 700$

b. $\bar{c} = \frac{850}{q} + 4000 \frac{e^{(2q+6)/800}}{q}; q = 97, q = 197$.

17. **Costo promedio.** Un fabricante determina que el costo total, c , de producir un artículo está dado por la función de costo

$$c = 0.05q^2 + 5q + 500$$

¿Para qué nivel de producción será mínimo el costo promedio por unidad?

18. **Ingreso.** La ecuación de demanda para el producto de un monopolista es

$$p = -5q + 30$$

¿A que precio se maximizará el ingreso?

19. **Utilidad.** Para el producto de un monopolista, la función de demanda es

$$p = 85 - 0.05q$$

y la función de costo es

$$c = 600 + 35q$$

¿A qué nivel de producción se maximiza la utilidad? ¿A qué precio ocurre esto y cuál es la utilidad?

20. **Utilidad.** Para un monopolista, el costo por unidad de producir un artículo es de \$3 y la ecuación de la demanda es

$$p = \frac{10}{\sqrt{q}}$$

¿Cuál precio dará la utilidad máxima?

En los siguientes problemas encuentre la elasticidad puntual de las ecuaciones de demanda para los valores indicados de q o p y determine si la demanda es elástica, inelástica o si tiene elasticidad unitaria.

21. $p = 40 - 2q; q = 5$

22. $p = 10 - 0.04q; q = 100$

23. $p = \frac{3500}{q}; q = 288$

24. $p = \frac{500}{q^2}; q = 52$

25. $q = 1200 - 150p; p = 4$

26. $q = 100 - p; p = 50$

27. $q = \sqrt{500 - p}; p = 400$

28. $q = \frac{(p-100)^2}{2}; p = 20$

9.14 Derivación implícita

1. $xy + 2x + 3x^2 = 4$

2. $4x^2 + 9y^2 = 36$

3. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$

4. $x^4(x + y) = y^2(3x - y)$

5. $y^5 + x^2y^3 = 1 + ye^{x^2}$

6. $e^{x^2y} = x + y$

7. $e^{3xy} = 2xy$

8. $\sqrt{xy} = 1 + x^2y$

9.15 Derivación logaritmica

1. $\frac{d}{dx} (2x+1)^5 (x^4-3)^6$
2. $\frac{d}{dx} \sqrt{x} e^{x^2} (x^2+1)^{10}$
3. $\frac{d}{dx} x^x$
4. $\frac{d}{dt} 3^{\log_2 t}$
5. $\frac{d}{dx} (x+1)^x$
6. $\frac{d}{dx} x^{\ln x}$
7. $\frac{d}{dx} \frac{e^{7x}-1}{e^{7x}+1}$
8. $\frac{d}{dx} (e^{-2x})^3$

10 Integrales formulas basicas

1. $\int (x+1) dx = x + \frac{1}{2}x^2 + c$
2. $\int (3t + \frac{t}{2}) dt = \frac{7}{4}t^2 + c$
3. $\int (2x^3 - 5x + 7) dx = 7x - \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^4 + c$
4. $\int (\frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}) dx = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{x} - \frac{1}{3}x^3 + c$
5. $\int (x^{-\frac{1}{3}}) dx = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + c$
6. $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$
7. $\int \left(8y - \frac{2}{y^{\frac{1}{4}}}\right) dy = 4y^2 - \frac{8}{3}y^{\frac{3}{4}} + c$
8. $\int 2x (1 - x^{-3}) dx = \frac{2}{x} + x^2 + c$
9. $\int \left(\frac{t\sqrt{t}+\sqrt{t}}{t^2}\right) dt = 2\sqrt{t} - \frac{2}{\sqrt{t}} + c$
10. $\int x^{-2} \left(\frac{1}{x} + \frac{5}{4}x^{\frac{9}{4}}\right) dx = x^{\frac{5}{4}} - \frac{1}{2x^2} + c$
11. $\int \sqrt{2}dx = \sqrt{2}x + c$
12. $\int 3t^{-7}dt = -\frac{1}{2t^6} + c$
13. $\int 2u^{3/4}du = \frac{8}{7}u^{\frac{7}{4}} + c$
14. $\int 3x^{-2/3}dx = 9\sqrt[3]{x} + c$
15. $\int \frac{1}{3x^5}dx = -\frac{1}{12x^4} + c$
16. $\int \frac{3}{\sqrt{t}}dt = 6\sqrt{t} + c$
17. $\int (2 + x + 2x^2 + e^x + e^2) dx = 2x + e^x + xe^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^3 + c$
18. $\int (e^{e^2} + x^e - 2x) dx = e^{e^2}x + \frac{x^{e+1}}{e+1} - x^2 + c$
19. $\int (6x^3 + \frac{3}{x^2} - x) dx = -\frac{1}{2x} (-3x^5 + x^3 + 6) + c$
20. $\int \left(\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{x^2}\right) dx = \frac{1}{5x} \left(3x^{\frac{8}{3}} + 5\right) + c$
21. $\int (2t+1)(t-2) dt = \frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 - 2t$
22. $\int u^2 (1 - u^2 + u^4) du = -\frac{1}{3u} (-u^4 + 3u^2 + 3) + c$

23. $\int \frac{1}{x^2} (x^4 - 2x^2 + 1) dx = -\frac{1}{3x} (-x^4 + 6x^2 + 3) + c$
24. $\int \frac{2x^6 + 8x^4 - 4x}{2x^2} dx = \frac{4}{3}x^3 - 2\ln x + \frac{1}{5}x^5 + c$
25. $\int \frac{9x^2 + 5}{3x} dx = \frac{5}{3}\ln x + \frac{3}{2}x^2 + c$
26. $\int (e^x + x^e + e^x + \frac{e}{x}) dx = e^x + \frac{x^{e+1}}{e+1} + e\frac{x^2}{2} + e\ln x + c$
27. $\int \frac{9x^5 - 6x^4 - ex^3}{7x^2} dx = \frac{9}{28}x^4 - \frac{2}{7}x^3 - \frac{1}{14}ex^2 + c$
28. $\int \frac{2x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 4}{x^3} dx = -\frac{1}{x^2} (6x^2 \ln x + 8x^3 - x^4 + 2) + c$

