Εργαστήριο ΣΑΕΙΙ

ΑΙΜΙΛΙΟΣ ΜΑΥΡΟΘΑΛΑΣΣΙΤΗΣ
ΑΕΜ:10983

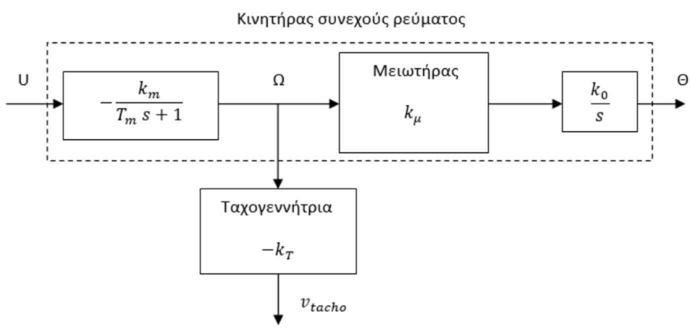
2025

Περιεχόμενα

1 Εργαστηριακή Άσκηση 1

1.1 Μοντελοποίηση

Στην πρώτη εργαστηριακή άσκηση μας δόθηκε το παρακάτω διάγραμμα μπλοκ, με Ω μετρημένο σε rpm και vtacho, θ σε V:



Σχήμα 1

Για να προσδιορίσουμε πειραματικά τις άγνωστες σταθερές: km,Tm,kτ,kμ,ko.
1) Βρίσκουμε τη συνάρτηση μεταφοράς της vtacho, για την είσοδο u:

$$\frac{Vtacho}{u}(s) = \frac{km \cdot k\tau}{Tm \cdot s + 1} \tag{1}$$

Χρησιμοποιώντας τον παλμογράφο, μετράμε την είσοδο u = 10.1V και στην συνέχεια για την παραπάνω είσοδο τοποθετούμε τον παλμογράφο στην ταχογεννήτρια και μετράμε την vtacho = 8.9V (μετά τα μεταβατικά φαινόμενα) άρα:

$$\lim_{t \to \infty} \frac{vtacho}{u}(t) = \frac{Vtacho}{u}(s = 0) = \frac{8.9}{10.1} = \frac{km \cdot k\tau}{Tm \cdot 0 + 1}$$

Συνεπώς :

$$km \cdot k\tau = 0.88 \tag{2}$$

2) Η σταθερά Tm αντιπροσωπεύει τον απαιτούμενο χρόνο της vtacho για να φτάσει το $63.\overline{33}\%$ της τελικής τιμής της ($8.9 \cdot 63.\overline{33}\% = 5.63V$) ο οποίος χρησιμοποιώντας τον παλμογράφο είναι:

$$Tm = 0.531s$$

3) Βρίσκουμε την συνάρτηση μεταφοράς Θ, για είσοδο Ω:

$$\frac{\Theta}{\Omega}(s) = \frac{k\mu \cdot ko}{s} =>$$

και την φέρνουμε σε διαφορική μορφη

$$s \cdot \Theta = k\mu \cdot ko \cdot \Omega => \dot{\theta} = k\mu \cdot ko \cdot \omega => \frac{d\theta}{dt} = k\mu \cdot ko \cdot \omega$$

Στην συνέχεια, μετράμε με τον παλμογράφο την τάση εξόδου (Θ) και παρατηρούμε οτι για μια περίοδο με Ts=0.9s έχουμε μετατόπιση τάσης ΔV=14.4V.
Συνεπώς, η συχνότητα που γυρνάει ο άξονας εξόδου είναι $\omega\theta = \frac{1}{0.9} \cdot 60 = 66.6rpm$.

Αντικαθιστώντας στα παραπάνω:

$$\frac{\Delta\Theta}{\Delta t} = k\mu \cdot \omega \cdot ko => \frac{14.4}{0.9} = \omega\theta \cdot ko$$

$$ko = 0.24$$

4) Για μία περιστροφή του κινητήρα, ο άξονας περιστρέφεται κατά 10 μοίρες άρα:

$$k\mu = \frac{1}{36 = 360/10} = 0.027$$

5) Η συνάρτηση μεταφοράς της vtacho, για την ταχύτητα περιστροφής της ταχογεννήτριας (Ω) είναι:

$$\frac{Vtacho}{\Omega} = k\tau => Vtacho = k\tau \cdot \Omega => 8.9V = k\tau \cdot \frac{\omega\theta}{k\mu} => 8.9 = k\tau \cdot \frac{66.6}{0.027}$$

$$k\tau = 0.004$$

Έτσι από σχέση (2)

$$km = 220$$

1.2 Πινακας σταθερών

Σταθερά	**Μονάδες**
k_m	220
k_τ	0,004
k_μ	0.027
k_o	0.24
T_m	0.531s

Πίνακας 1: Πίνακας σταθερών του συστήματος

2 Εργαστηριακή Άσκηση 2

2.1 Ζητούμενα

Σκοπός της δεύτερης εργαστηριακής άσκησης, είναι η άσκηση έλεγχου στην θέση του άξονα μέσω γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων, για να καταλήγει σε επιθυμητές τιμές.
Ζητούμενα εργαστηριακής άσκησης:

1. Έστω η τάση αναφοράς θ_{ref} =5Volts και η αρχική θέση του κινητήρα θ_o=2Volts. Να σχεδιαστεί ελεγκτής γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων (θέσης και ταχύτητας) ώστε η θέση θ(t) του κινητήρα να συγκλίνει στην θ_{ref}. Η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου πρέπει να μην παρουσιάζει υπερύψωση και ο χρόνος αποκατάστασης να είναι ο μικρότερος δυνατός.

2.Παρατηρείτε την ύπαρξη σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση; Αν ναι, πού πιστεύετε ότι οφείλεται; Πώς θα μπορούσε να μειωθεί το σφάλμα αυτό;

3.Κατεβάστε το μαγνητικό φρένο του κινητήρα και επαναλάβετε τον έλεγχο με τα κέρδη που υπολογίσατε στο 1^o ερώτημα. Τι παρατηρείτε;

4.Ανεβάστε ξανά το μαγνητικό φρένο και επαναλάβετε τον έλεγχο με τα κέρδη που υπολογίσατε στο 1ο ερώτημα για $\theta_{ref}(t) = 5 + 2 \cdot sin(t)$. Τι παρατηρείτε αλλάζοντας τη συχνότητα του ημιτόνου;

Σε όλα τα πειράματα που κάνετε θα πρέπει να παίρνετε και να αποθηκεύετε μετρήσεις μέσω του MATLAB και να παρουσιάσετε διαγράμματα των καταστάσεων του συστήματος, της εισόδου ελέγχου και κοινό διάγραμμα τρέχουσας και επιθυμητής θέσης συναρτήσει του χρόνου.

