

第六章 地面移动机器人

第一节：移动机器人的类型及特点

第二节：轮式移动机器人

第三节：履带式移动机器人

第四节：足式机器人



【案例导入】

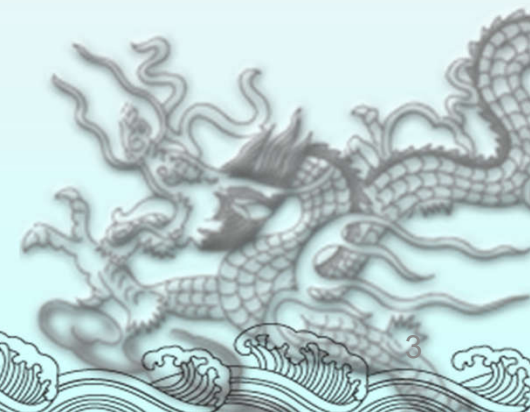
Atlas是双足人形机器人，如图6.1所示，其运动稳定性一直是学术界研究的难题。他可以在山林雪地里健步如飞。抬脚高度相当高，让其能够适应很大范围的障碍物；同时其不停的快速踏步，选择新落脚点也是其维持平衡的核心因素。和DRC中那些机器人的控制策略完全不同。



图6.1 Atlas双足人形机器人

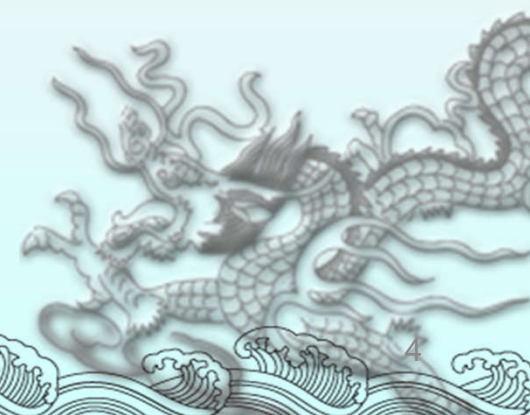
【教学目标】

- ◆ 掌握轮式移动机器人驱动方式、移动方式的类型以及行走机构的设计和运动学分析
- ◆ 了解履带式移动机器人的特点、履带结构的选择及履带布局方式
- ◆ 了解典型足式机器人的结构、行走的工作原理及足式机器人行走稳定性的计算



第一节 移动机器人的类型及特点

- 移动机器人的概述
- 机器人行走结构的特点及应用
- 常见的行走结构



移动机器人的概述

移动机器人是一种自动执行工作的机器装置。它既可以接受人类指挥，又可以运行预先编排的程序，也可以根据以人工智能技术制定的原则纲领行动。

机器人行走机构按照其运动轨迹可分为固定式轨迹和无固定式轨迹两种。固定式轨迹主要用于工业机器人；无固定轨迹就是指具有移动功能的移动机器人。

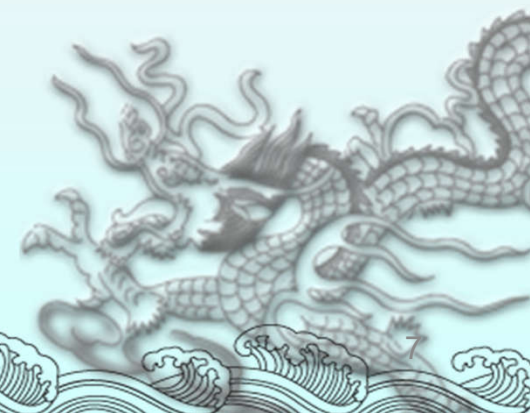
从移动机器人所处环境看，可以分为结构环境和非结构环境两类。结构环境一般采用车轮式移动结构。非结构环境领域，可参考自然界动物的移动机构，也可以利用人们开发的履带，设计履带式移动机构。

机器人行走结构的特点及应用

结构形式	优点	缺点
轮式移动机器人	承载大、机构简单、驱动和控制相对方便，工作效率高。	环境适应能力较差
履带式移动结构	附着性能和通过性能好，平稳性高，良好的自复位能力	速度较慢、功耗较大、转向时对地面破坏程度大
腿式机器人	能适应复杂的地形	结构自由度太多、机构复杂，导致难于控制、移动速度慢
蛇行式移动结构和跳跃式移动结构	可适应复杂环境、特殊环境，机动性强	承载能力低、运动平稳性差
复合式机器人	能适应复杂环境或某些特殊环境，可以变形	结构及控制系统复杂

机器人行走结构的特点及应用

相比之下，轮式移动机器人由于其具有自重轻、承载大、机构简单、驱动和控制相对方便、行走速度快、机动灵活、工作效率高等优点，而被大量应用于工业、农业、反恐防爆、家庭、空间探测等领域。



常见的行走机构



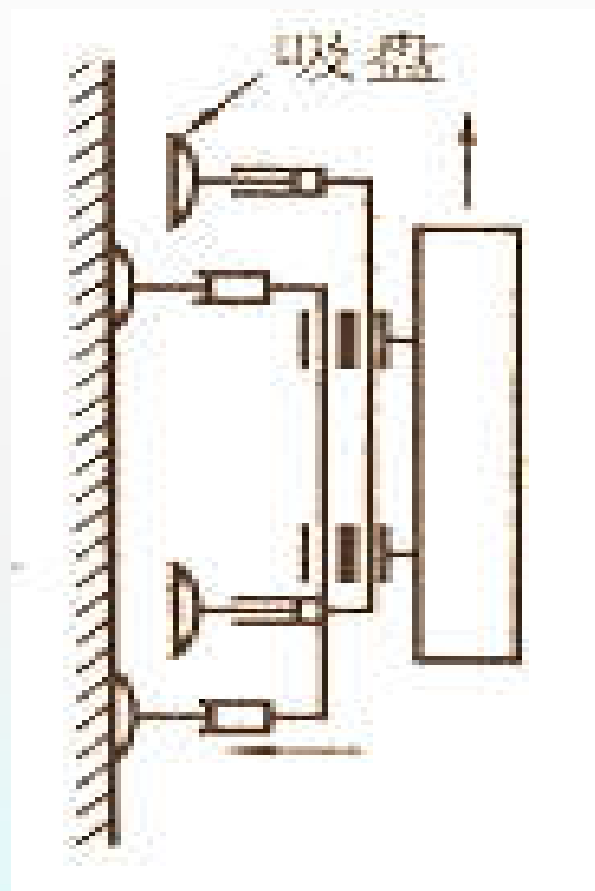
车轮式移动结构



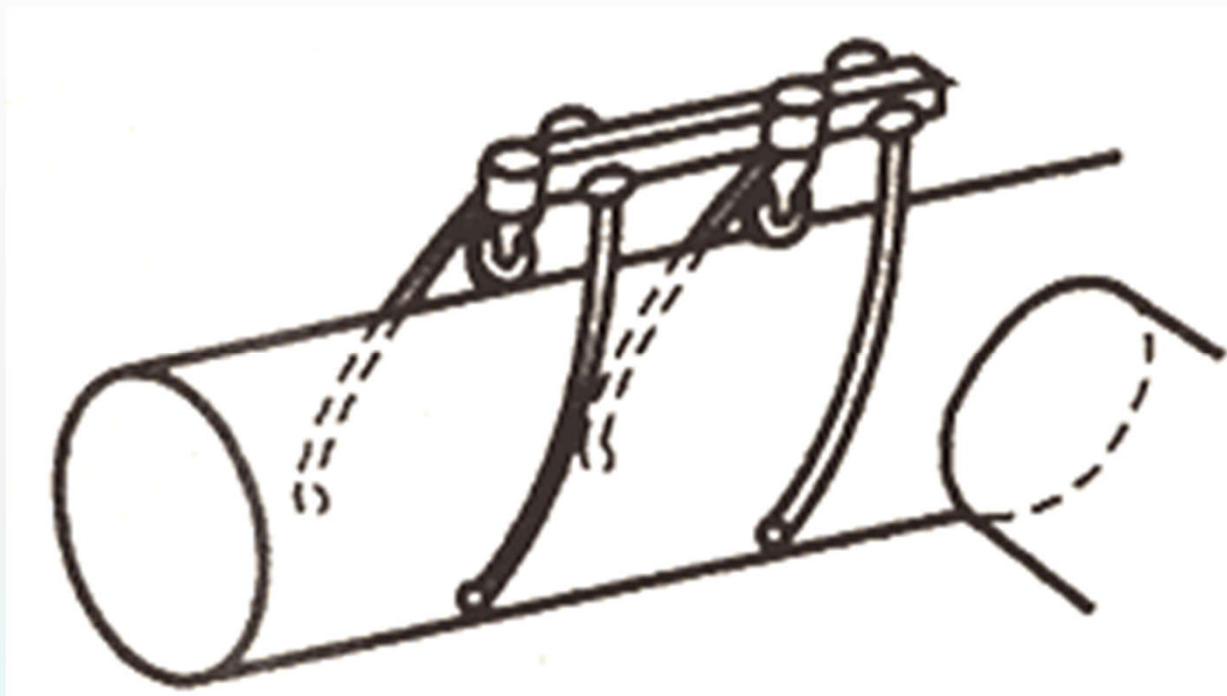
履带式移动结构



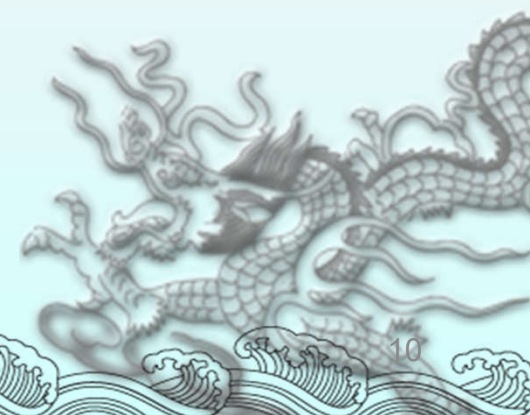
步行式移动机构



爬壁机器人

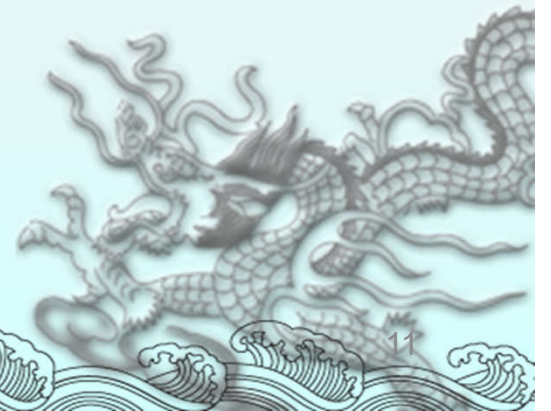


管内外移动机器人



第二节 轮式移动机器人

- 地面移动机器人车轮形式
- 地面移动机器人车轮的配置和转向机构
- 三轮移动机器人运动分析



地面移动机器人车轮形式

在轮式地面移动机器人中，车轮的形状或结构形式取决于**地**面的性质和车辆的**承载能力**。室外路面行驶的采用**充气轮胎**，室内平坦地面上的可采用**实心轮胎**。传统的车轮形状如图6.2所示，这种车轮适合于平坦的坚硬路面。

