# FISICA COMPUTACIONAL

# PROYECTO 4

Emilio Nieto Morales

2024-2025

# Índice

# 1. Introducción

En este proyecto, vamos a estudiar cómo se difunde la temperatura debajo de la superficie terrestre, ya que nuestro objetivo es calcular la profundidad mínima a la que colocar unas tuberías por las que correrá agua, para que el agua no se congele.

En la región que consideraremos, la temperatura de la superficie varía entre 35 $^{C}$ y $-15$ $^{C}$, y la profundidad que estudiaremos será $x = 0$ (para la superficie y $x = 4$. La profundidad viene medida en metros. La temperatura superficial la modelizaremos mediante un seno, que será función del tiempo ($t$) en años. Nuestro estudio abarcará un período de tiempo de 4 años.

$$T(x = 0, t) = 10 + 25sin(2\pi t) \tag{1}$$

que es una condición de contorno en la superficie del tipo Dirichlet.

Estudiaremos la ecuación de difusión de la temperatura, con un coeficiente de difusión $D = 2,4\ m^2/año$.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{2}$$

Consideraremos que la temperatura a $t = 0$ es homogénea y de valor $T = 10^C$. En la máxima profundidad, consideraremos condiciones de contorno de Neumann de la siguiente manera:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=4\,\mathrm{m}} = 0 \tag{3}$$

# 2. Obtención de $T(x, t)$

Para obtener la evolución temporal de la temperatura con la profundidad, emplearemos un método numérico de resolución de ecuaciones en derivadas parciales llamado Crank-Nicolson. Este método lo programaremos en Fortran. A este método le aplicaremos un paso temporal de $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-4}$ años y un paso en profundidad de $\Delta x = 0,04$ m.

Este método se encuentra en el archivo comprimido con el nombre *dif.f*.Las tablas de datos obtenidas se usarán para representar la temperatura en función de $x$ y $t$.

Si se ejecuta el código fortran del fichero señalado, se verá como se imprime por pantalla la profundidad mínima de la que hablábamos en la introducción. Esta la obtenemos a partir de la temperatura mínima de cada profundidad a lo largo de los 4 años, es decir, a $x = 0$, se registra la temperatura mínima en 4 años y se guarda. Así para todas las profundidades establecidas (darse cuenta, que hemos discretizado la profundidad y el tiempo para poder resolver numéricamente la ecuación de difusión), de tal forma que obtenemos una función $T_{min}(x)$. Tomando la profundidad a la cual la $T_{min}$ está entre 0 y 0,5, ya que, como dijimos, la profundidad y tiempo son discretos, por lo que tendremos una resolución que debemos respetar.

Con todas estas condiciones, obtenemos una profundidad mínima para que el agua de las tuberías no se congele de:

$$x = 0,8 \quad m \tag{4}$$

## 3. Gráficas de las temperaturas

En esta sección mostraremos las gráficas obtenidas con *GNUPLOT* de los parámetros pedidos. Lo primero que hacemos es representar la temperatura en función de la temperatura y la profundidad en un plot 3D, con el comando *splot*.