2.2 Προετοιμασία

Αρχικά φέρνουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς σε μορφή διαφορικών εξισώσεων, θέτοντας $x1 = \theta$ και $x2 = vtacho$
Από την (1) έχουμε:

$$\frac{Vtacho}{u}(s) = \frac{km \cdot k\tau}{Tm \cdot s + 1} => X2 \cdot Tm \cdot s + X2 = U \cdot km \cdot k\tau =>$$

$$X2 \cdot s + \frac{1}{Tm} \cdot X2 = \frac{1}{Tm} \cdot U \cdot km \cdot k\tau =>$$

$$\dot{x2} = -\frac{1}{Tm} \cdot x2 + \frac{km \cdot k\tau}{Tm} \cdot u$$

και

$$\frac{X1}{X2} = \frac{X1}{\Omega} \cdot \frac{\Omega}{X2} = \frac{k\mu \cdot ko}{s} \cdot \frac{1}{k\tau} => X1 \cdot s = x2 \cdot \frac{k\mu \cdot ko}{k\tau} =>$$

$$\dot{x1} = x2 \cdot \frac{k\mu \cdot ko}{k\tau}, y = x1$$

άρα έχουμε το σύστημα, για $x = \begin{bmatrix} x1 & x2 \end{bmatrix}^T$

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u, A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{k\mu \cdot ko}{k\tau} \\ 0 & -\frac{1}{Tm} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{km \cdot k\tau}{Tm} \end{pmatrix}$$

$$y = C \cdot x, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

όπου u ελεγκτής ανάδρασης καταστάσεων

$$u = -K \cdot x + kr \cdot r, K = \begin{bmatrix} k1 & k2 \end{bmatrix}$$

Για την έυρεση των $k1, k2, kr$, ως προς τις ιδιοτιμές του συστήματος, έγινε σύνταξη του παρακάτω κώδικα στο MATLAB:

```
km = 220;
kt = 0.004;
kM = 0.027;
ko = 0.24;
Tm = 0.531;
syms s s1 s2; %idiotimes s1 s2
syms k1 k2
I = [1, 0;
     0, 1];
s1 = -7;
s2 = -7;

A = [0 kM*ko/kt;
     0 -1/Tm];
```

```
B = [0;
    km*kt/Tm];
C = [1,0];
K = [k1, k2];
% evresi K gia idiotimes s1 s2
pclosed = det(s * I - (A - B * K)); %to xaraktiristiko polionimo pou exoume
pdesired = (s - s1) * (s - s2);     %epithimito xaraktiristiko polionimo
c_pc = coeffs(pclosed, s);          %sidelestes tou s sto pclosed
c_pd = coeffs(pdesired, s);         %sidelestes tou s sto pdesired
eq = c_pc == c_pd;
sol = solve(eq, K);
K = [sol.k1, sol.k2];
%
kr = -1/(C*((A - B*K)^-1)*B);
```

2.3 Ερώτημα 1

Έστω η τάση αναφοράς θ_{ref} =5Volts και η αρχική θέση του κινητήρα θ_o=2Volts. Να σχεδιαστεί ελεγκτής γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων (θέσης και ταχύτητας) ώστε η θέση θ(t) του κινητήρα να συγκλίνει στην θ_{ref}. Η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου πρέπει να μην παρουσιάζει υπερύψωση και ο χρόνος αποκατάστασης να είναι ο μικρότερος δυνατός.

Τρέχουμε τον κώδικα για διπλή ιδιοτιμή στο -7 ώστε:

- να έχουμε ευστάθεια
- να πετύχουμε το φυσικό όριο του χρόνου αποκατάστασης
- να αποφύγουμε υπερυψώσεις

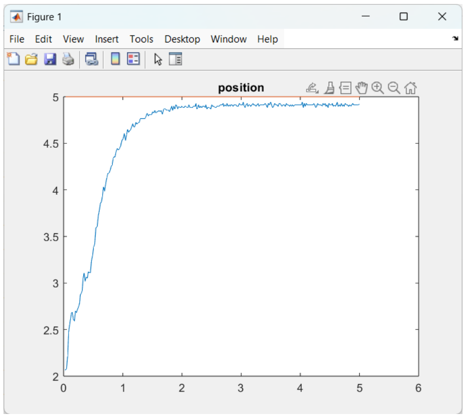
και υπολογίζεται το $K = \begin{bmatrix} k1 & k2 & kr \end{bmatrix}$ με τιμές:

$$\begin{bmatrix} K & kr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.252 & 7.311 & 18.252 \end{bmatrix}$$

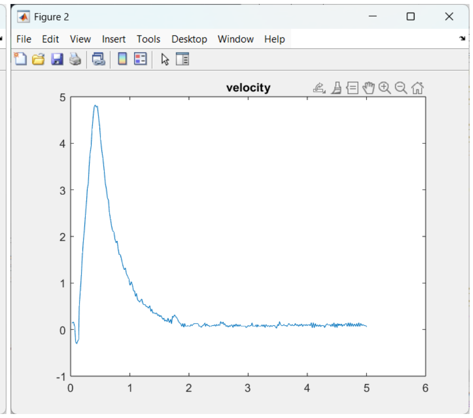
Γίνεται σύνδεση με το arduino, θέτουμε μέσα στην λούπα:
$x = \begin{bmatrix} theta & vtacho & r(t) \end{bmatrix}^T$
$u = -\begin{bmatrix} K & kr \end{bmatrix} \cdot x$
$r(t) = @(t)5$
Μετακινούμε τον άξονα θέσης στο σημείο όπου $\theta = 2V$ και τρέχουμε το πρόγραμμα.

```
x = [theta;
     vtacho;
     r(t)];
u = -K * x;


if u > 0
    analogWrite(a, 6, 0);
    analogWrite(a, 9, min(round(u / 2 * 255 / Vref_arduino), 255)); may lord help us all
    %analogWrite(a, 9, min(round(e / 2 * 255 / Vref_arduino), 255));

%   writePWMVoltage(a, 'D6', 0)
%   writePWMVoltage(a, 'D9', abs(e) / 2)
else
    analogWrite(a, 9, 0);
    analogWrite(a, 6, min(round(-u / 2 * 255 / Vref_arduino), 255));%may lord help us all
    %analogWrite(a, 6, min(round(-e / 2 * 255 / Vref_arduino), 255));
```

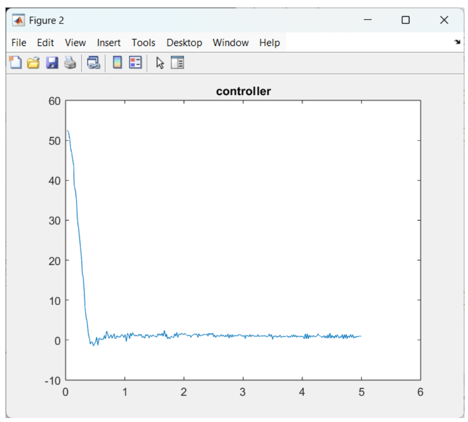
Τα διαγράμματα θέσης, ταχύτητας, ελεγκτή ακολουθούν.