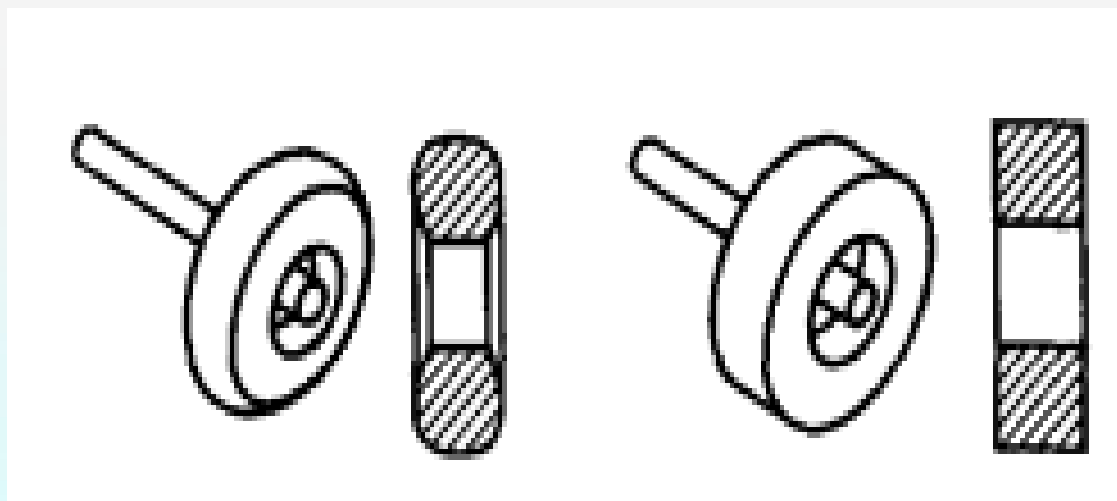


图6.2 传统的车轮形状

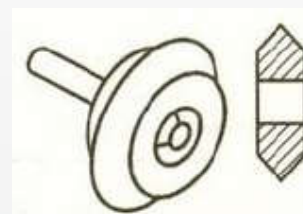
图6.3所示的是球轮、充气轮和锥形轮，充气车轮弹性好能吸收因路面不平而引起的冲击和振动，特别适合于沙丘地形。



(1) 球轮



(2) 充气轮



(3) 锥形轮

图6.3 球轮、充气轮和锥形轮

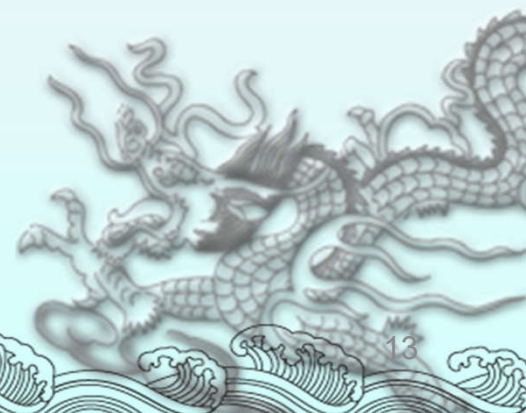
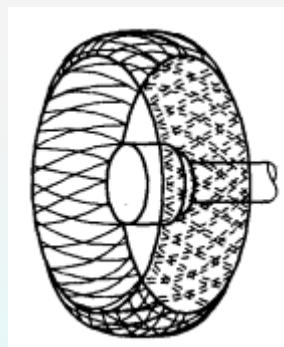
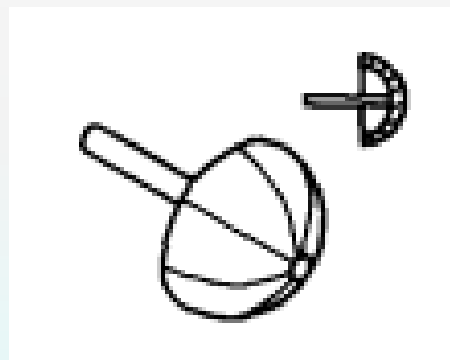


图6.4所示的是超轻金属线编织轮和半球形轮。这两种轮是为火星表面移动车辆开发而研制出来的，其中超轻金属线编织轮用来减轻移动机构的重量，减少升空时的发射功耗和运行功耗。



(1) 超轻金属线编制轮



(2) 半球轮

图6.4 球轮、充气轮和锥形轮

地面移动机器人车轮的配置和转向机构

车轮式移动机构依据车轮的多少分为1轮、2轮、3轮、4轮以及多轮机构。1轮和2轮移动机构在实现上的主要障碍是稳定性问题，新加坡南洋理工大学研制的**Segbot双轮机器人**(图6.5)，该机器人配置了2维激光探测器、差分GPS天线、CCD摄像机等，实现了稳定行走。但实际应用的轮式移动机构多为**3轮和4轮**。

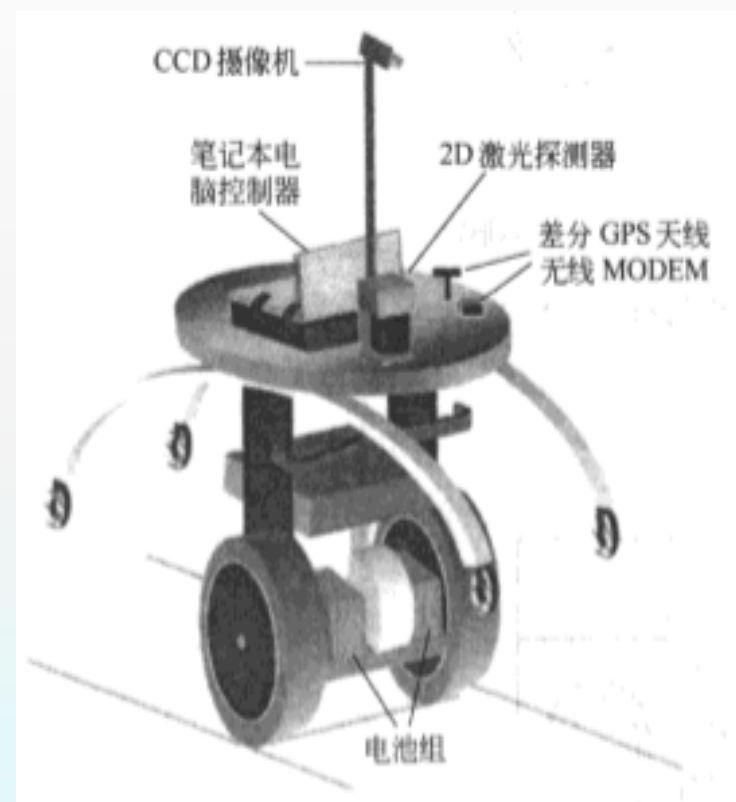
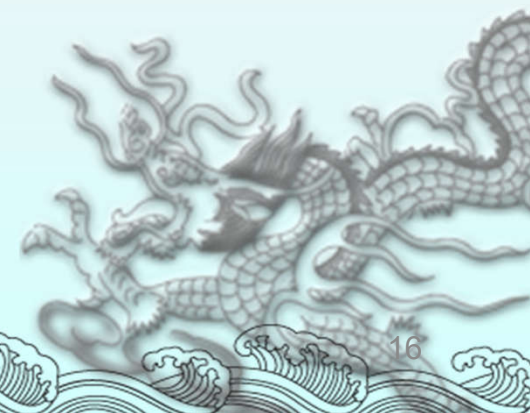
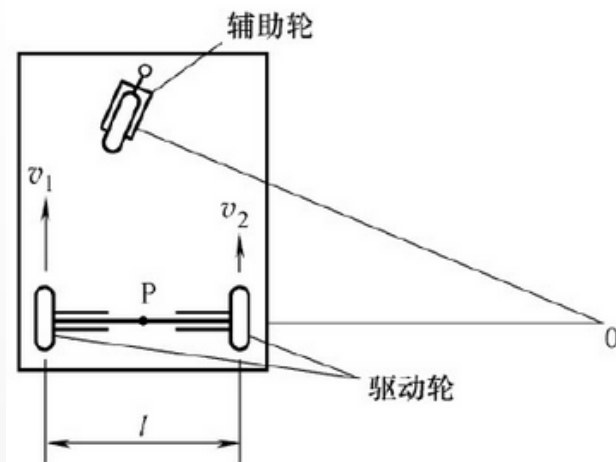


图6.5 Segbot双轮机器人

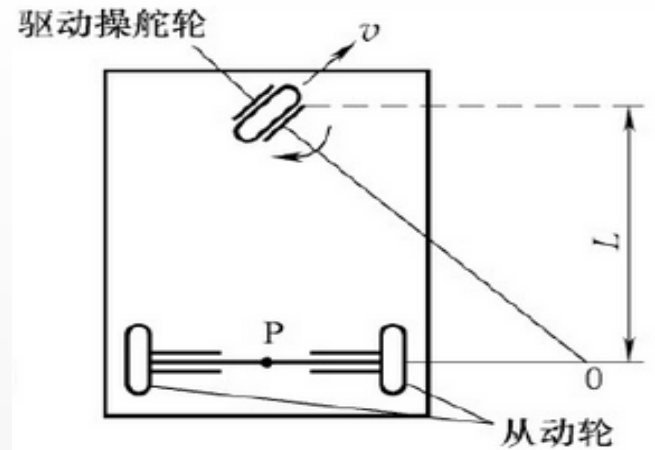
三轮移动机构

三轮移动结构是车轮式机器人的基本移动结构，其结构是**后轮**用两轮独立**驱动**，**前轮**用小脚轮实现**转向**。这种结构的特点是结构组成简单，而且旋转半径可以从0到无限大，任意设定。常见的三轮移动机构布置方式有：**两个后轮独立驱动**，前轮仅起支承作用，靠后两轮的转动速度差实现转向；也有采用**前轮驱动前轮转向的方式**；还有利用后轮**差动减速器**驱动前轮转向的方式。