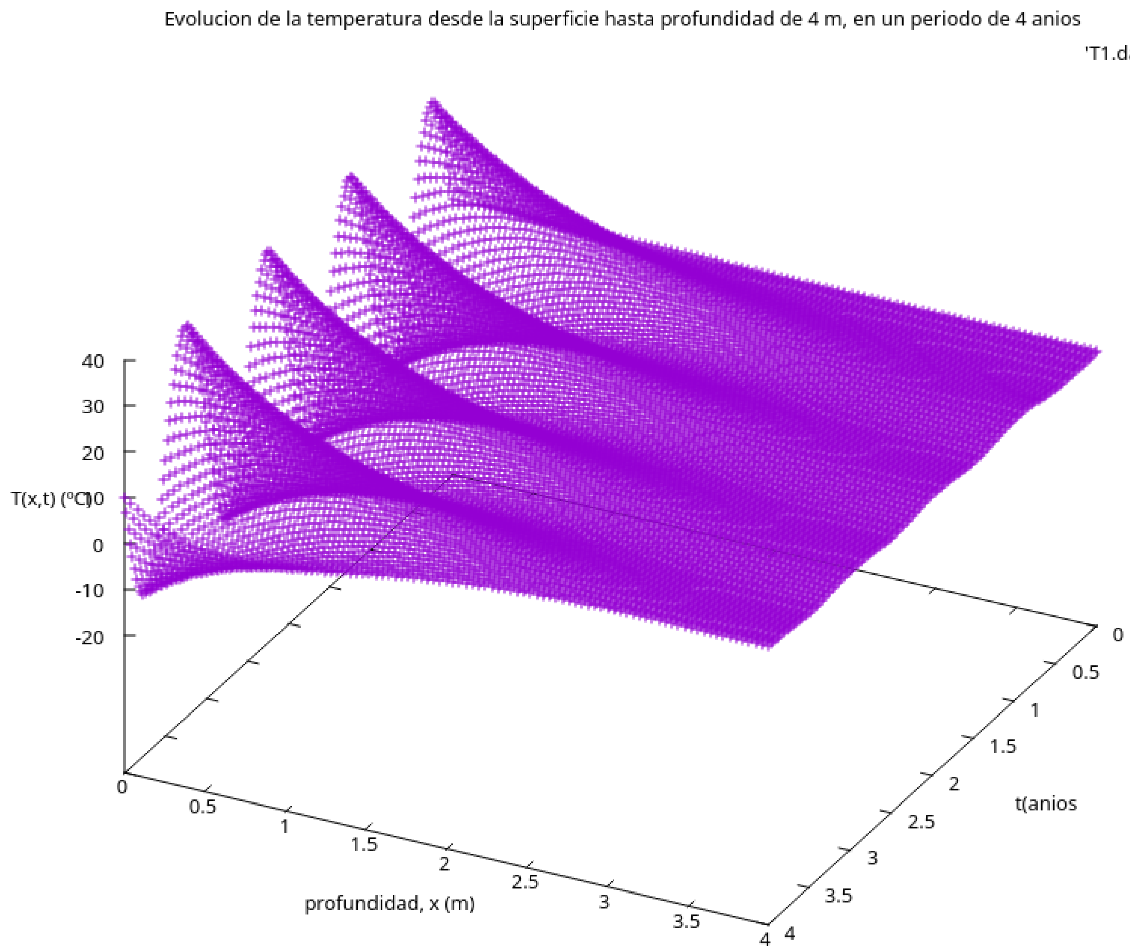


Figura 1: Gráfica de la temperatura respecto a la profundidad y tiempo.

se puede observar en la gráfica las condiciones iniciales y de contorno que hemos impuesto. Para una profundidad de 0 m, en la superficie, la temperatura es un seno que oscila entre 35 y -15 $^{C}$. En $t = 0$ no se aprecia bien la condición de contorno de Dirichlet, pero la temperatura está en 10 $^{C}$, como queríamos.

También se nos pide que a unas determinadas profundides fijas, obtengamos la temperatura en un función del tiempo. Lo haremos para las profundidades $x = 0$, $x = 0,6$, $x = 1$ y $x = 2$ m.