Διάγραμμα θέσης



Διάγραμμα ταχύτητας



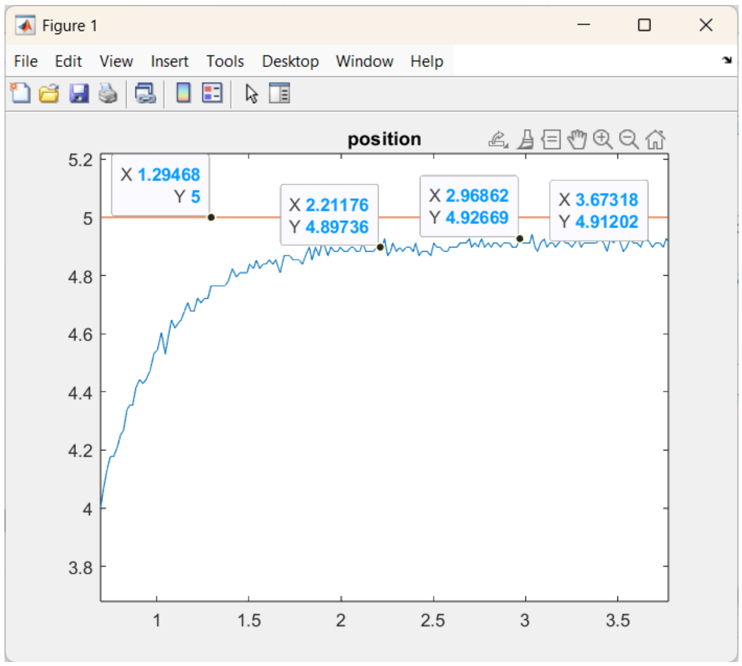
Διάγραμμα ελεγκτή

Συμπεράσματα:

- **Διάγραμμα θέσης**: δεν παρουσιάζεται υπερύψωση.
- **Διάγραμμα ελεγκτή**: δεν βελτιώνεται ο χρόνος αποκατάστασης, μετακινώντας τις ιδιοτιμές πιο αριστερά, καθως ο ελεγκτής παίρνει τιμές > 10 που είναι το φυσικό όριο τάσης που μπορεί να δώσει το arduino

2.4 Ερώτημα 2

Παρατηρείτε την ύπαρξη σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση; Αν ναι, πού πιστεύετε ότι οφείλεται; Πώς θα μπορούσε να μειωθεί το σφάλμα αυτό;



Διάγραμμα θέσης

Το διάγραμμα θέσης παρουσιάζει σφάλμα θέσης στην μόνιμη κατάσταση ($\approx 0.1V$). Αυτό οφείλεται σε:

- εξωτερικές διαταραχές
- όχι ακριβής μετρήσεις
- μη αναλυτική μοντελοποίησην (πιο καθοριστικός παράγοντας, λόγω της παράληψης των τριβών του συστήματος)

Για την μείωση του σφάλματος θα μπορούσαμε να:

- λάβουμε υπόψη στην $\dot{x}2$ την δύναμη της τριβής
- να πάρουμε καλύτερες μετρήσεις
- να αυξήσουμε την κ1 η οποία σε θεωρητική ανάλυση μειώνει την επίδραση διαταραχών στο σύστημα - αυξάνει την επίδραση των σφαλμάτων μετρήσεων, αλλά με πιο ακριβής μετρήσεις καθορίζεται ένα καλό trade off

2.5 Ερώτημα 3

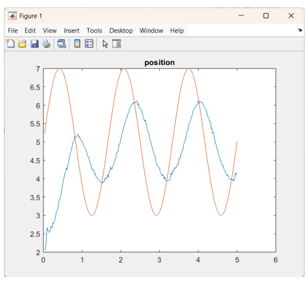
Κατεβάστε το μαγνητικό φρένο του κινητήρα και επαναλάβετε τον έλεγχο με τα κέρδη που υπολογίσατε στο 1ο ερώτημα. Τι παρατηρείτε;

Παρατηρούμε ότι με την χρήση του μαγνήτη/φρένου δεν υπήρχε διαφορά στην λειτουργία του συστήματος κάτω απο έλεγχο, διότι ήταν απομαγνητοποιημένος.
Προβλέπεται ότι αμα ήταν λειτουργικός, το σφάλμα θέσης θα μεγάλωνε αισθητά, καθώς η τριβή στον συνδεδεμένο δίσκο πάνω στο κινητήρα, θα ηταν σημαντικά αυξημένη, με αποτέλεσμα η μοντελοποίηση να αγνοούσε μεγαλύτερο μέρος της φυσικής ανάλυσης του συστήματος.

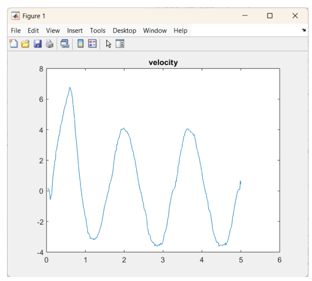
2.6 Ερώτημα 4

Ανεβάστε ξανά το μαγνητικό φρένο και επαναλάβετε τον έλεγχο με τα κέρδη που υπολογίσατε στο 1ο ερώτημα για $\theta_{ref}(t) = 5 + 2 \cdot sin(t)$. Τι παρατηρείτε αλλάζοντας τη συχνότητα του ημιτόνου;