10.1 Integración por sustitución (cambio de variable)

1. $\int (s^3 + 2s^2 - 5s + 5) (3s^2 + 4s + 5) ds = \frac{(s^3 + 2s^2 - 5s + 5)^2}{2} + c$
2. $\int (\theta^4 - 2\theta^2 + 8\theta - 2) (\theta^3 - 2\theta + 2) d\theta = \frac{(\theta^4 - 2\theta^2 + 8\theta - 2)^2}{8} + c$
3. $\int t^3 (1 + t^4)^3 dt = \frac{1}{16} (1 + t^4)^4 + c$
4. $\int \sqrt{\frac{x-1}{x^5}} = \frac{2}{3} (1-x)^{\frac{3}{2}} + c$
5. $\int 4x^2 (x^3 + 8) dx = 2 (x^3 + 8)^2 + c$
6. $\int \sqrt{4t-1} dt = \frac{1}{6} (4t-1)^{\frac{3}{2}} + c$
7. $\int (x^2 + 2x - 3) (x+1) dx = \frac{1}{6} (x^2 + 2x - 3)^3 + c$
8. $\int \frac{2z}{\sqrt{z^2+1}} dz = 2\sqrt{z^2+1} + c$
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x+8}} = \frac{2}{5}\sqrt{5x+8} + c$
10. $\int \sqrt{3-2s} ds = -\frac{1}{3} (3-2s)^{\frac{3}{2}} + c$
11. $\int \frac{3}{(2-x)^2} dx = -\frac{3}{x-2} + c$
12. $\int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx = \frac{1}{2} (1+\sqrt{x})^4 + c$
13. $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} dx = \frac{-2}{1+\sqrt{x}} + c$
14. $\int \theta^4 \sqrt{1-\theta^2} d\theta = -\frac{2}{5} (1-\theta^2)^{\frac{5}{4}} + c$
15. $\int 3y \sqrt{7-3y^2} dy = -\frac{1}{3} (7-3y^2)^{\frac{3}{2}} + c$
16. $\int \frac{9r^2}{\sqrt{1-r^3}} dr = \frac{1}{\sqrt{1-r^3}} (6r^3 - 6) + c$
17. $\int x^3 (2+x^4)^5 dx = \frac{1}{24} (2+x^4)^6 + c$
18. $\int \frac{dt}{(1-6t)^4} = -\frac{1}{18(1-6t)^3} + c$
19. $\int x^2 \sqrt{x^3+1} dx = \frac{2}{9} (x+1)^{\frac{3}{2}} + c$
20. $\int x^2 (x^3+5)^9 dx = \frac{1}{30} (x^3+5)^{10} + c$
21. $\int (x+1) \sqrt{2x+x^2} dx = \frac{1}{3} (2x+x^2)^{\frac{3}{2}} + c$
22. $\int \frac{dx}{5-3x} = -\frac{1}{3} \ln(x - \frac{5}{3}) + c$
23. $\int (3t+2)^{24} dt = \frac{1}{75} (3t+2)^{25} + c$
24. $\int \frac{x}{(x^2+1)^2} dx = -\frac{1}{2x^2+2} + c$