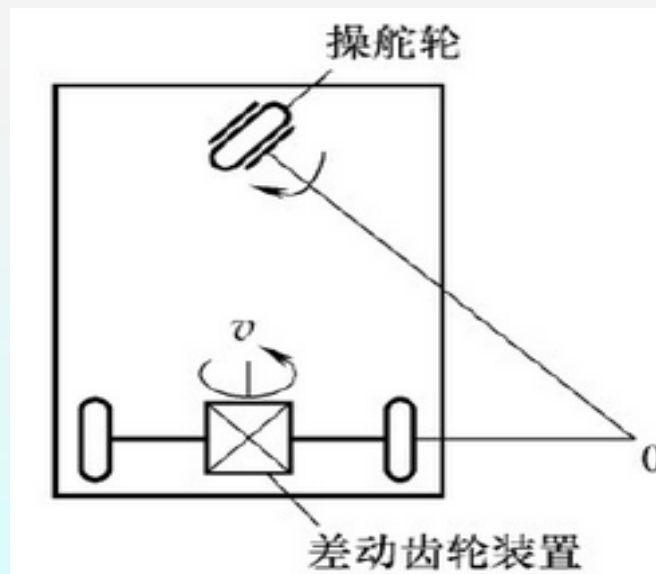




(1) 前轮支承后轮独立驱动



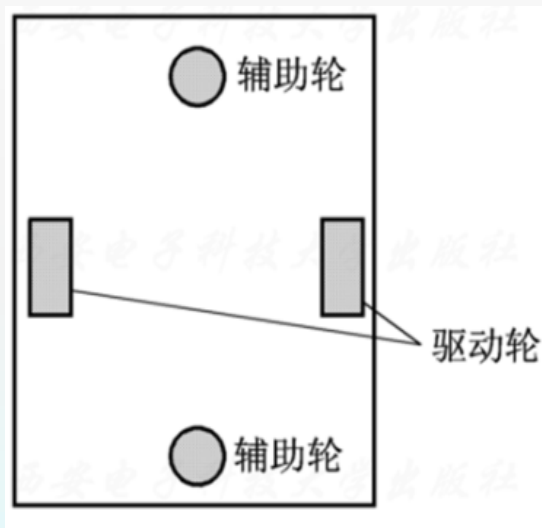
(2) 前轮驱动前轮转向



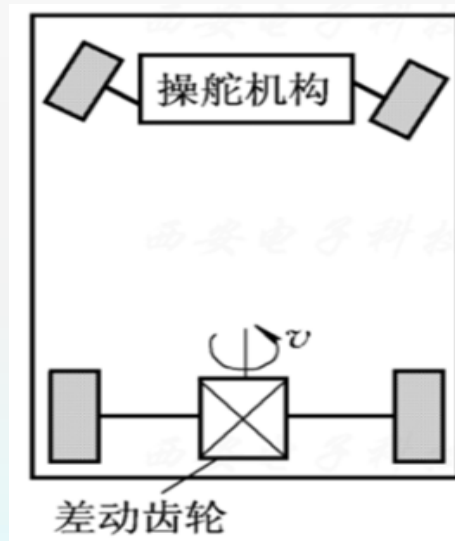
(3) 前轮转向后轮差动减速器驱动球轮

四轮移动机构

四轮车的驱动机构为**两轮独立驱动**,如图6.6 (a) 所示,能够实现整车灵活的**零半径回转**。图6.6 (b) 为类似汽车的结构方式,适合于**高速**行走,小型机器人不大采用。



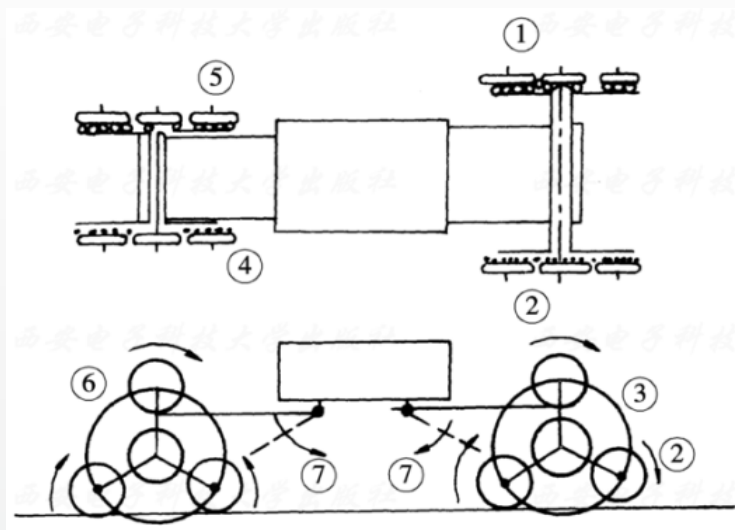
(a) 两轮独立驱动,前后带有辅助轮



(b) 前轮转向 后轮差动减速器驱动

图6.6 四轮车的驱动机构和运动

其他移动机构



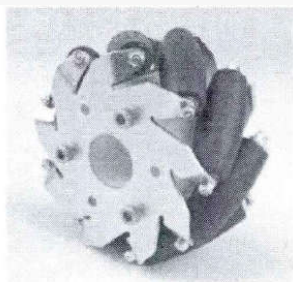
上下台阶车轮式结构



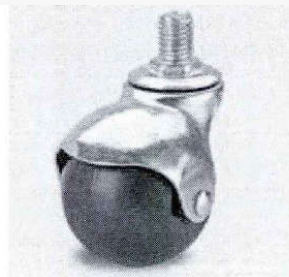
全方位移动车

全向移动机器人灵活、自由度高

- 三轮全向移动机器人
- 四轮全向移动机器人



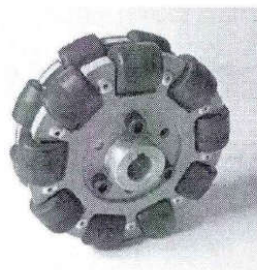
(a) Mecanum 轮



(b) 球形轮



(c) 单层 Grabowiecki 轮



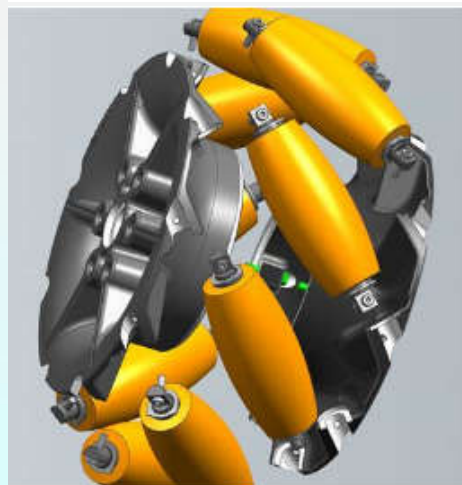
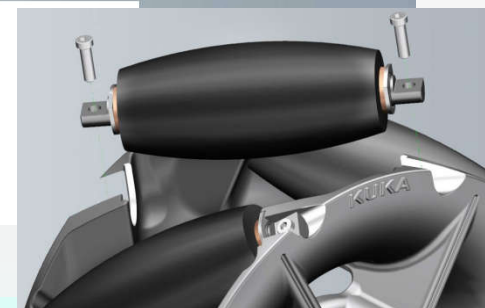
(d) 双层 Grabowiecki 轮





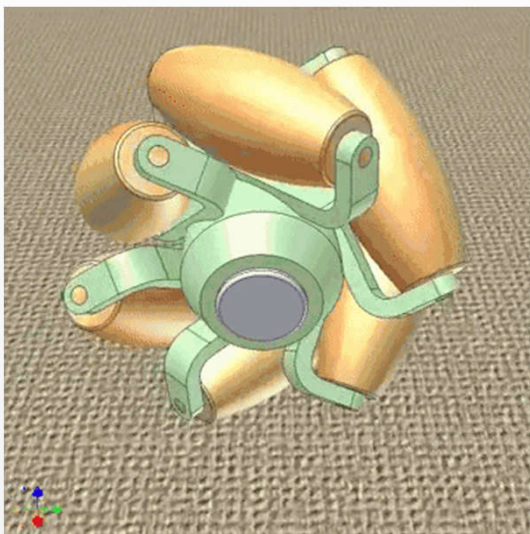
KUKA omniMove

KUKA omniMove 是我们的重载型运输平台。可以非常方便地将其移至正确位置——在最狭窄的空间内并以毫米级精度。此外，KUKA omniMove 的灵活性高，可以方便地用遥控器控制。



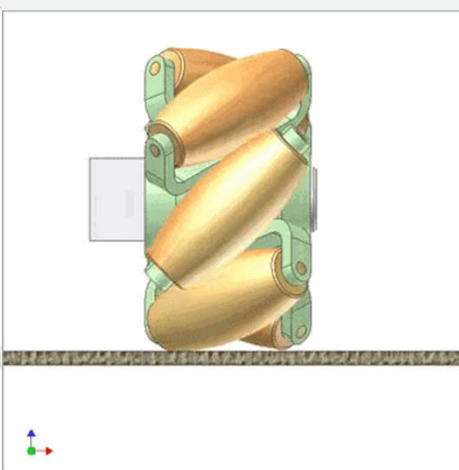
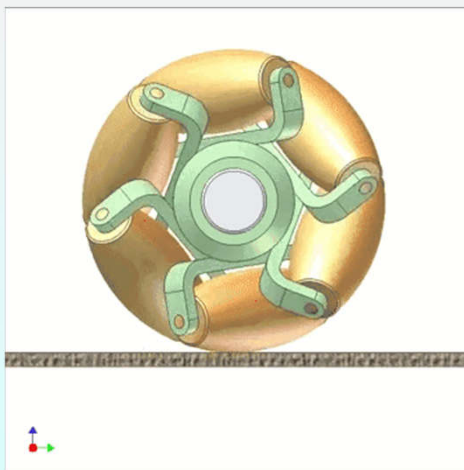
全向车轮技术可以使车轮沿任意方向移动。一个车轮由两个轮轴和九个以 45 度角安装的自由滚轮。各个车轮的运动互不相干，使车辆不仅可以前进和侧移，而且还可以沿对角线运动和做圆周运动。每个车轮由电机单独驱动（四驱）。单个滚轮可以在车辆上直接更换，无需拆下整个车轮，几分钟即可完成。

全向移动机器人：麦克纳姆轮

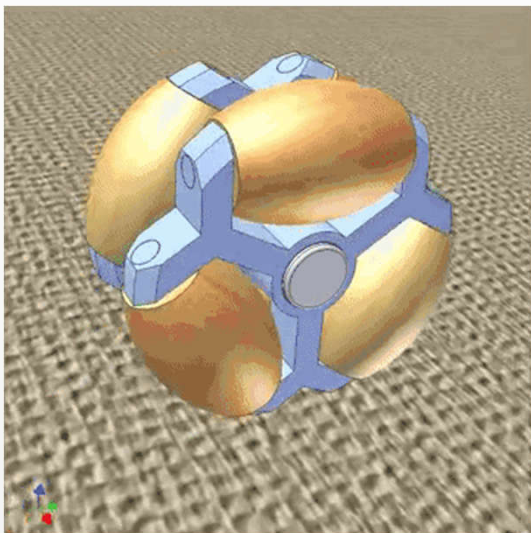


麦克纳姆轮

1973年瑞士发明家Bengt Ilon在名为Mecanum的公司，发明可以任意自由方向移动的平台。他的构想是在车轮外环中固定与轴心成 45° 的自由滚子，自由滚子的排列有两种不同，一个是外向 45° 一个是内向 45° 。车轮旋转时成 45° 排列的自由滚子与地面接触，地面会给予车轮与转轴夹 45° 的摩擦力，此摩擦力可分为X分量与Y分量，藉由车轮的正反转或停止，改变XY分量力的方向，可让平台做各种方式的移动。