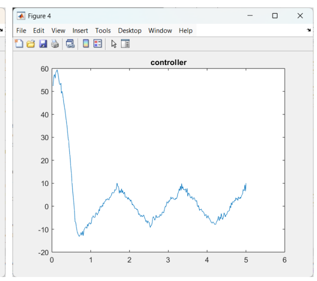
Αφού ανεβάσαμε ξανά το μαγνητικό φρένο, για είσοδο
$r(t) = \theta\text{ref} = 5 + 2 \cdot sin(\omega\text{i} \cdot t)$ με
$\omega1 = 3.77, \omega2 = 1.26, \omega3 = 0.31$ (δοσμένα στο εργαστήριο)
Πριν απο κάθε εκτέλεση του προγράμματος μετακινούμε τον άξονα θέσης στο σημείο όπου $\theta = 2V$.
Ακολουθούν τα διαγράμματα θέσης, ταχύτητας, ελεγκτή



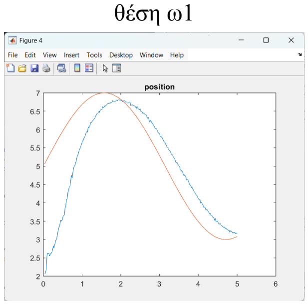
θέση ω1



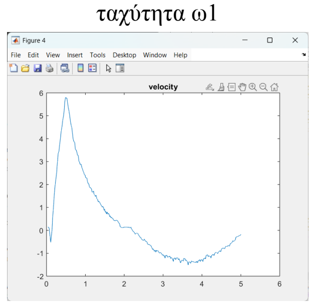
ταχύτητα ω1



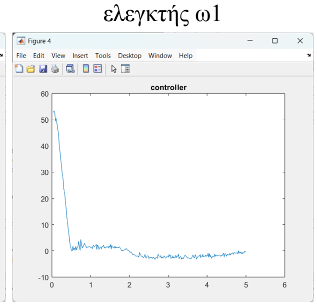
ελεγκτής ω1



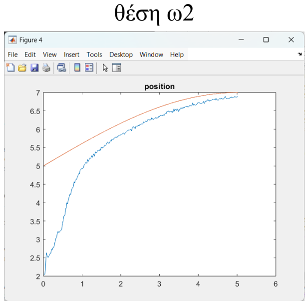
θέση ω2



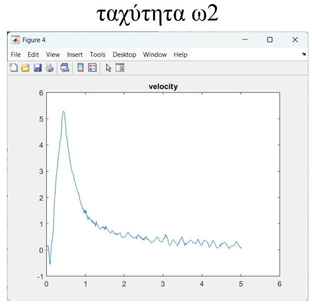
ταχύτητα ω2



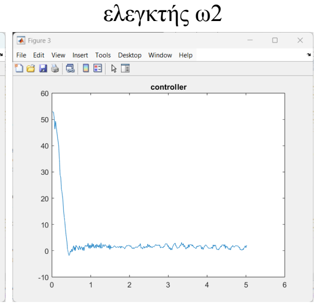
ελεγκτής ω2



θέση ω3



ταχύτητα ω3



ελεγκτής ω3

Παρατηρείται ότι η έξοδος του συστήματος, μετά από ένα μεταβατικό φαινόμενο, είναι ένα ημίτονο ίδιας συχνότητας μικρότερου πλάτους και μεγαλύτερης καθυστέρησης φάσης, ανάλογα με την αύξηση του ω (όσο αυξάνεται το ω, μικραίνει το πλάτος και όσο αυξάνεται το ω αυξάνεται η καθυστέρηση φάσης).

3 Εργαστηριακή Άσκηση 3

3.1 Εισαγωγή

Σκοπός της τρίτης εργαστηριακής άσκησης, ήταν να τροποποιηθεί ο ελεγκτής μας, ώστε να πετύχουμε απόσβεση των διαταραχών - δηλαδή να μην έχουμε σφάλματα στην μόνιμη κατάσταση.
Επιλέξαμε ελεγκτή δυναμικής ανάδρασης καταστάσεων.
Αρχικά ξαναγράφουμε τις εξισώσεις κατάστασης και προσθέτουμε την z

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u, A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{k\mu \cdot ko}{k\tau} \\ 0 & -\frac{1}{Tm} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{km \cdot k\tau}{Tm} \end{pmatrix}$$

$$y = C \cdot x, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\dot{z} = y - r => z = \dot{x1} - r$$

Θέτουμε $\widehat{x} = \begin{bmatrix} x1 & x2 & z \end{bmatrix}^T$ Έτσι, το καινούργιο σύστημα είναι:

$$\widehat{x} = \widehat{A} \cdot \widehat{x} + \widehat{B} \cdot u + R \cdot r, \widehat{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{k\mu \cdot ko}{k\tau} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Tm} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \widehat{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{km \cdot k\tau}{Tm} \\ 0 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

με ελεγκτή δυναμικής ανάδρασης καταστάσεων $u = -K \cdot \widehat{x}$ με $K = \begin{bmatrix} k1 & k2 & ki \end{bmatrix}$
Για την εύρεση των $k1, k2, ki$, ως προς τις ιδιοτιμές του συστήματος, έγινε σύνταξη του παρακάτω κώδικα στο MATLAB:

```
km = 220;
kt = 0.004;
kM = 0.027;
ko = 0.24;
Tm = 0.531;
%syms km kt kM ko Tm;
I = [1, 0, 0;
     0, 1, 0;
     0, 0, 1];
s1 = -7; s2 = -7; s3 = -5; %times apo epithimites idiotimes
syms k1 k2 ki s;

A = [0, kM * ko / kt, 0;
     0, -1 / Tm     , 0;
     1, 0           , 0];
```

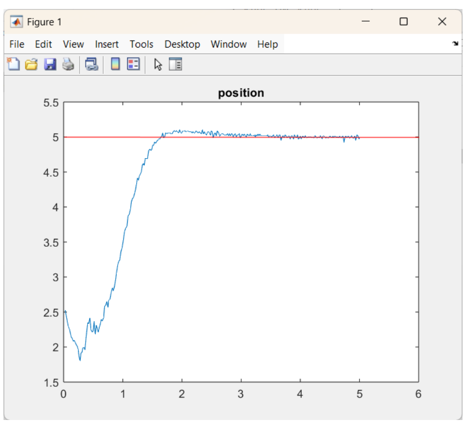
```
B = [0             ;
     km * kt / Tm;
     0             ];

K = [k1, k2, ki];

Ac = A - B*K;

% sidelestes tis xaraktiristikis sinartisis kleistou vroxou
% na einai oi epithimitoi
pclosed = det(s * I - Ac);
pdesired = (s - s1) * (s - s2) * (s - s3);
c_pc = coeffs(pclosed, s);
c_pd = coeffs(pdesired, s);
eq = c_pc == c_pd;
Q = solve(eq, K);

K = [Q.k1, Q.k2, Q.ki];
```