25. $\int \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$
26. $\int \frac{a+bx^2}{\sqrt{3ax+bx^3}} dx = \frac{2}{3} \frac{3ax+bx^3}{\sqrt{x(3a+bx^2)}} + c$
27. $\int \frac{z^2}{\sqrt[3]{1+z^3}} dz = \frac{1}{2} (1+z^3)^{\frac{2}{3}} + c$
28. $\int \sqrt{4+3x} dx = \frac{2}{9} (4+3x)^{\frac{3}{2}} + c$
29. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1+2x)^2}} = \frac{3}{2} (1+2x)^{\frac{1}{3}} + c$
30. $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}} dx = \sqrt{x^2+4x} + c$
31. $\int 4x (2x^2+1)^7 dx = \frac{1}{8} (2x^2+1)^8 + c$
32. $\int \left(xe^x - \frac{x}{x^2+2} \right) dx = xe^x - e^x - \frac{1}{2} \ln(x^2+2) + c$
33. $\int \left[x(x^2-16)^3 - \frac{1}{2x+5} \right] dx = \frac{1}{8} (x^2-16)^4 - \frac{1}{2} \ln(2x+5) + c$
34. $\int \left[\frac{x}{x^2+1} + \frac{x^5}{(x^6+1)^2} \right] dx = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) - \frac{1}{6(x^6+1)} + c$
35. $\int \left[\frac{3}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} \right] dx = 3 \ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + c$
36. $\int \left[\frac{2}{4x+1} - (4x^2-8x^5)(x^3-x^6)^{-8} \right] dx$
37. $\int \frac{2}{4x+1} dx - \int (4x^2-8x^5)(x^3-x^6)^{-8} dx = \frac{1}{2} \ln\left(x+\frac{1}{4}\right) - \frac{4}{27(x^3-x^6)^9} + c$
38. $\int (r^3+5)^2 dr = \frac{1}{7} r^7 + \frac{5}{2} r^4 + 25r + c$
39. $\int \left(\sqrt{3x+1} - \frac{x}{x^2+3} \right) dx = \frac{2}{9} (3x+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} \ln(x^2+3) + c$
40. $\int \left(\frac{x}{3x^2+5} - \frac{x^2}{(x^3+1)^3} \right) dx = \frac{1}{6} \ln\left(x^2+\frac{5}{3}\right) + \frac{1}{6(x^6+2x^3+1)} + c$
41. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = 2e^{\sqrt{x}} + c$
42. $\int (e^5 - 3^e) dx = x(e^5 - 3^e) + c$
43. $\int \frac{1+e^{2x}}{4e^x} dx = -\frac{1}{4e^{-x}} (e^{2(-x)} - 1) + c$
44. $\int \frac{2}{t^2} \sqrt{\frac{1}{t} + 9} dt = -\frac{4}{3} \left(\frac{1}{t} + 9 \right)^{\frac{3}{2}} + c$
45. $\int \frac{x+1}{x^2+2x} \ln(x^2+2x) dx = \frac{1}{4} \ln^2 x(x+2) + c$
46. $\int \sqrt[3]{x} e^{\sqrt[3]{8x^4}} dx = \frac{3}{8} e^{\sqrt[3]{8x^4}} + c$
47. $\int (3x^2+2) \sqrt{2x^3+4x+1} dx = \sqrt{2x^3+4x+1} \left(\frac{2}{3} x^3 + \frac{4}{3} x + \frac{1}{3} \right) + c$
48. $\int \frac{x}{(x^2+1)^{1/4}} dx = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2+1}} \left(\frac{2}{3} x^2 + \frac{2}{3} \right) + c$
49. $\int \frac{9}{\sqrt{2-3x}} dx = -6\sqrt{2-3x} + c$
50. $\int \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}-2} dx = \ln(e^{x^2}-2) + c$
51. $\int 2x \left(7 - e^{x^2/4} \right) dx = 7x^2 - 4e^{\frac{1}{4}x^2} + c$
52. $\int 6(e^{4-3x})^2 dx = -e^{8-6x} + c$
53. $\int \frac{e^{7/x}}{x^2} dx = -\frac{1}{7} e^{\frac{7}{x}} + c$

54. $\int \frac{(\sqrt{x}+2)^2}{3\sqrt{x}} dx = \frac{2}{9}\sqrt{x}(x+6\sqrt{x}+12) + c$
55. $\int \frac{5e^x}{1+3e^x} dx = \frac{5}{3} \ln(e^x + \frac{1}{3}) + c$
56. $\int \frac{5(x^{1/3}+2)^4}{\sqrt[3]{x^2}} dx = 3\sqrt[3]{x} (10x+80\sqrt[3]{x}+40x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{4}{3}}+80) + c$
57. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \frac{4}{3}(1+\sqrt{x})^{\frac{3}{2}} + c$
58. $\frac{\ln^2(r+1)}{r+1} dr = \frac{1}{3} \ln^3(r+1) + c$
59. $\int x^2 \sqrt{e^{x^3+1}} dx = \frac{2}{3} e^{\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{2}} + c$
60. $\int 3(x^2+2)^{-1/2} x e^{\sqrt{x^2+2}} dx = 3e^{\sqrt{x^2+2}} + c$
61. $\int \left(\frac{x^3-1}{\sqrt{x^4-4x}} - \ln 7 \right) dx = \frac{1}{2} \sqrt{x^4-4x} - x \ln 7 + c$
62. $\int \frac{x e^{x^2}}{\sqrt{e^{x^2}+2}} dx = \sqrt{e^{x^2}+2} + c$
63. $\int \frac{(e^{-x}+6)^2}{e^x} dx = -\frac{1}{3}(e^{-x}+6)^3 + c$
64. $\int \left(\frac{1}{8x+1} - \frac{1}{e^x(8+e^{-x})^2} \right) dx = \frac{1}{8} \ln(x + \frac{1}{8}) - \frac{1}{8+e^{-x}} + c$
65. $\int (x^3+ex) \sqrt{x^2+e} dx = \frac{1}{5}(x^2+e)^{\frac{5}{2}} + c$
66. $\sqrt{x} \sqrt{(8x)^{3/2}+3} dx = \frac{1}{72} \sqrt{2} \left((8x)^{3/2}+3 \right)^{\frac{3}{2}} + c$
67. $\int \frac{2}{x(\ln x)^{2/3}} dx = 6(\ln x)^{\frac{1}{3}} + c$
68. $\int \frac{\sqrt{s}}{e^{\sqrt{s^3}}} ds = -\frac{2}{3} e^{-s^{\frac{3}{2}}} + c$
69. $\int \frac{e^{\frac{1}{t}}}{t^2} dt = -e^{\frac{1}{t}} + c$
70. $\int \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3} dx = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{x^2}} + c$

10.2 Integrales de funciones exponenciales

1. $\int x 10^{x^2} dx = \frac{1}{2 \ln 10} 10^{x^2} + c$
2. $e^{\ln(x^2+1)} dx = \frac{1}{3} x^3 + x + c$
3. $\int 2^{-\theta} d\theta = -\frac{1}{(\ln 2) 2^\theta} + c$
4. $\int \frac{2^{\ln x}}{x} dx = \frac{1}{\ln 2} 2^{\ln x} + c$
5. $\int 4^{7x} dx = \frac{1}{14} \frac{2^{14x}}{\ln 2} + c$
6. $\int 5^t dt = \frac{5^t}{\ln 5} + c$
7. $\int \frac{3^{\ln x}}{x} dx = \frac{3^{\ln x}}{\ln 3} + c$
8. $\int 3^{x \ln x} (1 + \ln x) dx = \frac{3^{x \ln x}}{\ln 3} + c$