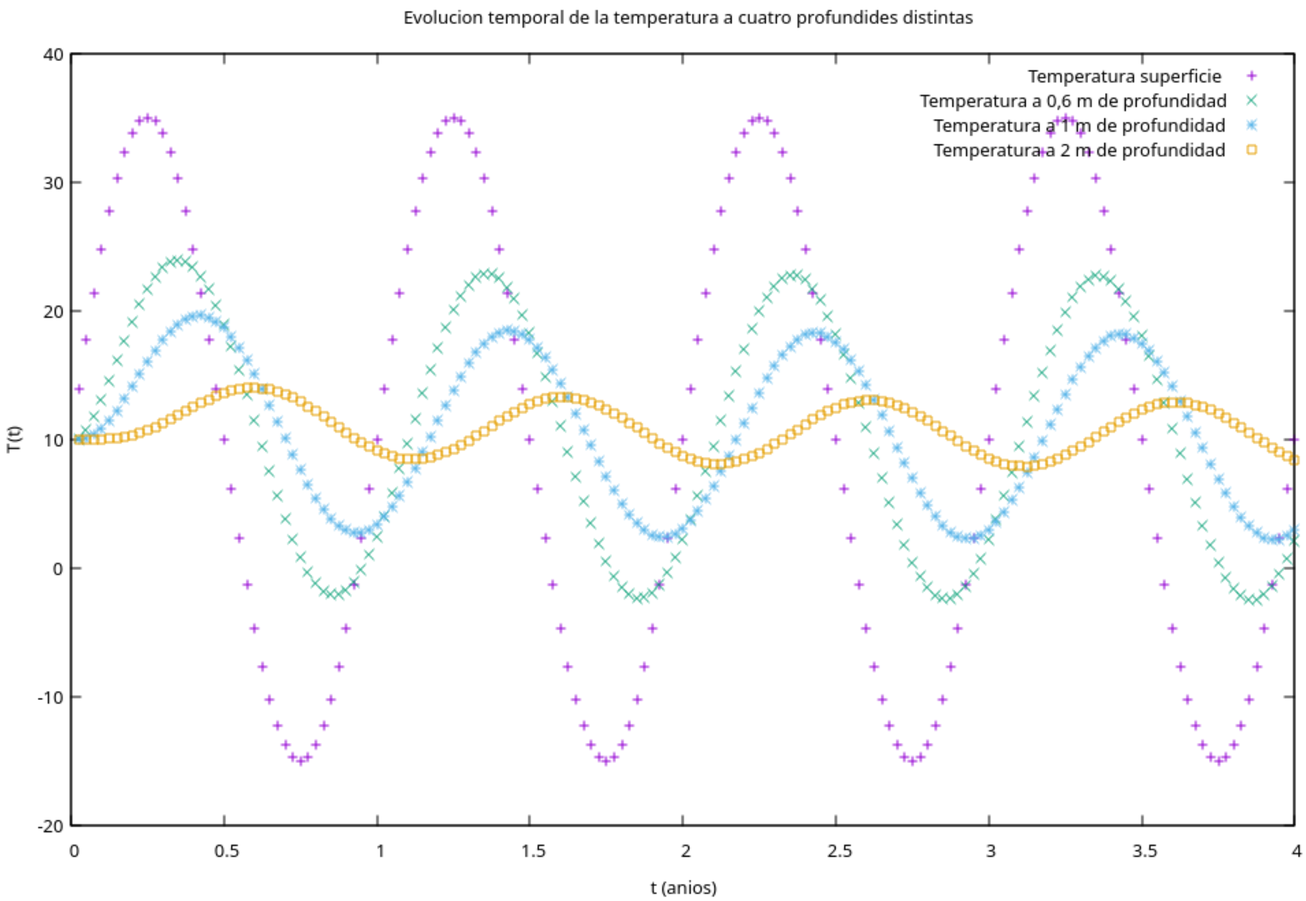


Figura 2: Temperatura en función del tiempo a varias profundidades fijas.

como podemos observar, a medida que aumentamos la profundidad, las oscilaciones de la temperatura se van haciendo cada vez más pequeñas. También se ve como se van desfasando respecto a la superficial, lo cual se debe al valor del coeficiente de difusión. Si este coeficiente fuese más alto, el desfase no sería tan notable.

Por último, se nos pide obtener las temperaturas máxima y mínima y media en función de la profundidad. Para ello, iteramos en el tiempo para cada profundidad y nos quedamos con la mayor o menor según es máxima o mínima. Con todas las temperaturas contruímos las funciones de $T_{max}$ y $T_{min}$.