3.2 Υλοποίηση

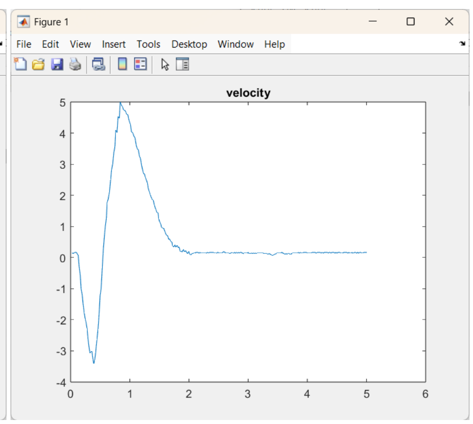
Τρέχουμε τον κώδικα για ιδιοτιμές στο -7 -7 -5 (θα επαληθευτεί άμα είναι καλές) και παίρνουμε τις εξής τιμές:

$$K = \begin{bmatrix} 44.3245 & 10.3284 & 91.2563 \end{bmatrix}$$

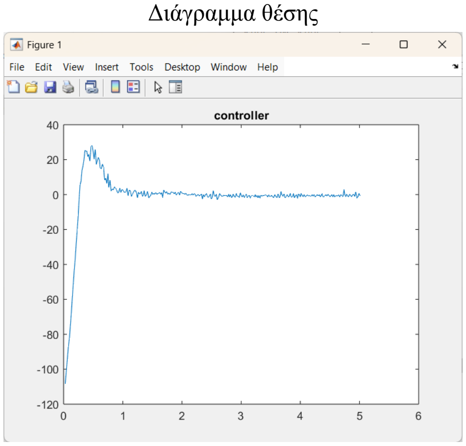
Αφού συνδεθούμε με το arduino θέτουμε
$\dot{z} = theta - r(t)$
$z = z + \dot{z} \cdot (toc - t)$,
$x = \begin{bmatrix} theta & vtacho & z \end{bmatrix}^T$
$u = -K \cdot x$ με
$r = @(t)5$
$z0 = 0$
Μετακιμούμε τον άξονα θέσης, στο σημείο όπου 2V και τρέχουμε το πρόγραμμα.
Τα διάγραμματα θέσης, ταχύτητας, ελεγκτή και z ακολουθούν.



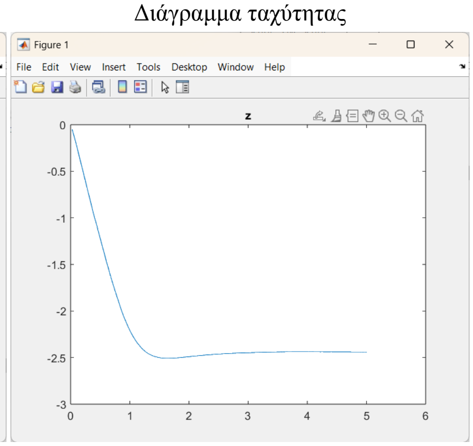
Διάγραμμα θέσης



Διάγραμμα ταχύτητας



Διάγραμμα ελεγκτή



Διάγραμμα z

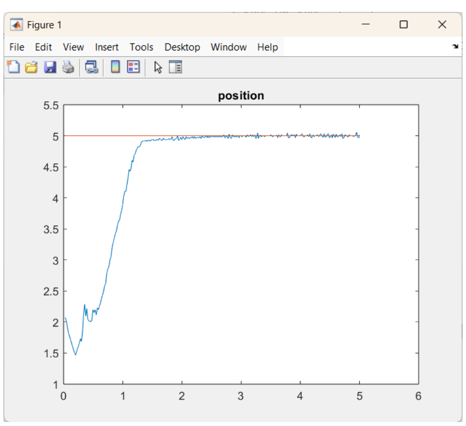
Παρατηρούμε ότι:

- ο χρόνος αποκατάστασης δεν επηρεάστηκε από την χρήση ελεγκτή δυναμικής ανάδρασης και παραμένει κοντά στο φυσικό όριο (ο ελεγκτής παίρνει τιμές > 10 V).
- Το σφάλμα μόνιμης κατάστασης και οι διαταραχές έχουν εξαληφθεί πλήρως
- Υπάρχει μία υπερύψωση
- Το μεταβατικό φαινόμενο διαρκεί μεγάλο χρνονικό διάστημα $\approx 3.5s$.

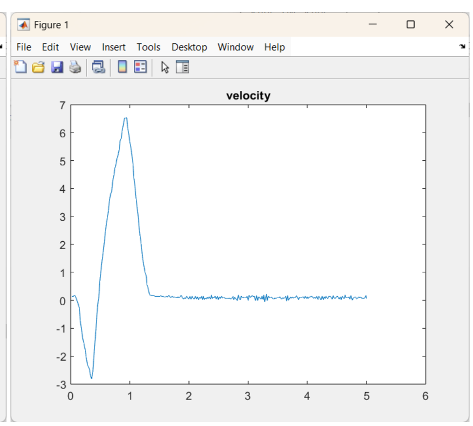
Μειώνουμε το κέρδος της ταχύτητας (που πιθανότατα οφείλεται για την υπερύψωση) $k2' = k2 - 4$.
Ξανατοποθετούμε την θέση άξονα όπου αυτός δίνει τάση 2V και τρέχουμε το πρόγραμμα με τα κέρδη $K = \begin{bmatrix} 44.3245 & 6.3284 & 91.2563 \end{bmatrix}$.

```
dz = theta - r(t);
                            %dz/dt = theta - r(t)
                            %(zd new - zd old) /(t - tprevious) = dz

z = z + dz * (toc - t);
x = [theta; vtacho; z];
u =-K * x;

if u > 0
    analogWrite(a, 6, 0);
    analogWrite(a, 9, min(round(u / 2 * 255 / Vref_arduino), 255)); %may lord help us all
    %analogWrite(a, 9, min(round(e / 2 * 255 / Vref_arduino), 255));

%   writePWMVoltage(a, 'D6', 0)
%   writePWMVoltage(a, 'D9', abs(e) / 2)
else
    analogWrite(a, 9, 0);
    analogWrite(a, 6, min(round(-u / 2 * 255 / Vref_arduino), 255));%may lord help us all
    %analogWrite(a, 6, min(round(-e / 2 * 255 / Vref_arduino), 255));
```

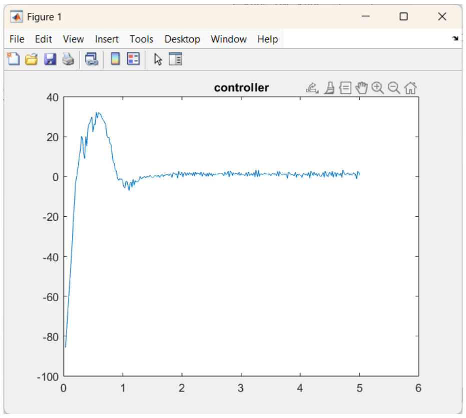
Τα διαγράμματα θέσης, ταχύτητας, ελεγκτή και z ακολουθούν.