全向移动机器人：全向轮

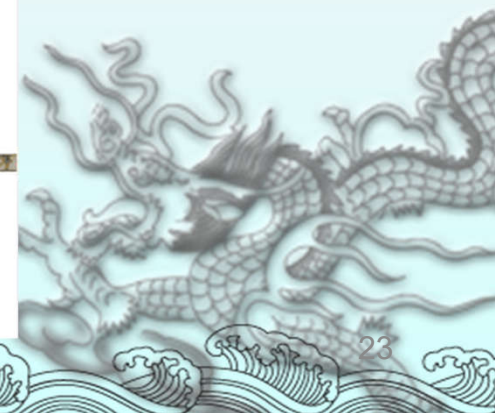
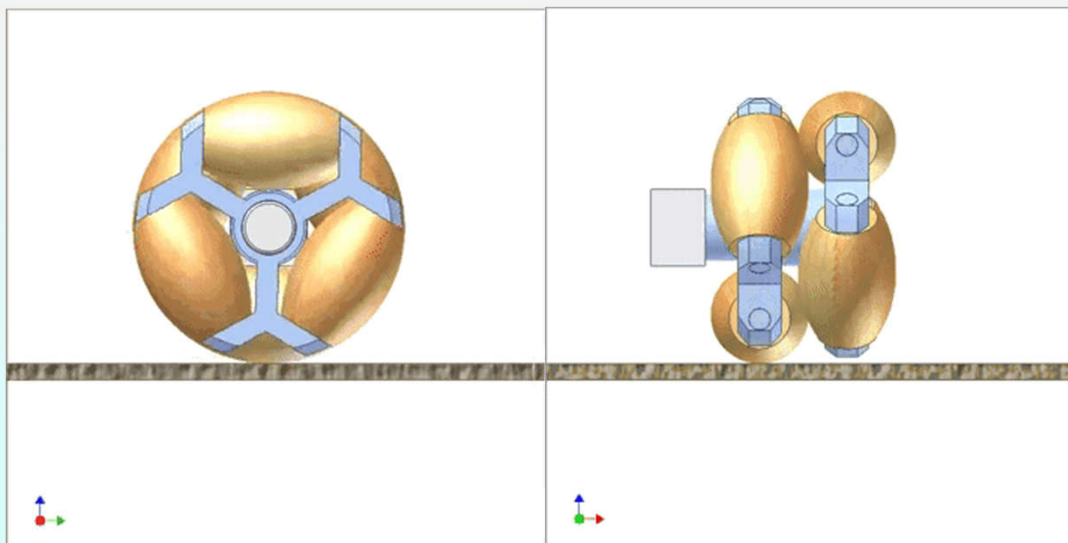


全向轮

全向轮又被称为Omni轮 (omnidirectional wheel)

该轮于1919年由J.Grabowiecki首次获得专利

美国专利1305535, J.Grabowiecki, Vehicle wheel,
1919-06-03发布



全向移动机器人：全向轮



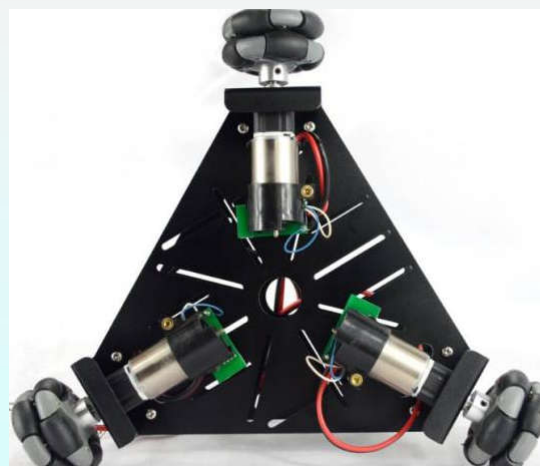
全向轮（omnidirectional wheel）

美国专利3789947，Josef F.Blumrich，“Omnidirectional wheel”，1974年2月5日授权

由一个轮盘和固定在轮盘外周的滚子构成。轮盘轴心同滚子轴心垂直，轮盘绕轴心由电机驱动转动，滚子依次与地面接触，并可绕自身轴心自由转动。全向轮包括轮毂和从动轮，该轮毂的外圆周处均匀开设有3个或3个以上的轮毂齿，每两个轮毂齿之间装设有一从动轮



十字形



三角形

全向移动机器人：运动学模型

- ✦ 正运动学模型 (forward kinematic model) : 通过四个轮子的速度计算底盘的运动状态;
- ✦ 逆运动学模型 (inverse kinematic model) : 根据底盘的运动状态解算四个轮子的速度
- ✦ 底盘的运动用三个独立变量来描述: X轴平动、Y轴平动、Z轴自转; 而四个麦轮的速度由四个独立的电机提供; 因此, 四个麦轮的合理速度存在某种约束关系, 逆运动学可以得到唯一解, 而正运动学中不符合这个约束关系的方程将无解

✦ 底盘运动的分解

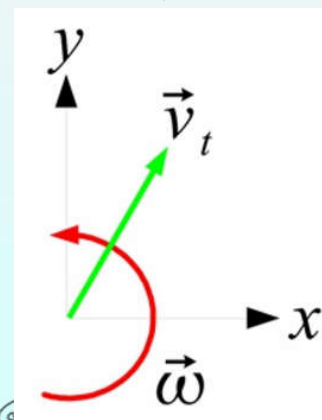
刚体在平面内的运动可分解为三个独立分量: X轴平动、Y轴平动、Z轴自转。
底盘的运动可分解为三个量 $[v_{tx} \ v_{ty} \ \omega]$:

v_{tx} X轴运动的速度, 即左右方向, 定义向右为正;

v_{ty} Y轴运动的速度, 即前后方向, 定义向前为正;

ω Z轴自转的角速度, 定义逆时针为正。

以上三个量视为四个轮子的几何中心的速度。



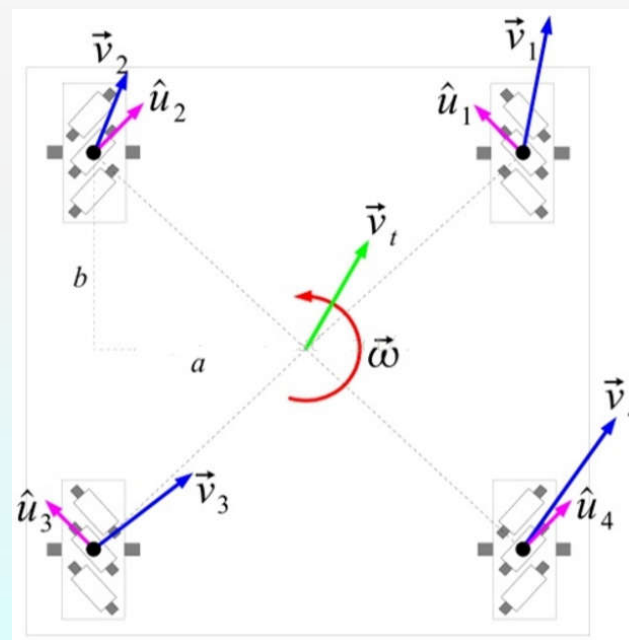
全向移动机器人：运动学模型

全向移动底盘的运动可以线性分解为三个分量，计算出麦轮底盘在“沿X轴平移”、“沿Y轴平移”、“绕Z轴自旋”时四个轮子的速度，则可计算出这三种运动所合成的“平动+旋转”时，四个车轮所需线速度 $v_{\omega 1}, v_{\omega 2}, v_{\omega 3}, v_{\omega 4}$

$$\begin{array}{l} \text{底盘沿X} \\ \text{轴平移:} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} v_{\omega 1} = -v_{tx} \\ v_{\omega 2} = +v_{tx} \\ v_{\omega 3} = -v_{tx} \\ v_{\omega 4} = +v_{tx} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{底盘沿Y} \\ \text{轴平移:} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} v_{\omega 1} = v_{ty} \\ v_{\omega 2} = v_{ty} \\ v_{\omega 3} = v_{ty} \\ v_{\omega 4} = v_{ty} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{底盘沿Z} \\ \text{轴自旋:} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} v_{\omega 1} = +\omega(a+b) \\ v_{\omega 2} = -\omega(a+b) \\ v_{\omega 3} = -\omega(a+b) \\ v_{\omega 4} = +\omega(a+b) \end{array} \right.$$



全向移动机器人：运动学模型

将以上三种运动对应的方程组相加，则可根据底盘运动状态解算出四个轮子的速度 $v_{\omega 1}, v_{\omega 2}, v_{\omega 3}, v_{\omega 4}$

$$\begin{cases} v_{\omega 1} = v_{ty} - v_{tx} + \omega(a+b) \\ v_{\omega 2} = v_{ty} + v_{tx} - \omega(a+b) \\ v_{\omega 3} = v_{ty} - v_{tx} - \omega(a+b) \\ v_{\omega 4} = v_{ty} + v_{tx} + \omega(a+b) \end{cases} \longrightarrow \begin{bmatrix} v_{\omega 1} \\ v_{\omega 2} \\ v_{\omega 3} \\ v_{\omega 4} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $[v_{tx} \ v_{ty} \ \omega]$ 为机器人在世界坐标系中的运动分量

v_{tx} : X 轴运动的速度, 即左右方向, 定义向右为正;

v_{ty} : Y 轴运动的速度, 即前后方向, 定义向前为正;

ω : Z 轴自转的角速度, 定义逆时针为正。

全向移动机器人：运动学模型

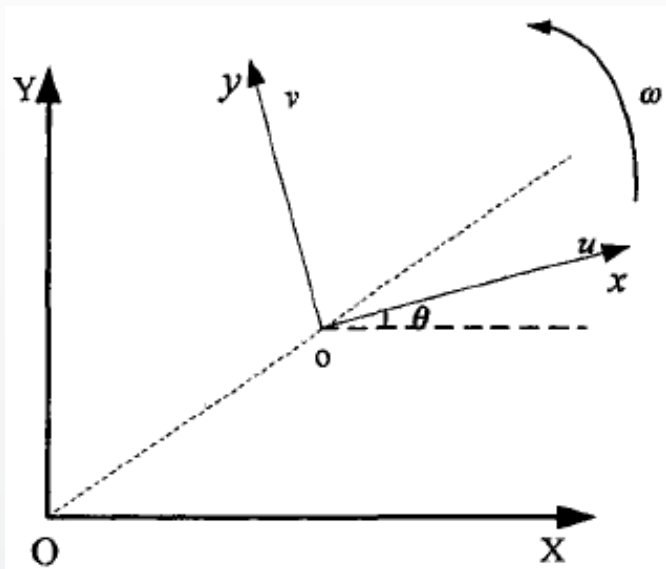


图1 机器人的坐标变换关系

XOY: 机器人的世界坐标系

xoy: 机器人的本体坐标系

设在任意一个时刻,全向机器人在世界坐标系和本体坐标系质心的位姿分别为 $(X, Y, \theta)^T$ 和 $(x, y, \phi)^T$, 则它在世界坐标系中的速度向量为 $(\dot{X}, \dot{Y}, \dot{\theta})^T$, 取其在本体坐标系速度向量为 $(u, v, \omega)^T = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi})^T$, 则由图1的几何关系可得机器人的运动学关系为:

$$\begin{cases} \dot{X} = u \cos \theta - v \sin \theta \\ \dot{Y} = u \sin \theta + v \cos \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (2)$$

式中, θ 代表机器人的运动方向,为机器人本体坐标系x轴正方向与世界坐标系X轴正方向之间的夹角

三轮移动机器人运动分析

两后轮独立驱动移动机构的运动分析：

如图6.7所示。xoy为固定的基础坐标系。P点为小车上的固定点，后轮的驱动速度分别为 v_1 和 v_2 ，跨度为 B 。 θ 为车体纵轴线与x轴的夹角， ϕ 角为前轮相对于本体的偏转角。下式为后轮机构运动学中的雅可比阵：

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cos \theta & \frac{1}{2} \cos \theta \\ \frac{1}{2} \sin \theta & \frac{1}{2} \sin \theta \\ -\frac{1}{B} & \frac{1}{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