10.3 Integrales que de la forma $\frac{du}{u}$

1. $\int \frac{\ln(xe^x)}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + x + c$
2. $\int \frac{2y}{y^2-25} dy = \ln(y^2 - 25) + c$
3. $\int \frac{3}{3x-2} dx = \ln\left(x - \frac{2}{3}\right) + c$
4. $\int \frac{e^r}{1+e^r} dr = \ln(e^r + 1) + c$
5. $\int \frac{e^r}{1+2e^r} dr = \frac{1}{2} \ln\left(e^r + \frac{1}{2}\right) + c$
6. $\int \frac{1}{x \ln x} dx = \ln(\ln x) + c$
7. $\int \frac{x^4+1}{x^5+5x} dx = \frac{1}{5} \ln(5x + x^5) + c$
8. $\int \frac{4}{x \ln(2x^2)} dx = 2 \ln(\ln 2 + \ln x^2) + c$
9. $\int \frac{8}{(x+3) \ln(x+3)} dx = 8 \ln(\ln(x+3)) + c$
10. $\int \frac{4x \ln \sqrt{1+x^2}}{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \ln^2(x^2 + 1) + c$
11. $\int \frac{6x^2 \sqrt{\ln(x^3+1)^2}}{x^3+1} dx = \frac{2}{3} \left(\ln(x^3 + 1)\right)^{\frac{3}{2}} + c$
12. $\int \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} dx = \ln(e^x - e^{-x}) + c$
13. $\int \frac{5}{(3x+1) \ln(3x+1)} dx = \frac{5}{3} \ln(\ln(3x+1)) + c$

10.4 Integrales por partes

1. $\int x^2 e^{2x} dx = \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{2} x^2 e^{2x} + c$
2. $\int \ln x dx = x \ln x - x + c$
3. $\int x^3 \ln x dx = \frac{1}{4} x^4 \ln x - \frac{1}{16} x^4 + c$
4. $\int t^3 e^{2t} dt = \frac{3}{4} t e^{2t} - \frac{3}{8} e^{2t} - \frac{3}{4} t^2 e^{2t} + \frac{1}{2} t^3 e^{2t} + c$
5. $\int x 5^x dx = 5^x \left(\frac{x}{\ln 5} - \frac{1}{\ln^2 5} \right) + c$
6. $\int x^3 \ln x dx = \frac{1}{4} x^4 \ln x - \frac{1}{16} x^4 + c$
7. $\int \frac{\ln 3x}{x^2} dx = \frac{1}{x} (-\ln x - \ln 3) - \frac{1}{x} + c$
8. $\int (r^2 + r + 1) e^r dr = 2e^r - r e^r + r^2 e^r$
9. $\int x (\ln x)^2 dx = \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x$
10. $\int \sqrt{t} \ln t dt = \sqrt{t} \left(\frac{2}{3} t \ln t - \frac{4}{9} t \right) + c$
11. $\int x \sqrt{3x+2} dx = x \left(\frac{4}{15} \sqrt{3x+2} + \frac{2}{5} x \sqrt{3x+2} \right) - \frac{8}{45} x \sqrt{3x+2} - \frac{16}{135} \sqrt{3x+2} + c$
12. $\int x e^{-x} dx = -e^{-x} (x + 1) + c$
13. $\int x e^{-5x} dx = -\frac{1}{25} e^{-5x} (5x + 1) + c$
14. $\int y^3 \ln y dy = \frac{1}{4} y^4 \ln y - \frac{1}{16} y^4 + c$
15. $\int x^2 \ln x dx = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{1}{9} x^3 + c$
16. $\int (\ln x)^2 dx = x \ln^2 x - 2x (\ln x - 1) + c$
17. $\int 3(2x-2) \ln(x-2) dx = -\frac{3}{2} x (x + 4 \ln(x-2) - 2x \ln(x-2)) + c$
18. $\int \ln(x-2) dx = x \ln(x-2) - 2 \ln(x-2) - x + c$
19. $\int \frac{x e^x}{(x+1)^2} dx = \frac{e^x}{x+1} + c$

20. $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx = \frac{e^x}{x+1} + c$
21. $\int x^2 e^x dx = e^x (x^2 - 2x + 2) + c$
22. $\int (x - e^{-x})^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + 2xe^{-x} - \frac{1}{2}e^{2(-x)} + 2e^{-x} + c$
23. $\int x^2 e^{3x} dx = \frac{1}{27}e^{3x} (9x^2 - 6x + 2) + c$
24. $\int x^3 e^{x^2} dx = \frac{1}{2}e^{x^2} (x^2 - 1) + c$
25. $\int x^5 e^{x^2} dx = \frac{1}{2}e^{x^2} (x^4 - 2x^2 + 2) + c$

10.5 Integrales que contienen $\log_a u$

1. $\int \frac{\log_{10} x}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + c$
2. $\int \frac{\ln 2 \log_2 x}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + c$
3. $\int \frac{\log_2(x+2)}{x+2} dx = \frac{1}{2 \ln 2} \ln^2 (x+2) + c$
4. $\int \frac{dx}{x \log_{10} x} = \ln (\ln x) \ln 10 + c$
5. $\int \frac{dx}{x(\log_8 x)^2} = -\frac{1}{\ln x} \ln^2 8 + c$