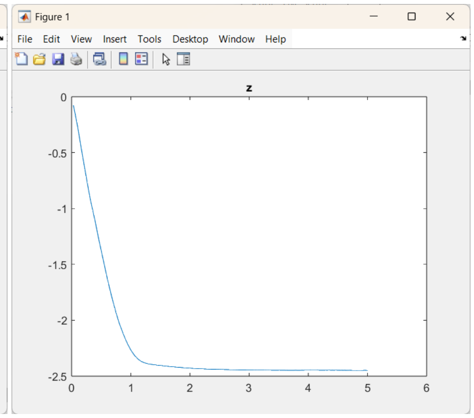
Διάγραμμα θέσης



Διάγραμμα ταχύτητας



Διάγραμμα ελεγκτή



Διάγραμμα z

Στα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ότι:

- Δεν υπάρχει υπερύψωση
- Το μεταβατικό φαινόμενο μειώθηκε κατα $\approx 1s$
- Ο χρόνος αποκατάστασης παραμένει κοντά στο φυσικό του όριο (ο ελεγκτής παίρνει τιμές > 10V)

Συμπεραίνουμε, ότι έχει γίνει μία καλή εκτίμηση των κερδών και το σύστημα ελέγχου μας, λειτουργεί ικανοποιητικά.

4 Εργαστηριακή Άσκηση 4

4.1 Ζητούμενα

Σκοπός της τέταρτης εργαστηριακής άσκησης, είναι η θέση του κινητήρα να συγκλίνει σε μία επιθυμητή τιμή μέσω γραμμικής ανάδρασης εξόδου.
Ζητούμενα εργαστηριακής άσκησης:

1)Έστω ότι μπορούμε να μετρήσουμε μόνο τη θέση του κινητήρα. Να σχεδιαστεί ένα σύστημα εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης του συστήματος (παρατηρητής). Διεγείρετε το σύστημα με μια βηματική είσοδο $u = 7Volts$ και ελέγξτε αν οι εκτιμήσεις των καταστάσεων ταυτίζονται με τις πραγματικές τους τιμές. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

2)Έστω η τάση αναφοράς $_{ref} = 5Volts$ και η αρχική θέση του κινητήρα $_0 = 2Volts$. Να σχεδιαστεί ελεγκτής γραμμικής ανάδρασης εξόδου ώστε η θέση θ(t) του κινητήρα να συγκλίνει στην $\theta_r$ef . Η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου πρέπει να μην παρουσιάζει υπερύψωση και ο χρόνος αποκατάστασης να είναι ο μικρότερος δυνατός. Τι παρατηρείτε αλλάζοντας τους πόλους του παρατηρητή και κρατώντας σταθερούς τους πόλους του ελεγκτή σας;

Σε όλα τα πειράματα που κάνετε θα πρέπει να παίρνετε και να αποθηκεύετε μετρήσεις μέσω του MATLAB και να παρουσιάσετε διαγράμματα των πραγματικών καταστάσεων του συστήματος, κοινά διαγράμματα των πραγματικών και των εκτιμώμενων καταστάσεων, της εισόδου ελέγχου και κοινό διάγραμμα τρέχουσας και επιθυμητής θέσης συναρτήσει του χρόνου.

4.2 Προετιμασία

Το σύστημα μας παραμένει:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u, A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{k\mu \cdot ko}{k\tau} \\ 0 & -\frac{1}{Tm} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{km \cdot k\tau}{Tm} \end{pmatrix}$$

$$y = C \cdot x, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ο ελεγκτής γραμμικής ανάδρασης εξόδου:

$$u = -K \cdot \widehat{x} + kr \cdot r, K = \begin{bmatrix} k1 & k2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\widehat{x}} = A \cdot \widehat{x} + B \cdot u + L \cdot (y - C \cdot \widehat{x})$$

Από θεωρία, τα παραπάνω δημιουργούν σύστημα κλειστού βρόγχου, με χαρακτηριστικό πολυώνυμο:

$$p(s) = det(s \cdot I - A + B \cdot K) \cdot det(s \cdot I - A + L \cdot C)$$

Έτσι, μέσω των K, L μπορούμε να τοποθετήσουμε τις ρίζες του p(s) οπουδήποτε αν το σύστημα είναι ελέγξιμο και παρατηρήσιμο.
Πίνακας ελεγξιμότητας:

$$M = \begin{pmatrix} B & A \cdot B \end{pmatrix}$$

Αντικαθιστώντας τις σταθερές, απο τον πίνακα σταθερών (1.2)

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 2.6847 \\ 1.6573 & -3.1210 \end{pmatrix}$$

$$rank(M) = 2$$

Σύστημα ελέγξιμο.
Πίνακας παρατηρησιμότητας:

$$W = \begin{pmatrix} C \\ C \cdot A \end{pmatrix}$$

Αντικαθιστώντας (1.2)

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1.62 \end{pmatrix}$$

$$rank(W) = 2$$

Σύστημα παρατηρήσιμο.
Το χαρακτιρηστικό πολυώνυμο του συστήματος:

$$\dot{x} = A \cdot x$$

είναι:

$$p(s) = det(s \cdot I - A))$$

$$p(s) = s^2 + a_1 \cdot s + a_2$$

Διαφορική εξίσωση σφάλματος εκτίμησης:
$\hat{\dot{x}} = (A - L \cdot C)$, από θεωρία
με χαρακτηριστικό πολυώνυμο:

$$p_d(s) = det(s \cdot I - A + L \cdot C)$$

$$p_d(s) = s^2 + p1 \cdot s + p2$$

Από τα παραπάνω βρίσκουμε τον πίνακα L του παρατηρητή:

$$L = W^{-1} \cdot \widetilde{W} \cdot \begin{pmatrix} p_1 - a_1 \\ p_2 - a_2 \end{pmatrix}, \widetilde{W} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a_1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$$