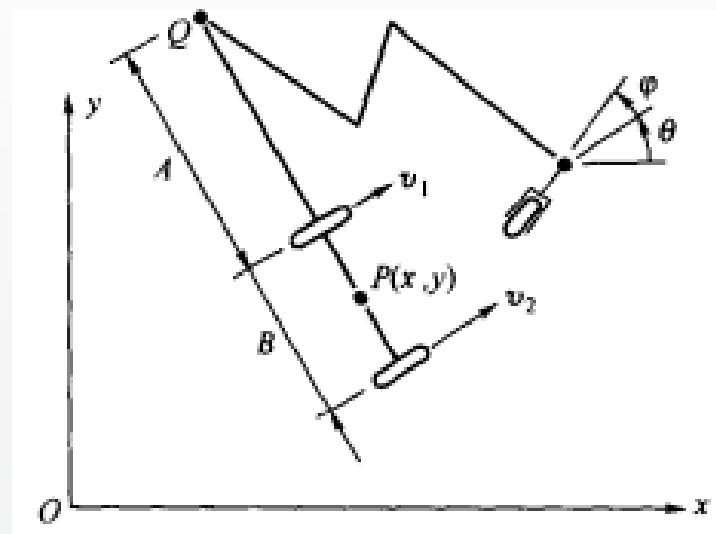
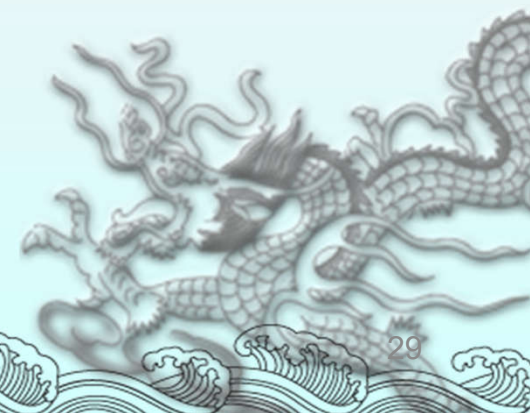


图6.7 两后轮独立驱动移动机构



前轮驱动三轮移动机构运动分析：

图6.8所示为前轮转向和驱动的前轮驱动三轮机构。其中前轮驱动速度为 v ，操舵转速为 ω 。前轮机构运动学中的雅可比阵为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta & 0 \\ \cos \varphi \sin \theta & 0 \\ \sin \varphi / l & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

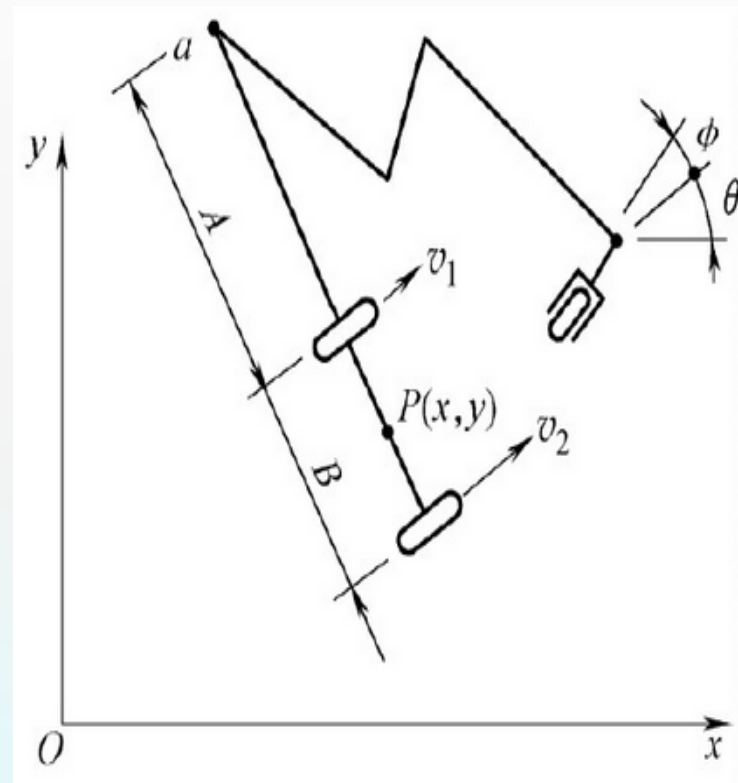
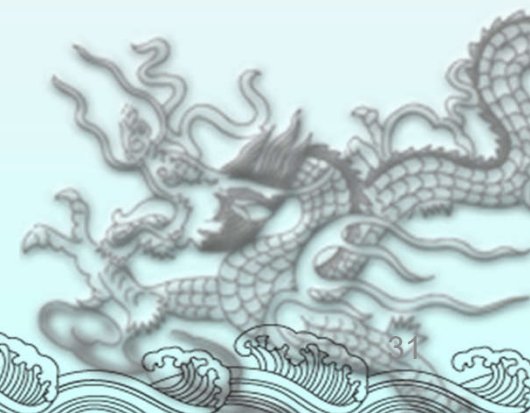


图6.8 两后轮独立驱动移动机构

第三节 履带式移动机器人

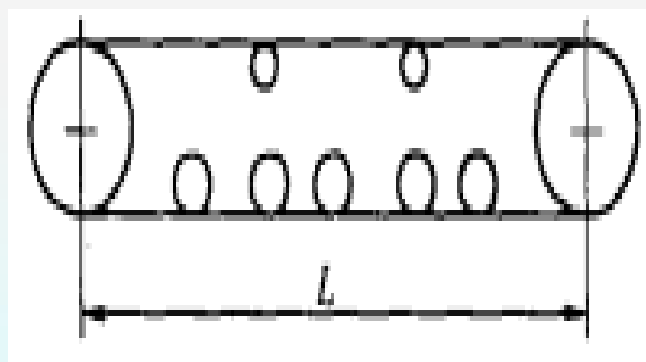
- 履带移动机器人的本体结构
- 履带移动机器人的越障原理



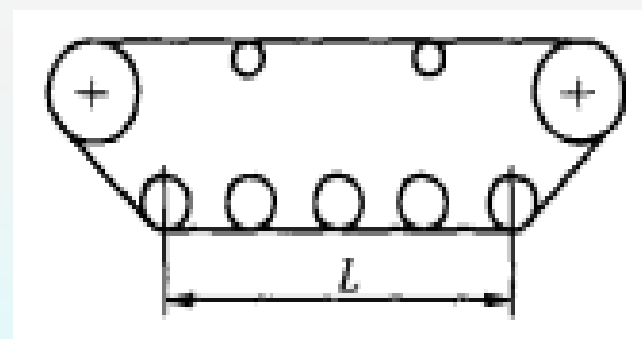
履带移动机器人的本体结构

履带机构的形状

常见的履带移动机构有两种形式，如图6.9 (a) 所示驱动轮及导向轮兼作支承轮，增大了支承面面积，提高了稳定性。如图6.9 (b) 所示为不作支承轮的驱动轮与导向轮，装得高于地面，其好处是适合于穿越障碍。

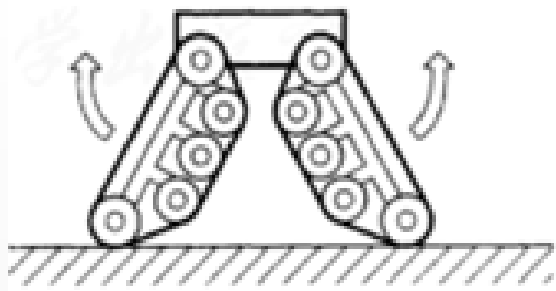


(a)

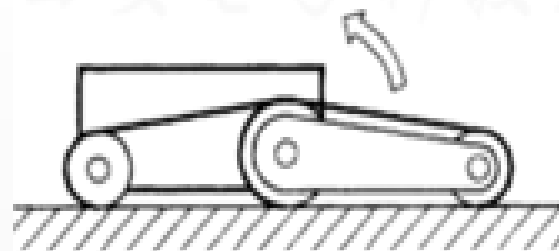


(b)

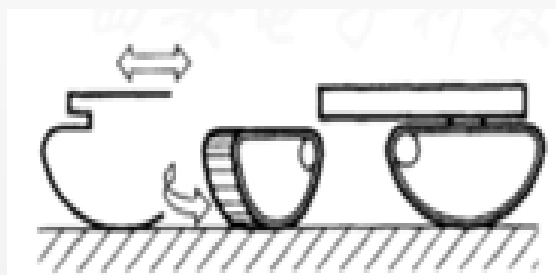
图6.9 两种常见的履带形状



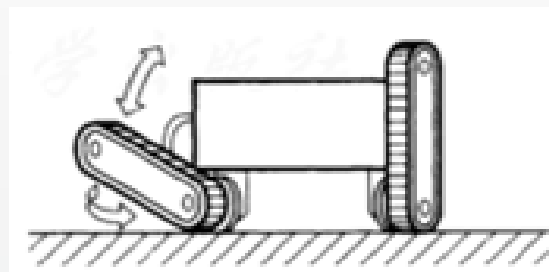
(a) 4履带方式中央折叠方式



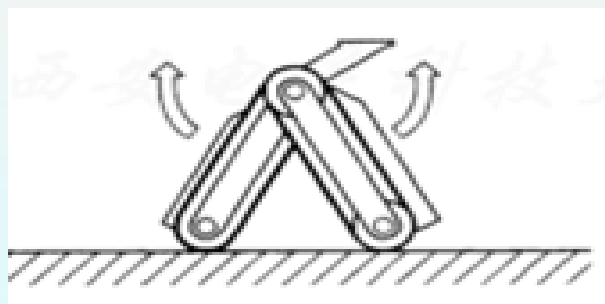
(b) 辅助履带方式



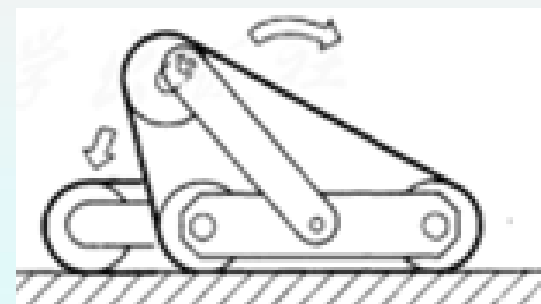
(c) 半月形履带方式



(d) 有转向机构的4履带方式



(e) 中央折叠方式

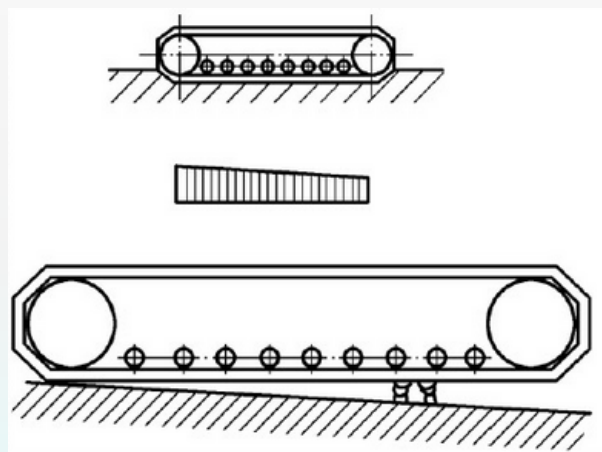


(f) 形状可变的履带方式

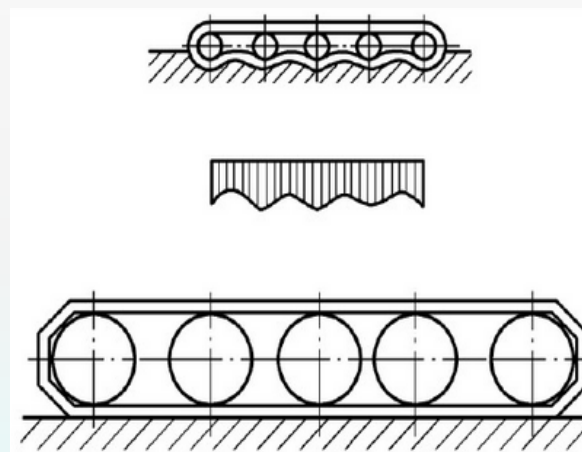
履带的其他形状

支承轮

履带式移动机器人的重力主要是通过**支承轮**压于履带板的轨道传递到地面上。根据履带支承轮传递**压力**的情况，分为**多支点式**和**少支点式**，如图6.10所示。