10.6 Integrales definidas

1. $\int_0^1 x^2 (2x^3 - 1)^4 dx = \frac{1}{15}$
2. $\int_1^3 x \sqrt{3x^2 - 2} dx = \frac{124}{9}$
3. $\int_1^5 (2x - 1)^{5/2} dx = \frac{2186}{7}$
4. $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}} dx = 3 - \sqrt{5}$
5. $\int_1^2 (2x + 4) (x^2 + 4x - 8)^3 dx = \frac{175}{4} = 43.75$
6. $\int_1^2 (x^3 + \frac{3}{4}) dx = \frac{9}{2} = 4.5$
7. $\int_1^4 x \sqrt{x+1} dx = \frac{20}{3} \sqrt{5} - \frac{4}{15} \sqrt{2} = 14.530$
8. $\int_0^1 e^{-x} dx = 1 - e^{-1} = 0.63212$
9. $\int_0^2 (e^t - e^{-t}) dt = 5.5244$
10. $\int_0^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = 2e^2 - 2 = 12.778$
11. $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx = \ln(e+1) - \ln 2 = 0.62011$
12. $\int_1^2 (1 + \frac{1}{x} + e^x) dx = e^2 - e + \ln 2 + 1 = 6.3639$
13. $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 2 = 0.24023$
14. $\int_e^2 \sqrt[3]{x} \ln(x^5) dx = -4.0938$
15. $\int_0^3 5 dx = 15$
16. $\int_2^4 (1 - e) dx = 2 - 2e$
17. $\int_1^2 5x dx = \frac{15}{2}$
18. $\int_2^8 -5x dx = -150$
19. $\int_{-1}^1 (z+1)^5 dz = \frac{32}{3}$

20. $\int_1^8 (x^{1/3} - x^{-1/3}) dx = \frac{27}{4}$
21. $\int_0^1 2x^2 (x^3 - 1)^3 dx = -\frac{1}{6}$
22. $\int_2^3 (x + 2)^3 dx = \frac{369}{4}$
23. $\int_1^8 \frac{4}{y} dy = 12 \ln 2$
24. $\int_{-(e^e)}^{-1} \frac{6}{x} dx = -6e$
25. $\int_0^1 e^5 dx = e^5$
26. $\int_2^{e+1} \frac{1}{x-1} dx = 1$
27. $\int_0^1 5x^2 e^{x^3} dx = \frac{5}{3}e - \frac{5}{3}$
28. $\int_0^1 (3x^2 + 4x) (x^3 + 2x^2) dx = \frac{9}{2}$
29. $\int_4^5 \frac{2}{(x-3)^3} dx$
30. $\int_{-1/3}^{20/3} \sqrt{3x+5} dx = 26$
31. $\int_0^1 \frac{2x^3+x}{x^2+x^4+1} dx = \frac{1}{2} \ln 3$
32. $\int_a^b (m + ny) dy = -\frac{1}{2}na^2 - ma + \frac{1}{2}nb^2 + mb = -\frac{1}{2}(a-b)(2m + an + bn)$
33. $\int_0^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx = 0.54308$
34. $\int_{-2}^1 8|x| dx = 20$
35. $\int_{\pi}^e 3(x^{-2} + x^{-3} - x^{-4}) dx = -0.18219$
36. $\int_1^2 \left(6\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{2x}}\right) dx = 6.7279$
37. $\int_1^3 (x+1)e^{x^2+2x} dx = 1.6345 \times 10^6$
38. $\int_1^{95} \frac{x}{\ln e^x} dx = 94$
39. $\int_0^2 \frac{x^6+6x^4+x^3+8x^2+x+5}{x^3+5x+1} dx = 8.9444$

11 Área

Encuentre el área limitada por el eje x y la curvas dadas.

1. $y = \frac{3}{4}x + 1, \quad x = 0, x = 16$
2. $y = x + 5, \quad x = 1, x = 4$
3. $y = 3x^2, \quad x = 1, x = 3$
4. $y = 2x^2 - x, \quad x = -2, x = -1$
5. $y = x + x^2 + x^3, \quad x = -1, x = 1$
6. $y = 3x^2 - 4x, \quad x = -2, x = -1$
7. $y = \frac{4}{x}, \quad x = 1, x = 2$
8. $y = e^x, \quad x = 1, x = 3$
9. $y = \frac{1}{(x-1)^2}, \quad x = 2, x = 3$
10. $y = \frac{1}{x}, \quad x = 1, x = e^2$

11. $y = x^2 - 4x$, $x = 2, x = 6$
12. $y = x^3 + 3x^2$, $x = -2, x = 2$
13. $y = x^2 + 4x - 5$, $x = -5, x = 1$
14. $y = |x|$, $x = -2, x = 2$
15. $y = 4 + 3x - x^2$
16. $y = \sqrt{x - 2}$, $x = 2, x = 6$
17. $y = x^2 + 1$, $x = 0, x = 4$
18. $y = x^2 - 1$; $x = 2$
19. $y = 4e^x$; $x = 0$; $x = 3$
20. $y = 5x - x^2$

12 Área entre curvas

Encuentre el area entre las curvas dadas

1. $y = x, y = -x + 3, y = 0$
2. $y = x^2 + 1, y = x + 3$
3. $y^2 = x + 1, x = 1$
4. $y = x - 6, y^2 = x$
5. $x = y^2 + 2, x = 6$
6. $y = x^3, y = x + 6, x = 0$
7. $y = \sqrt{x}, y = x^2$
8. $y = 2 - x^2, y = x$
9. $y^2 = 6 - x, 3y = x + 12$
10. $y = x^3 + x, y = 0, x = -1, x = 2$
11. $y = x^3, y = \sqrt{x}$
12. $y^2 = -x - 2, x - y = 5, y = -1, y = 1$
13. $y = x^2 - x; y = x^2 + 9$
14. $y = \ln x; x = 0; y = 0; y = 1$
15. $y = 2 - x; y = x - 3; y = 0; y = 2$