Για την εύρεση των πινάκων L, W και του στοιχείου kr, ως προς τις ιδιοτίμές του συστήματος παρατηρητή και του ελεγκτή, έγινε σύνταξη του παρακάτω κώδικα στο MATLAB:

```
km = 220;
kt = 0.004;
kM = 0.027;
ko = 0.24;
Tm = 0.531;
syms s s1 s2 p1 p2 P1 P2 kr x1hat x2hat theta x2(t) k1 k2 q1_ q2_ r;
x = [theta; x2];
xhat = [x1hat; x2hat];
q_= [q1_; q2_];%paragogos xhat= paragogos xhat1, paragogos xhat2
I = [1, 0;
     0, 1];

A = [0, kM*ko/kt
     0, -1/Tm    ];
B = [0 ;
     km*kt/Tm];
C = [1, 0];

W = [C;
     C*A];
w = rank(W); % = 2 sistima paratirisimo
%x = Ax + Bu
%xaraktiristiko polionimo A
pA = det(s * I - A);% s^2 + a1 * s + a2
                    % = s^2 + (531/1000) * s
a1 = 1000/531;
a2 = 0;
Ww = [1,   0
      a1, 1]^(-1);
L = W^(-1) * Ww * [p1 - a1;
                   p2 - a2];
```

```
%o paratiritis mou einai tis morfis q' = Aq + Bu + L(y - Cq)
%ektimisi sfalmatos q' = (A-LC)xhat
perr = det(s*I - (A - L*C)); %= s^2 + p1 * s + p2
%evresi p1, p2 gia idiotimes/polous paratiriti P1, P2
%P1 = -4;
%P2 = -3;
perrd = (s - P1) * (s - P2);
P = coeffs(perrd,s);
p1 = P(1,2);
p2 = P(1,1);
%elenxos anadrasis exodou
K = [k1, k2];
%u = -K*x - kr*r
%adikatastasi x' = (A - BK) x
pU = det(s*I - A + B*K);
%evresi k1, k2, kr gia idiotimes/polous elenxti s1, s2
%s1 = -3;
%s2 = -4;
pUd = (s - s1)*(s - s2);
eq = coeffs(pU,s) == coeffs(pUd, s);
Q = solve(eq,K);
K = [Q.k1, Q.k2];
%L = double(subs(L));
%K = double(subs(K));
kr = K(1,1);
```

4.3 Ερώτημα 1

Έστω ότι μπορούμε να μετρήσουμε μόνο τη θέση του κινητήρα. Να σχεδιαστεί ένα σύστημα εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης του συστήματος (παρατηρητής). Διεγείρετε το σύστημα με μια βηματική είσοδο $u = 7Volts$ και ελέγξτε αν οι εκτιμήσεις των καταστάσεων ταυτίζονται με τις πραγματικές τους τιμές. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

Τρέχουμε, τον κώδικα για διπλή ιδιοτιμή στον ελεγκτή στο -7 και ιδιοτιμές του παρατηρητη στο -20 και -25 αντίστοιχα(τυχαία) και υπολογίζουμε

$$K = \begin{bmatrix} 18.2513 & 7.3114 \end{bmatrix}, L \begin{bmatrix} 43.1168 & 258.5190 \end{bmatrix}^T \tag{3}$$

Γίνεται σύνδεση με το arduino, θέτουμε

$$x = \begin{bmatrix} theta \\ vtacho \end{bmatrix}$$

$$u = 7$$

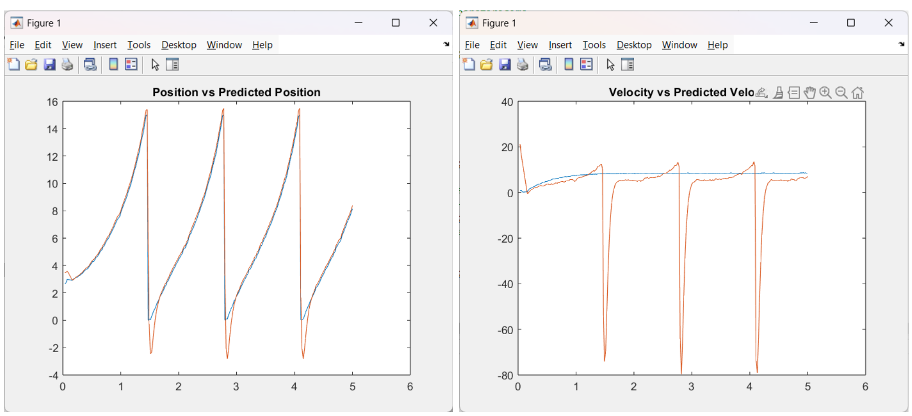
$$\dot{\widehat{x}} = A \cdot \widehat{x} + B \cdot u + L \cdot (theta - \widehat{x}_1)$$

$$\widehat{x} = \widehat{x} + \dot{\widehat{x}} \cdot dt$$

Τρέχουμε το πρόγραμμα.

```
%u = kr *r(t) - K * xhat;
u = 7;
dxhat = A * xhat + B * u + L * (theta - x1hat);
xhat = xhat + dxhat * (toc - t);


if u > 0
    analogWrite(a, 6, 0);
    analogWrite(a, 9, min(round(u / 2 * 255 / Vref_arduino), 255)); %lord did not help anyone
    %analogWrite(a, 9, min(round(e / 2 * 255 / Vref_arduino), 255));

%   writePWMVoltage(a, 'D6', 0)
%   writePWMVoltage(a, 'D9', abs(e) / 2)
else
    analogWrite(a, 9, 0);
    analogWrite(a, 6, min(round(-u / 2 * 255 / Vref_arduino), 255));%lord did not help anyone
    %analogWrite(a, 6, min(round(-e / 2 * 255 / Vref_arduino), 255));
```

Ακολουθούν τα διαγράμματα θέσης, ταχυτητας παρατηρητή - πραγματικά.