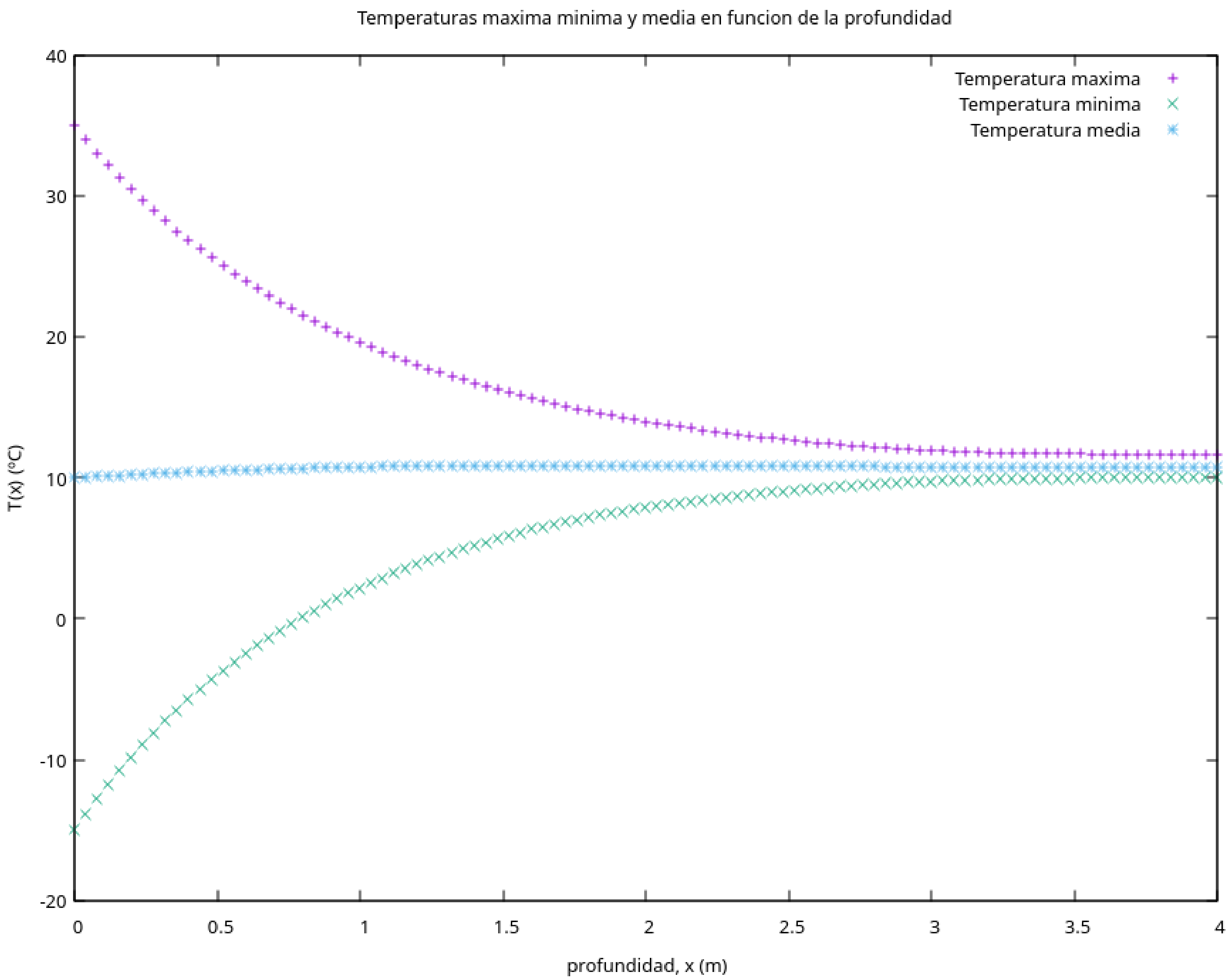


Figura 3: Temperaturas máxima, mínima y media a lo largo de 4 años, en función de la profundidad.

se puede observar como la máxima y mínima en la superficie son 35 y $-10$ $°C$, lo cual concuerda con los datos del problema y nos confirma que hemos obtenido unos buenos resultados. También es un punto a considerar, que a medida que nos adentramos en la corteza terrestre, las temperaturas máxima y mínima se van acercando hasta tener prácticamente el mismo valor. Esto es así porque los cambios superficiales de temperatura se difunden cada vez con menos intensidad, haciendo que tanto las máximas como las mínimas se acerquen al valor definido como la temperatura inicial, que era la misma para todas las profundidades.