(a) 多支点

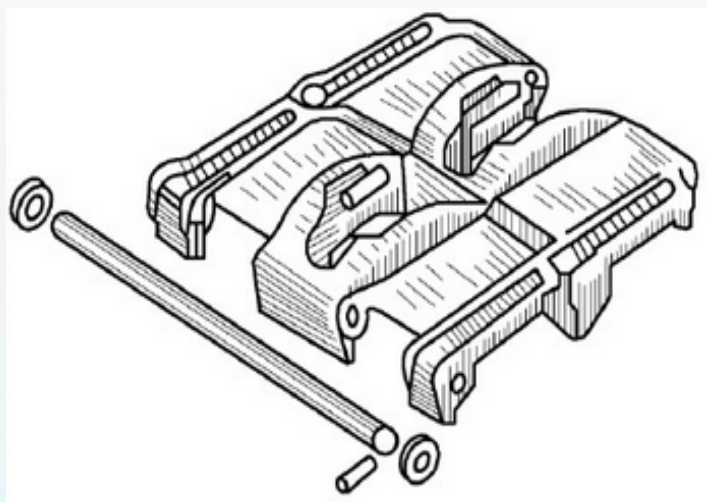


(b) 少支点

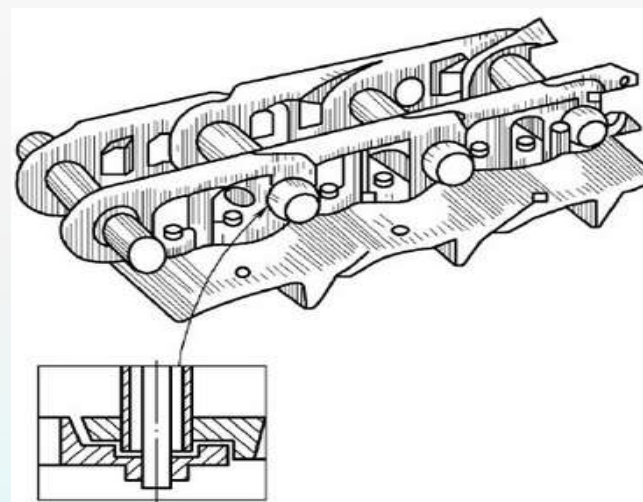
图6.10 支撑轮的数目

履带板

一般情况，每条履带是由几十块履带板和链轨等组成。根据履带板的结构不同，履带板可分为**整体式**和**组合式**，如图6.10所示。



(a) 整体式

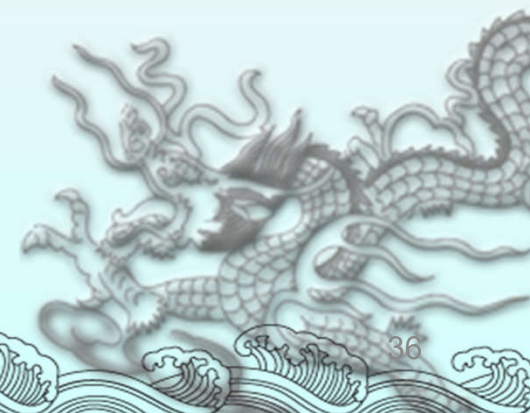


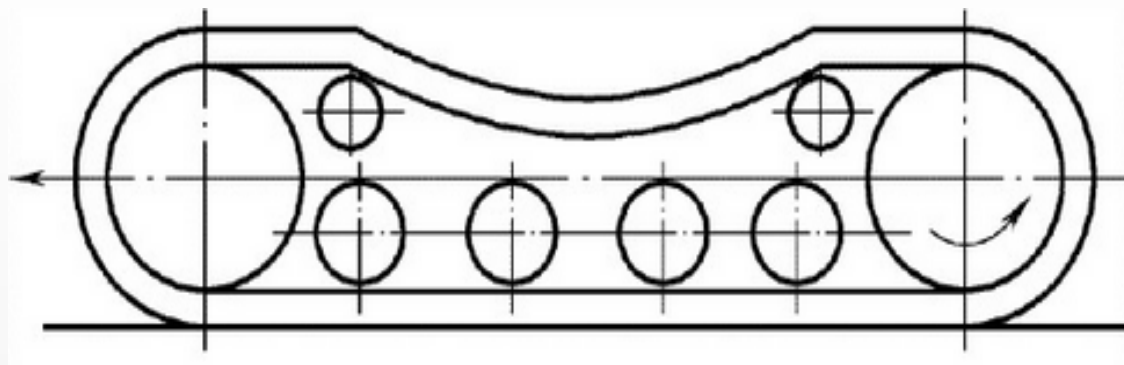
(b) 组合式

图6.10 整体式和组合式履带板

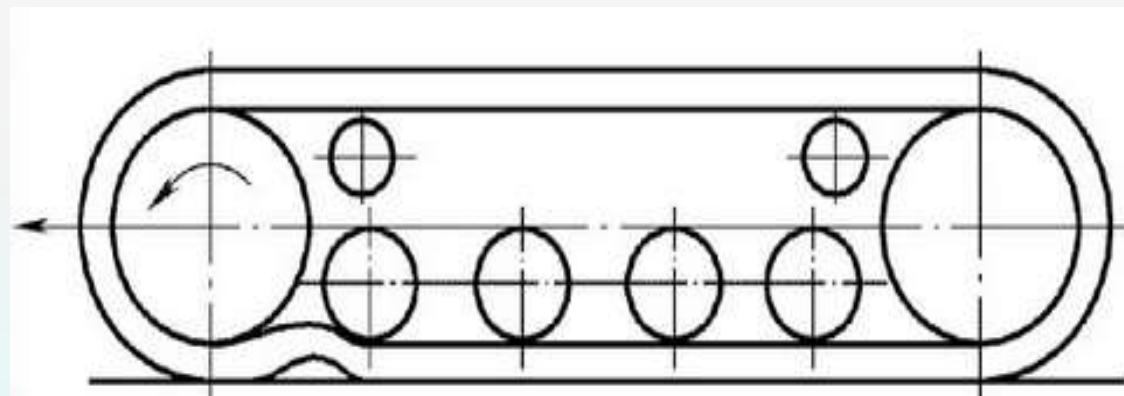
驱动轮和向轮

履带两端的导向轮哪一个用来驱动更为合适与履带机构的形状有关。图6.9 (a) 所示的履带机构，以驱动轮在后方比较有利，履带承载分支处于微张紧状态，运行阻力较小，如图6.11所示。反之，前轮为驱动轮时，履带承载分支部分长度处于压缩弯折状态，运行阻力增大。驱动轮齿数通常为8~10，节距比链轨节距约大1%~5%，考虑链轨磨损后的节距增长，导向轮可以制成无齿的。



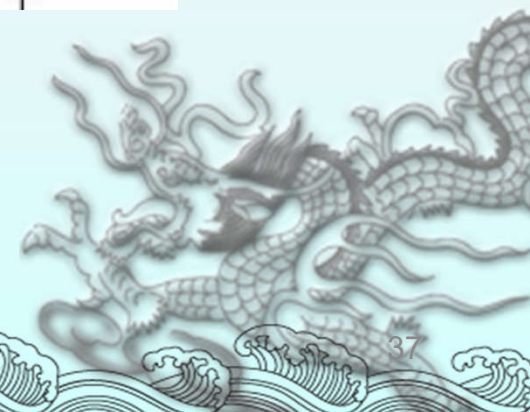


(a) 后轮驱动



(b) 前轮驱动

图6.11 前、后轮驱动比较



履带张紧装置

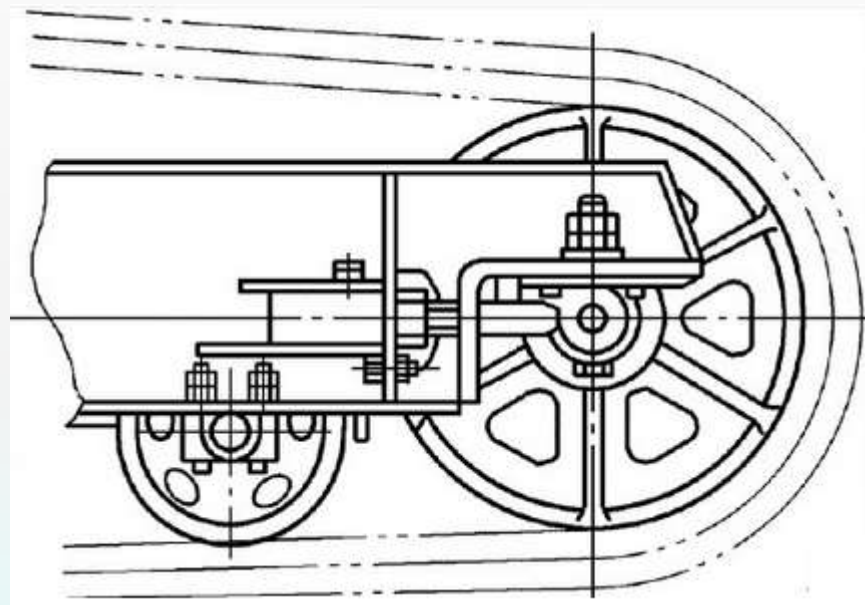
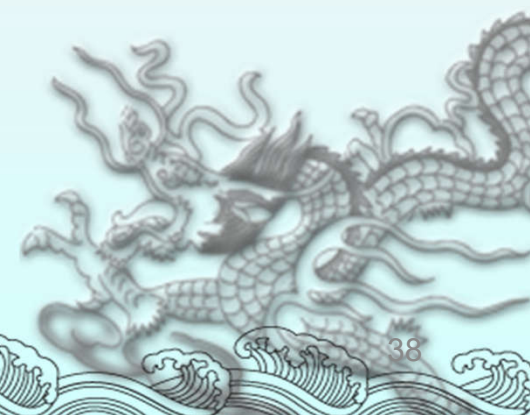


图6.11 履带机械式张紧装置



履带架

履带移动机构的承载架可以制成刚性的，也可以制成活动的。刚性履带架，如图6.12 (a) 所示，其优点是结构简单；缺点是当地面不平时，履带受力极不均匀。图6.12 (b) 和 (c) 所示的履带架可以大大改善载荷的不均匀，但结构比较复杂。