13 Aplicaciones de la integral

13.1 Integración con condiciones iniciales

Encuentre y sujeta a las condiciones dadas

1. $\frac{dy}{dx} = 3x - 4; y(-1) = \frac{13}{2}$
2. $\frac{dy}{dx} = 2x; y(0) = 50$
3. $\frac{dy}{dx} = 6x^2 + 2x + 6; y(0) = 18$
4. $\frac{dy}{dx} = 4x(2x^2 - 8)^3; y(2) = 20$
5. $y' = -x^2 + 4x; y(3) = 45$

6. $y' = 4x^3 - 3x^2 + 2x; y(3) = 80$
7. $y' = x^3 - x^2 + x + 3; y(-1) = 0$
8. $y' = 10 - x + x^2; y(2) = -7$
9. $\frac{dy}{dx} = 6x(3x^2 + 7), y(2) = 20$
10. $\frac{d^2y}{dx^2} = 6x + 18; y'(5) = -10; y(2) = 30$
11. $\frac{d^2y}{dx^2} = 15; y'(2) = 20; y(3) = -10$
12. $\frac{d^2y}{dx^2} = 25e^{25x}; y'(0) = 4; y(0) = -2$
13. $y'' = -3x^2 + 4x; y'(1) = 2; y(1) = 3$
14. $y''' = 2x; y''(-1) = 3; y'(3) = 10, y(0) = 13$

13.2 Ingreso marginal

En los siguientes problemas $\frac{dr}{dq}$ es una función de ingreso marginal. Encuentre la función de demanda

1. $\frac{dr}{dq} = 0.7$
2. $\frac{dr}{dq} = 275 - q - 0.3q^2$
3. La función de ingreso marginal del producto de una compañía es

$$\frac{dr}{dx} = 40000 - 4x$$

donde x es el número de unidades vendidas. Si el ingreso total es 0 cuando no se venden unidades, determine la función de ingreso total del producto.

4. Encuentre la función de ingreso marginal a partir de

$$\frac{dr}{dq} = \frac{200}{(q+2)^2}$$

5. Encuentre la función de demanda a partir de

$$\frac{dr}{dq} = \frac{900}{(2q+3)^3}$$

6. La función de ingreso marginal de un fabricante es

$$\frac{dr}{dq} = 250 + 90q - 3q^2$$

si r está en dólares, encuentre el cambio en el ingreso total del fabricante si la producción aumenta de 10 a 20 unidades.

7. Si el ingreso marginal está dado por

$$\frac{dr}{dq} = 100 - \frac{3}{2}\sqrt{2q}$$

determine la ecuación de demanda correspondiente.

8. La función ingreso marginal de un fabricante es

$$\frac{dr}{dq} = 250 - q - 0.2q^2$$

si r está en dólares, encuentre el incremento en el ingreso total del fabricante si la producción se incrementa de 15 a 25 unidades.

9. Si el ingreso marginal mensual por un producto es

$$\frac{dr}{dx} = -0.4x + 30$$

encuentre la función de ingreso total.

13.3 Costo marginal

En los siguientes problemas $\frac{dc}{dq}$ es una función de costo marginal y los costos fijos están indicados entre llaves, encuentre el costo total para el valor dado de q .

1. $\frac{dc}{dq} = 1.35; \{200\}; q = 30$
2. $\frac{dc}{dq} = 0.000204q^2 - 0.046q + 6; \{15000\}; q = 200$
3. Un fabricante ha determinado que la función de costo marginal es

$$\frac{dc}{dq} = 0.003q^2 - 0.4q + 40$$

donde q es el número de unidades producidas. Si el costo marginal es de \$27.50 cuando $q = 50$ y los costos fijos son de \$5000, ¿cuál es el costo *promedio* de producir 100 unidades?

4. La función que describe el costo marginal (en dólares) de la producción de un artículo es

$$\frac{dc}{dx} = 8x + 800$$

donde x indica el número de unidades producidas. Se sabe que el costo total es de \$80 000 cuando se fabrican 40 unidades. Calcule la función de costo total.

5. Encuentre la función de costo total a partir de

$$\frac{dc}{dq} = \frac{20}{q+5}$$

si los costos fijos son 2000.

6. Encuentre la función de costo total a partir de

$$\frac{dc}{dq} = 3e^{0.002q}$$

si los costos fijos son 1000.

7. La función costo marginal de un fabricante es

$$\frac{dc}{dq} = 0.004q^2 - 0.5q + 50$$

si c está en dólares, determine el costo de incrementar la producción de 90 a 180 unidades.

8. La función de costo marginal de un fabricante es

$$\frac{dc}{dq} = \frac{1000}{\sqrt{3q+70}}$$

si c está en dólares, determine el costo implicado en incrementar la producción de 10 a 33 unidades.

9. Si el costo marginal mensual de un producto es

$$\frac{dc}{dq} = 2x + 100$$

con costos fijos que ascienden a \$200, encuentre la función de costo total para el mes.

10. El costo promedio de un producto cambia a una tasa de

$$\bar{C}'(x) = -6x^{-2} + \frac{1}{6}$$

y el costo promedio de 6 unidades es de \$10.00

- a) Encuentre la función de costo promedio

b) Encuentre el costo promedio de 12 unidades

11. La Dewitt Company ha encontrado que la razón de cambio de su costo promedio por producto es

$$\bar{C}'(x) = \frac{1}{4} - \frac{100}{x}$$

donde x es el número de unidades y el costo se da en dólares. El costo promedio de producir 20 unidades es de \$40.00.

a) Encuentre la función de costo promedio del producto.

b) Encuentre el costo promedio de 100 unidades del producto.

13.4 Utilidad marginal

1. La función que describe la utilidad marginal lograda al producir y vender un producto es

$$\frac{dP}{dx} = -6x + 450$$

donde x es el número de unidades y $\frac{dP}{dx}$ es la utilidad marginal medida en dólares. Cuando se producen y venden 100 unidades, la utilidad total es \$5 000. Encuentre la función de utilidad total.