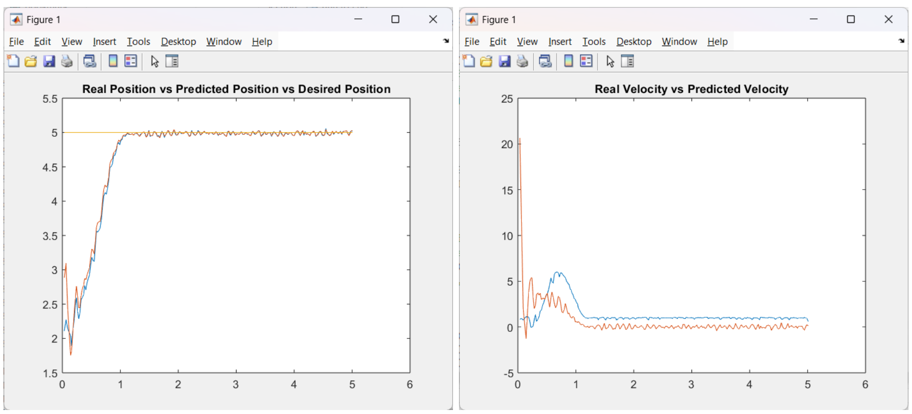
$\widehat{x}$ =πορτοκαλί, x = μπλε

Απο τα διαγράμματα φαίνεται ότι έχει γινει καλή επιλογή ιδιοτιμών, καθώς ο παρατηρητής ακολουθεί τις μεταβλητές καταστάσης. Οι ώσεις στο διάγραμμα τις ταχύτητας οφείλονται στο γεγονός ότι αντιστοιχούμε την τάση, στην θέση του άξονα (Αυτό σημαίνει ότι οταν η θέση του άξονα ολοκληρώνει ένα κύκλο, θα έχουμε απότομη αλλαγη στην τάση, επειδή η θέση του άξονα είναι η έξοδος του συστήματος. Αυτές οι απότομες αλλαγές προκαλούν ώσεις στον υπολογισμό της ταχύτητας).

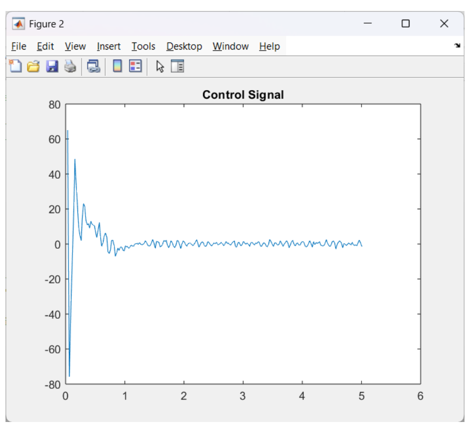
4.4 Ερώτημα 2

Έστω η τάση αναφοράς $ref = 5Volts$ *και η αρχική θέση του κινητήρα* $\theta_0 = 2Volts$. *Να σχεδιαστεί ελεγκτής γραμμικής ανάδρασης εξόδου ώστε η θέση θ(t) του κινητήρα να συγκλίνει στην* θ_{ref} . *Η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου πρέπει να μην παρουσιάζει υπερύψωση και ο χρόνος αποκατάστασης να είναι ο μικρότερος δυνατός. Τι παρατηρείτε αλλάζοντας τους πόλους του παρατηρητή και κρατώντας σταθερούς τους πόλους του ελεγκτή σας;*

Αλλάζουμε τον ελεγκτή σε $u = -K \cdot \widehat{x} + kr \cdot r(t)$ και κρατάμε τον πίνακα L και τον πίνακα K, που υπολογίσαμε παραπάνω (3). Τα διαγράμματα θέσης, ταχύτητας (παρατηρητή και πραγματικής) και το διάγραμμα του ελεγκτή ακολουθούν:



$\widehat{x}$ =πορτοκαλί, x = μπλε



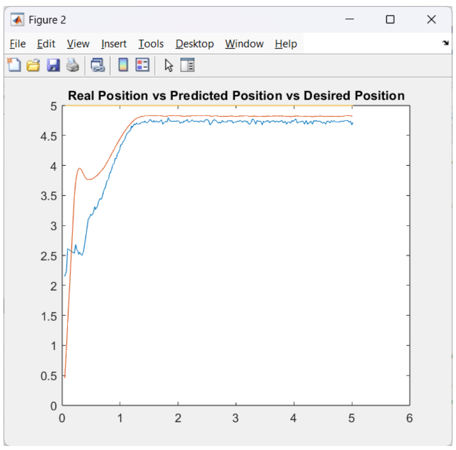
Διάγραμμα ελεγκτή

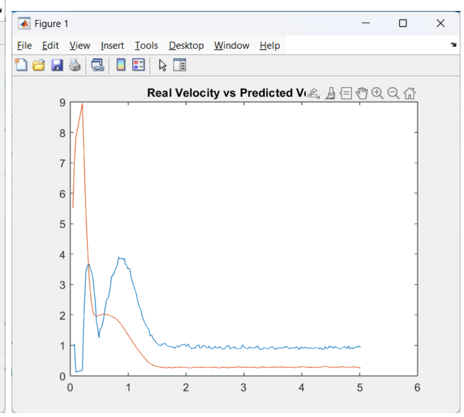
Στα διαγράμματα παρατηρείται ότι:

- Δεν έχουμε υπερύψωση
- Χρόνος αποκατάστασης -> μικρότερος δυνατός (ο controller παίρνει τιμές > 10)

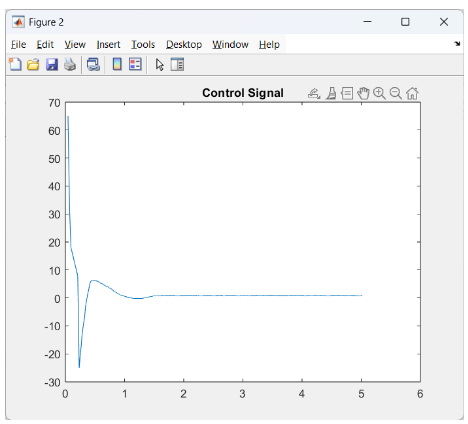
- Άρα καλή επιλογή ιδιοτιμών

Μειώνουμε τους πόλους του παρατηρητή, κρατώντας τους πόλους ελεγκτή ίδιους και ξανατρέχουμε το πρόγραμμα.
Τα διαγράμματα θέσης, ταχύτητας (παρατηρητή και πραγματικής) και το διάγραμμα του ελεγκτή ακολουθούν:





$\widehat{x}$ =πορτοκαλί, x = μπλε



Διάγραμμα ελεγκτή

Παρατηρώ ότι:

- ο παρατηρητής ακολουθεί πιο "αργά" τις πραγματικές τιμές
- ο χρόνος αποκατάστασεις μεγαλώνει
- Ο ελεγκτής είναι πιο ομαλός

Οι ιδιοτιμές του παρατηρητή είναι υπέυθυνες για το πόσο γρήγορα θα πηγαίνει το σφάλμα μεταξύ παρατηρητή-εξόδου στο 0. Από την στιγμή που μετακινήθηκαν πιο δεξιά τα παραπάνω είναι λογικά μεταφαινόμενα.