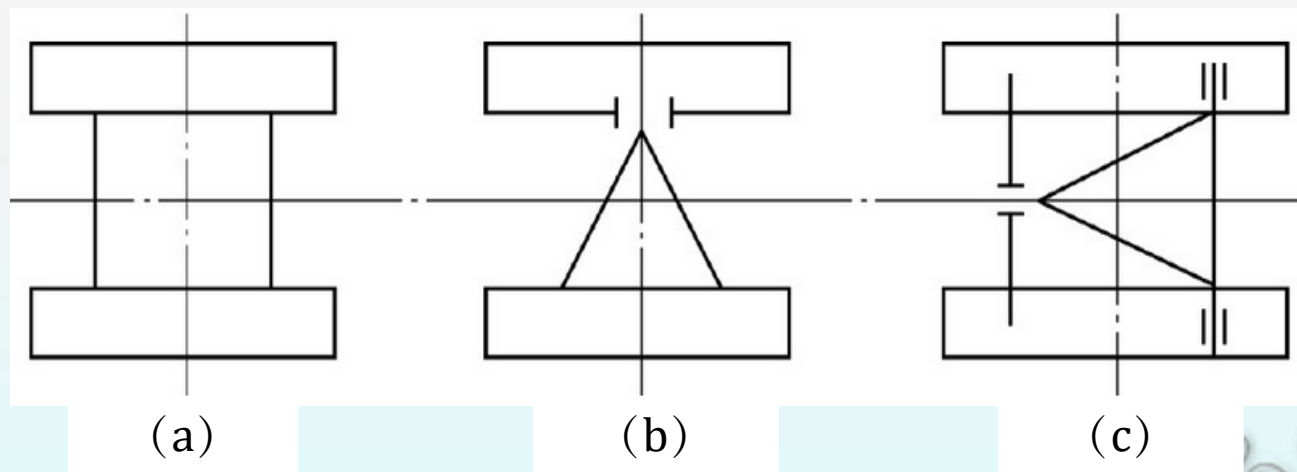


图6.12 履带架

履带移动机器人的越障原理

带前摆臂的关节式履带移动机器人（如图6.13所示），只要保证行走机构在结构设计上至少能够同时与**两个台阶点**接触，就可以使机器人在行走机构的作用下向上爬。

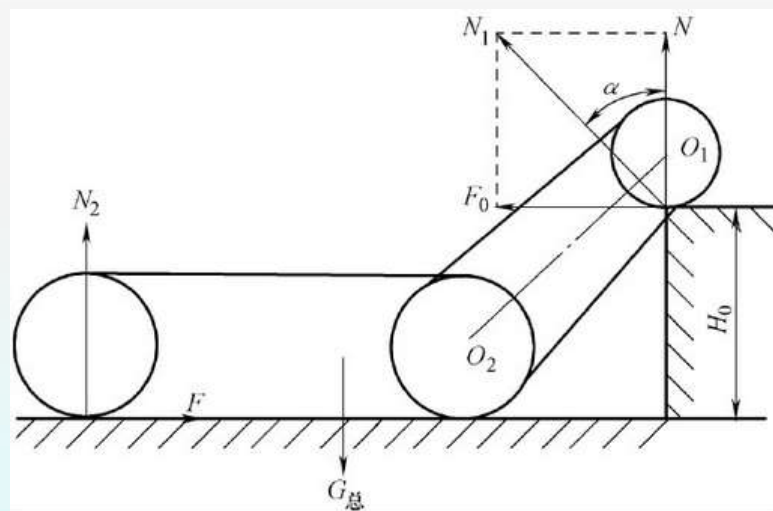


图6.13 爬台阶时整车受力图

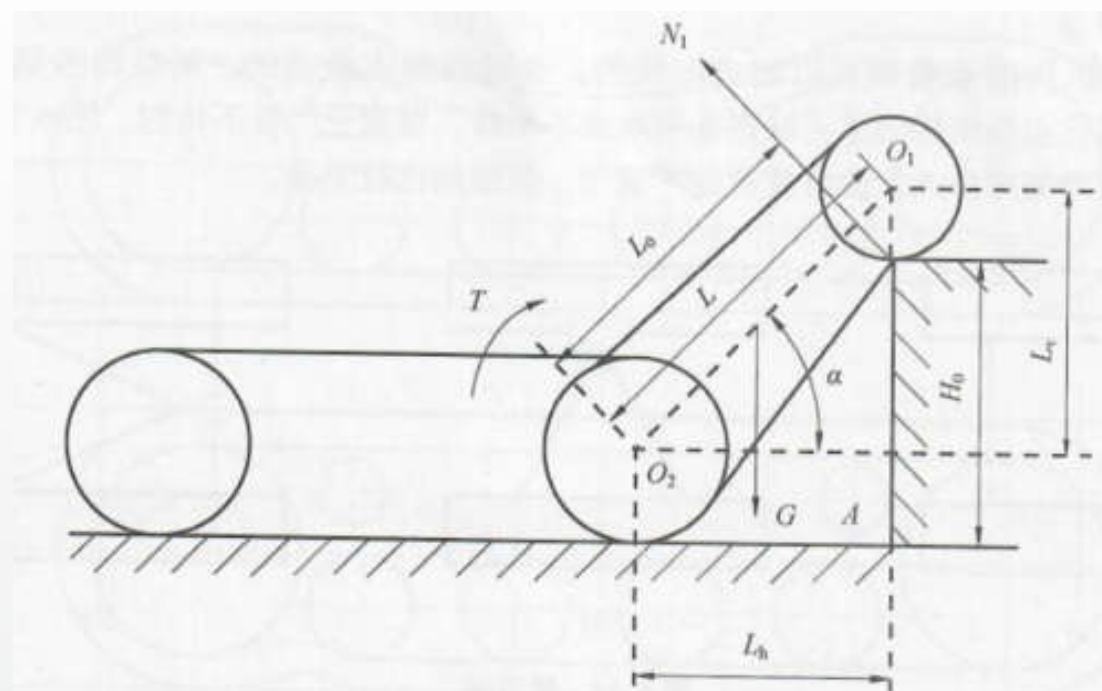


图 6.26 爬台阶时摆臂受力图

如图 6.25 所示，机器人受到自身重力 G ，地面给后轮的垂直反作用力 N_2 和牵引附着力 F ，以及台阶给摆臂的反作用力 N_1 。将 N_1 分解成水平分力 F 和垂直分力 N ，则有

$$N_1 = N / \cos \alpha \quad (6.12)$$

式中： α 为摆臂中心轴线与水平地面的夹角。

由于两个摆臂是对称布置,为简便起见,仅以一个摆臂为例进行受力分析。根据受力平衡方程,可得

$$N = G/4 \quad (6.13)$$

图 6.26 中,根据力矩平衡方程 $\sum M = 0$, 有

$$T = T_{N_1} - T_G \quad (6.14)$$

式中: T 为加在摆臂上的驱动力矩; T_{N_1} 为地面反作用力形成的阻力矩; T_G 为摆臂重力形成的力矩。

将式 (6.12)、式 (6.13) 代入式 (6.14) 可得

$$T = N_1 L_0 - \frac{GL\cos\alpha}{3} = \frac{G L_0}{4\cos\alpha} - \frac{GL\cos\alpha}{3} = G \left(\frac{L_0}{4\cos\alpha} - \frac{L\cos\alpha}{3} \right) \quad (6.15)$$

式中: L_0 为 N_1 对 O_2 点的力臂。

从式 (6.15) 可看出,随着摆臂的转动和车体的前移, L_0 和 α 逐渐减小, $\cos\alpha$ 逐渐增大,那么 T 有减小的趋势,故此时驱动力矩取最大值。在设计时,为便于分析计算,可直接用 L 代替此处的 L_0 。

在 $\triangle O_1O_2A$ 中, 有

$$\cos\alpha = \frac{L_h}{L} \quad (6.16)$$

$$L_h = \sqrt{L^2 - L_v^2}$$

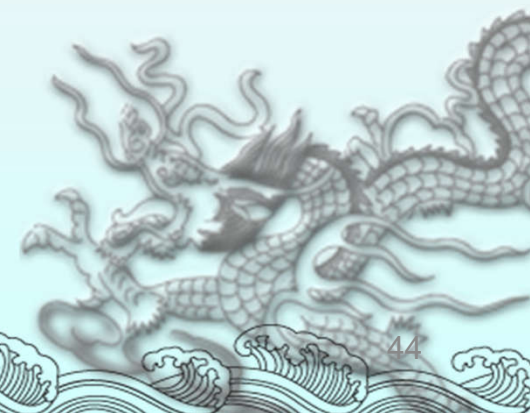
$$L_v = H_0 + \frac{d_1}{2} - \frac{d_2}{2}$$

将式(6.16)及各设计参数代入式(6.14)中可得 T_{\max} 。因此, 对于整车而言, 最大驱动力矩为 $2T_{\max}$ 。由于实际中台阶并非光滑, 可将所得理论值 T_{\max} 取一个修正系数 k , 就可得到工程实际需要值 T'_{\max} , 有

$$T'_{\max} = \frac{T_{\max}}{k}$$

第四节 足式机器人

- 足式机器人的腿机构
- 足式机器人的发展过程
- 双足机器人动力学模型

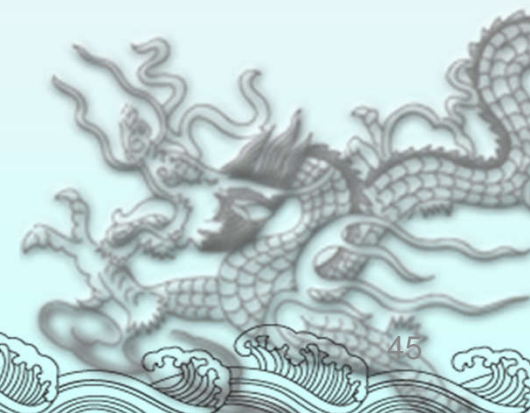


足式机器人可以认为是“一种由计算机控制的用足机构推进的表面移动机械电子装置。足式机器人具有独特的功能：

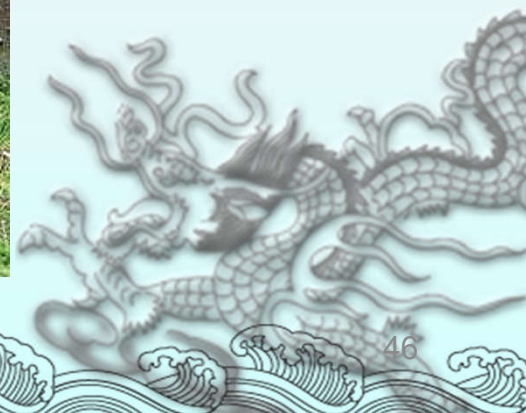
(1) 足式运动具有较好的机动性

(2) 足式运动系统可以主动隔振，即允许机身运动轨迹与足式运动轨迹解耦。尽管地面高低不平，机身运动仍可做到相当平稳。

(3) 足式运动系统在不平地面和松软地面上的运动速度较高，而能耗较少。



足式机器人主要设计难点是机器人跨步时自动转移重心而保持**平衡的问题**。足式机器人用于**工程探险勘测**或军事侦察等人类无法完成的或危险的工作；也可开发成**娱乐机器人玩具**或**家用服务机器人**，具有广泛的适应性。