2. La función que describe la utilidad marginal lograda con la fabricación y venta de un producto es

$$\frac{dP}{dx} = -3x + 500$$

donde x es el número de unidades y $\frac{dP}{dx}$ es la utilidad marginal medida en dólares. Cuando se producen y venden 200 unidades, la utilidad total es \$15 000. Determine la función de utilidad total.

3. Una empresa sabe que su costo marginal de un producto es

$$\frac{dc}{dx} = 3x + 20$$

que su ingreso marginal es

$$\frac{dr}{dx} = 44 - 5x$$

y que el costo de producción y venta de 80 unidades es \$11 400.

a) Encuentre el nivel óptimo de producción

b) Encuentre la función de ganancia

c) Encuentre la ganancia o pérdida en el nivel óptimo

4. Una empresa sabe que su costo marginal de un producto es

$$\frac{dc}{dx} = 6x + 60$$

que su ingreso marginal es

$$\frac{dr}{dx} = 180 - 2x$$

y que su costo total de producción de 10 unidades es \$1 000.

a) Encuentre el nivel óptimo de producción

b) Encuentre la función de ganancia

c) Encuentre la ganancia o pérdida en el nivel óptimo

13.4.1 Excedentes del consumidor y del productor

En los siguientes problemas la primera ecuación es de demanda y la segunda es una ecuación de oferta de un producto. Determine el excedente de los consumidores y de los productores, bajo el equilibrio de mercado.

1.

$$\begin{aligned} p &= 22 - 80q \\ p &= 6 + 1.2q \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} p &= \frac{50}{q+5} \\ p &= \frac{q}{10} + 4.5 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} q &= 100(10 - 2p) \\ q &= 50(2p - 1) \end{aligned}$$

4. La ecuación de demanda de un producto es

$$q = \sqrt{100 - p}$$

calcule el excedente de los consumidores bajo el equilibrio del mercado, que ocurre a un precio de \$84.

5. La ecuación de demanda para un producto es

$$p = 60 - \frac{50q}{\sqrt{q^2 + 3600}}$$

y la ecuación de oferta es

$$p = 10 \ln(q + 20) - 26$$

determine el excedente de los consumidores y de los productores bajo equilibrio del mercado.

6. Para un producto, la ecuación de demanda es

$$p = (q - 5)^2$$

y la ecuación de oferta es

$$p = q^2 + q + 3$$

donde p es el precio de 100 unidades cuando q cientos de unidades son demandadas u ofrecidas. Determine el excedente de los consumidores bajo equilibrio del mercado.

7. La ecuación de demanda para un productor es

$$p = \frac{200}{\sqrt{q+20}}$$

y la ecuación de oferta es

$$p = 2 \ln(q + 10) + 5$$

determine los excedentes de los consumidores y de los productores bajo el equilibrio de mercado.

8. La función de demanda para un producto es

$$p = 34 - x^2$$

. Si el precio de equilibrio es \$9, ¿cuál es el superávit del consumidor?

9. Si la función de demanda para un producto es

$$p = 110 - x^2$$

y la función de oferta es

$$p = 2 - \frac{6}{5}x + \frac{1}{5}x^2$$

encuentre el superávit del consumidor en competencia pura.

10. Suponga que la función de oferta para una mercancía es

$$p = 4x^2 + 2x + 2$$

si el precio de equilibrio es \$442, ¿cuál es el superávit del productor?

11. Si la función de oferta para un producto es

$$p = 10e^{x/3}$$

¿cuál es el superávit del productor cuando se venden 15 unidades?

12. Encuentre el superávit del productor para una mercancía con una función de demanda

$$p = \frac{12}{x+1}$$

y una función de oferta

$$p = 1 + 0.2x$$

14 Tarea matrices

- 1.- Considere las siguientes matrices $a = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, $c = \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ y $d = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ para realizar las siguientes operaciones

I.- $a+b$

II.- $b-c+d$

III.- $3d-4a+2c$

IV.- $5a-b-2c$

V.- ab

VI.- db

2.- Sean $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$ determine AB .

3.- Sean $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

calcule

I.- AB

II.- AC

III.- AD

IV.- BA

V.- BB

VI.- BC

VII.- BD

VIII.- CA

IX.- CB

X.- CD

XI.- DA

XII.- DB

XIII.- DC

- 4.- Sean las siguientes matrices calcule su determinante

a) $D = \begin{bmatrix} -17 & 9 \\ -15 & -3 \end{bmatrix}$

$$b) D = \begin{bmatrix} -2 & 14 \\ 3 & 14 \end{bmatrix}$$

$$c) D = \begin{bmatrix} 17 & -19 \\ 11 & -13 \end{bmatrix}$$

$$d) D = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 4 & -20 \end{bmatrix}$$

$$e) D = \begin{bmatrix} -4 & 16 \\ 12 & -17 \end{bmatrix}$$

$$f) D = \begin{bmatrix} 20 & -15 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$g) D = \begin{bmatrix} 18 & -3 \\ -12 & 7 \end{bmatrix}$$

$$h) D = \begin{bmatrix} -19 & 8 \\ -10 & 18 \end{bmatrix}$$

$$i) D = \begin{bmatrix} 16 & -13 \\ -4 & 10 \end{bmatrix}$$

$$j) D = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 19 \\ -4 & -3 & -11 \\ 7 & 8 & 18 \end{bmatrix}$$

$$k) D = \begin{bmatrix} -9 & -4 & 9 \\ -1 & -3 & -4 \\ 9 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$l) D = \begin{bmatrix} -5 & -7 & 4 \\ 5 & 0 & -8 \\ -4 & 4 & -10 \end{bmatrix}$$

$$m) D = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 7 \\ -1 & 7 & 4 \\ -9 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$n) D = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 3 \\ -3 & 0 & 10 \\ -8 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{n}) D = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -2 \\ 8 & 0 & -9 \\ 8 & -9 & 5 \end{bmatrix}$$

$$o) D = \begin{bmatrix} 8 & 0 & -3 \\ 8 & -10 & 10 \\ -5 & -7 & 4 \end{bmatrix}$$

Sean los siguientes sistemas de ecuaciones resuelvalos por sustitución, eliminación, regla de cramer y gauss jordan.

I.-

$$5x - 2y = 3$$

$$4x - y = 1$$

II.-

$$2x - y = 9$$

$$5x + 2y = -3$$

III.-

$$5x - 4y = -2$$

$$6x + 2y = 18$$

IV.-

$$2x + 5y = 1$$

$$-3x + 4y = -13$$

V.-

$$\begin{aligned}2x - 5y &= 17 \\ -x + 4y &= -13\end{aligned}$$

VI.-

$$\begin{aligned}3x - 6y &= 6 \\ 2x + 3y &= -10\end{aligned}$$

VII.-

$$\begin{aligned}6y - 4x &= 6 \\ -2x + 3y &= 3\end{aligned}$$

VIII.-

$$\begin{aligned}-4x + 5y &= 12 \\ 8x - 10y &= -24\end{aligned}$$

Encuentre la solución si existe de los siguientes sistemas de ecuaciones

1.

$$\begin{aligned}2x + 5y &= -8 \\ 3x + 4y &= -5\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x + 5y &= -8 \\ 3x + 7y &= 0\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x + y &= 5 \\ 4x + 4y &= 9\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}2x + 5y &= -4 \\ 8x + 20y &= -16\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x + y + z &= -8 \\ 3x + y - z &= 3 \\ x - 2y - 5z &= 5\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}2x + 6y - 4z &= 1 \\ x + 3y - 2z &= 4 \\ 2x + y - 3z &= -7\end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned}2x - 3y + 2z &= -3 \\ -3x + 2y + z &= 1 \\ 4x + y - 3z &= 4\end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 2 \\ 3x + 2y - z &= -5 \\ 5x - 2y + z &= 0 \end{aligned}$$

9.

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 12 \\ 3y + z &= -2 \\ 5x - 3z &= 3 \end{aligned}$$

10.

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 1 \\ 2x + y &= -7 \\ -x + y &= -1 \end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= -2 \\ x + y &= 1 \\ x - 2y &= 13 \end{aligned}$$

Calcule A^T si

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -1 & -7 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \\ -1 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

6. $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & -1 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

Calcule $\text{Abj}(A)$ si

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$$3. A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$4. A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -1 & -7 \end{bmatrix}$$

$$5. A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \\ -1 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$6. A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$7. A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$8. A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Calcule A^{-1} si

$$1. A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2. A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$3. A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$4. A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -1 & -7 \end{bmatrix}$$

$$5. A = \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$6. A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$7. A = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$8. A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \\ -1 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$9. A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$10. A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$11. A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$12. A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$13. A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$14. A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Encuentre la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones mediante el método de matriz inversa.

1.

$$2x + 4y = -8$$

$$3x + 4y = -5$$

2.

$$-x + 5y = -8$$

$$3x + 7y = 0$$

3.

$$8x + 8y = 5$$

$$4x + 4y = 9$$

4.

$$4x + 10y = -8$$

$$8x + 20y = -16$$

5.

$$x - y + z = -8$$

$$3x + y - z = 3$$

$$x - 2y - 5z = 5$$

6.

$$2x + 6y - 4z = 1$$

$$x + 3y - 2z = 4$$

$$2x + y - 3z = -7$$

15 Aplicaciones sistemas de ecuaciones

1. Dadas la funciones de demanda y oferta

$$p = -0.2x^2 - 1.2x + 50$$

$$p = 0.1x^2 + 3.2x + 25$$

determine la cantidad y precio de equilibrio.

2. Encuentre el punto de equilibrio del mercado para las funciones

$$\text{Demanda} : p = -2p + 320$$

$$\text{Oferta} : p = 8q + 2$$

3. Encuentre el punto de equilibrio del mercado para las funciones

$$\text{Demanda} : 2p = -q + 56$$

$$\text{Oferta} : 3p - q = 34$$

4. Encuentre el punto de equilibrio del mercado para las funciones

$$\textit{Demanda} \quad : \quad p = 480 - 3q$$

$$\textit{Oferta} \quad : \quad p = 17q + 80$$

5. Un grupo minorista comprará a un mayorista 45 teléfonos inalámbricos si el precio es \$10 cada uno y comprará 20 si el precio es de \$60. El mayorista ofrecerá 35 teléfonos a \$30 cada uno y 70 a \$50 cada uno. Suponiendo que las funciones de oferta y demanda son lineales, encuentre el punto de equilibrio del mercado.
6. Un grupo minorista comprará a un mayorista 80 televisores si el precio es \$350 cada uno y 120 si el precio es de \$300. El mayorista ofrecerá 60 si el precio es de \$280 y 140 si el precio es \$370 cada uno. Suponiendo que las funciones de oferta y demanda son lineales, encuentre el punto de equilibrio del mercado.
7. Si el propietario de una tienda de calzado comprará 10 pares de cierto zapato si el precio es de \$75 por par, y 30 pares si el precio es \$25. El proveedor de los zapatos está dispuesto a surtir 35 pares si el precio es de \$80 por par y 5 pares si el precio es de \$20. Suponiendo que las funciones de oferta y demanda son lineales, encuentre el punto de equilibrio del mercado.