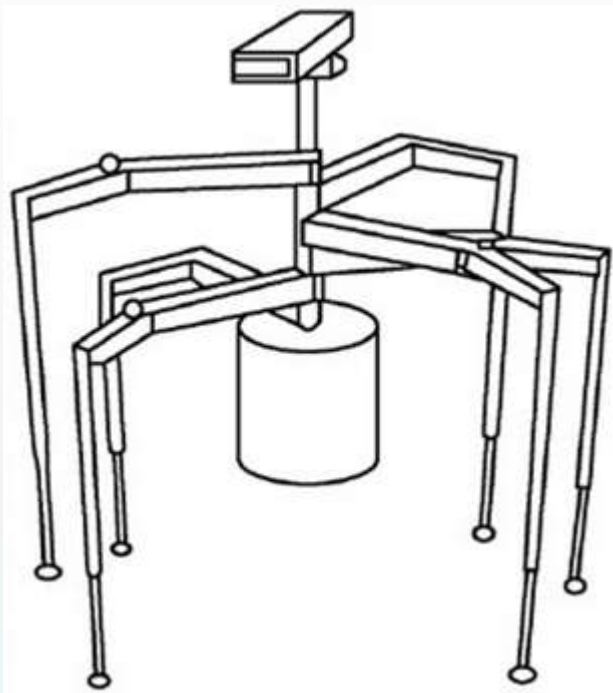


足式机器人的腿部机构

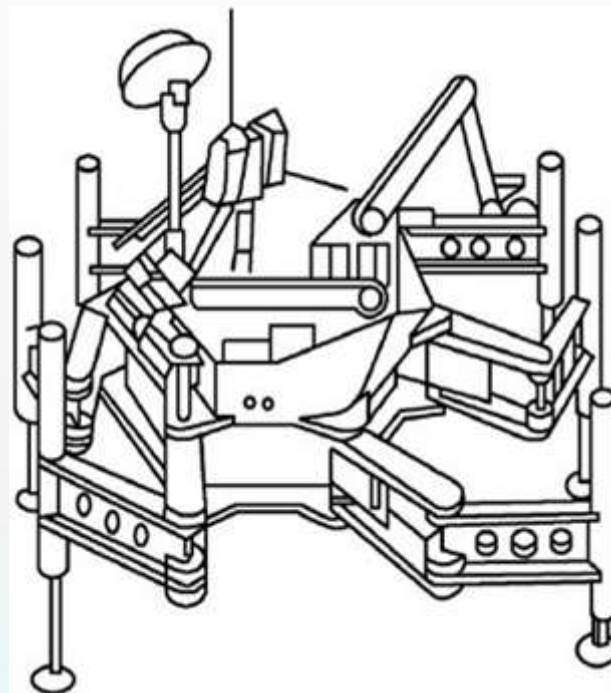
从运动角度出发，腿部机构一般处于支撑状态相对于机身走直线轨迹，同时支撑足驱动协调运动和机身姿态的控制。腿机构必须具备与整机重量相适应的刚性和承载能力。但结构不能过于复杂，否则会导致结构和传动的实现发生困难。足式机器人腿机构分为开链机构和闭链机构两大类：

- 开链机构的特点是工作空间大，结构简单，但承载能力小。
- 闭链机构一般刚性好，承载能力大，但工作空间有局限性。

开链足式机器人

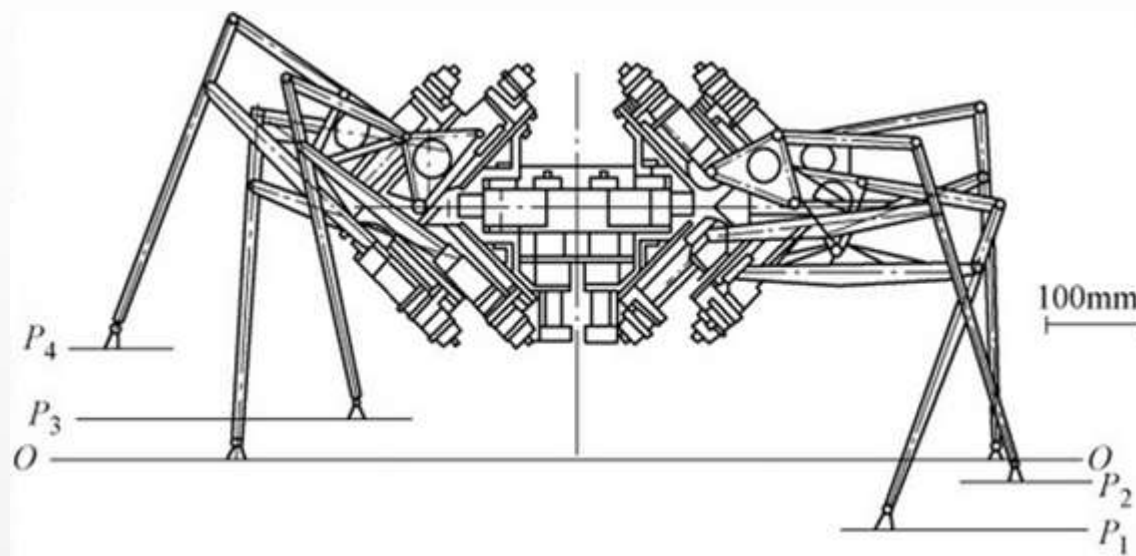


卡内基-梅隆大学的步行机器人

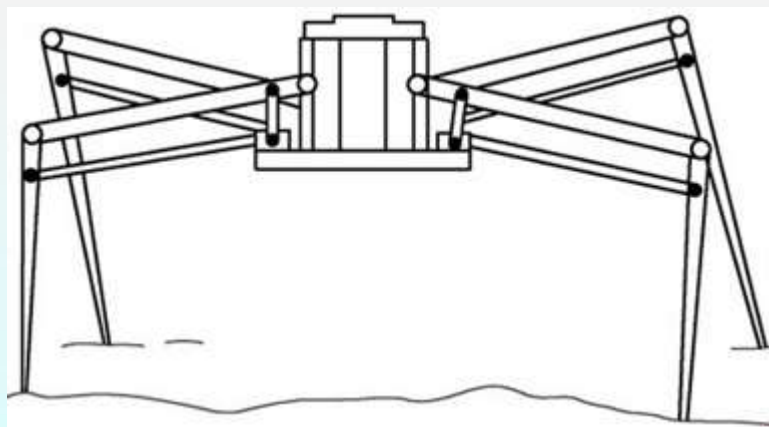


美国Santa Clara的FMC公司的步行机器人

闭链足式机器人



东芝公司的步行机器人



东京工业大学的步行机器人



足式机器人的发展历程

1968年，美国的R. Smosher试制了一台叫“Rig”的操纵型双足步行机器人机械，从而揭开了仿人机器人研制的序幕。

1969年，日本早稻田大学加藤一郎教授研制出WAP-1平面自由度步行机。利用人造橡胶肌肉为关节，通过注气、排气关节转动从而迈步。

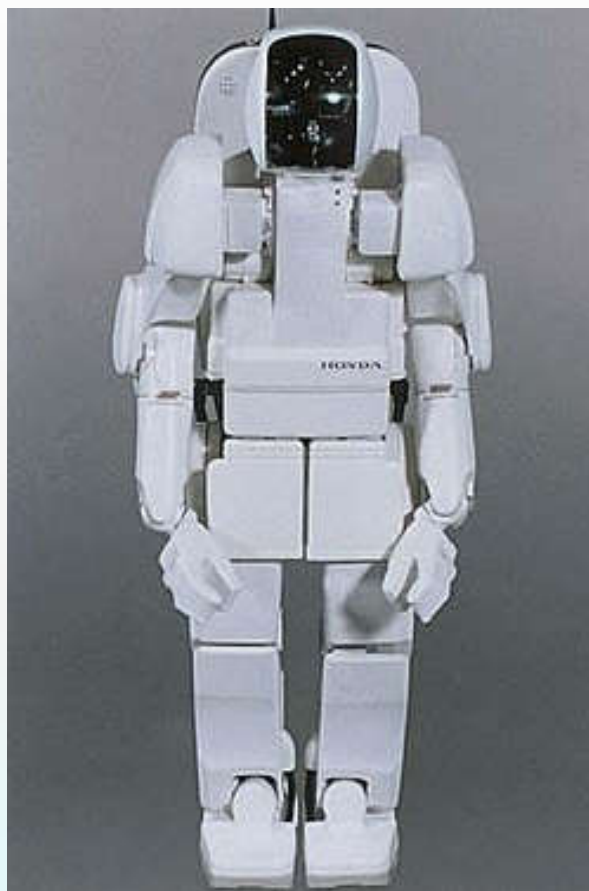
1996年，日本本田公司推出P2型机器人。采用无线遥控技术，使其能够完成诸如速度达到3km/h的动态行走、上下楼梯及推运物体等。

2000年，本田公司推出了新型双脚步行机器人ASIMO，采用了新开发的技术“I-WALK”，可以更加自由地步行。

2000年，日本索尼推出了人形娱乐型机器人“Sony Dream Robot-3X”，它每分钟可以步行15m，并可按照音乐节拍翩翩起舞，可以进行较高速度的自律运动。

日本还有许多其他科研机构 and 高等院校从事仿人机器人的研制和理论研究工作（如松下电工、富士通、川崎重工、日立制作所等单位），他们都在仿人机器人的研制和理论研究方面，取得了一定成就。





P3型机器人



ASIMO双脚步行机器人



双足步行机器人动力学模型

双足机器人系统是相当复杂的多变量时变非线性系统。其复杂程度与两足机器人的自由度多少有关。利用拉格朗日方程建立的两足步行机构WL-3型的动力学模型，机构模型如图6.14所示。为简化分析，做如下假设：

- (1) 腿只在前进平面内运动；
- (2) 腿由刚性杆件构成，杆件之间用关节连接，关节轴与运动平面正交，各杆件质量均布。

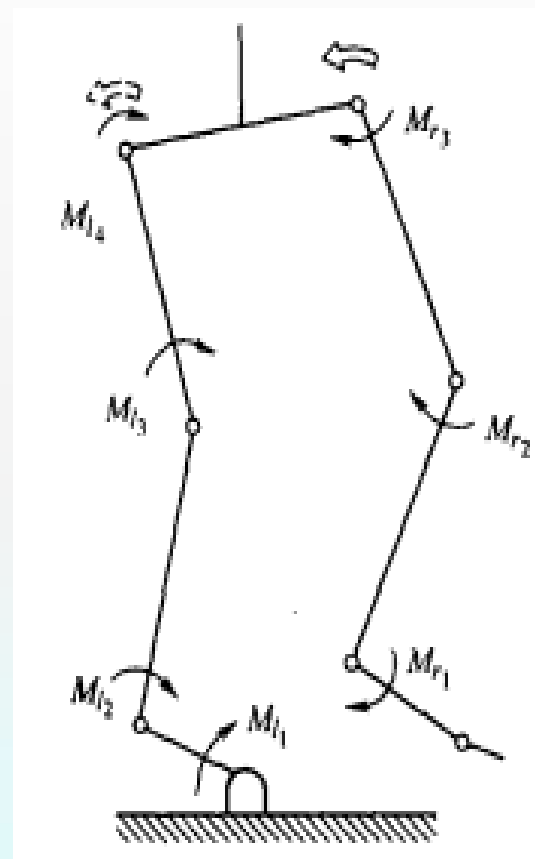


图3.14 双足机器人机构模型

这一模型中，每条腿有4个自由度，分别为**髋关节**、**膝关节**、**踝关节**和**脚尖关节**。当腿处于支撑相时，按3自由度**倒立摆**处理；当腿处于悬空相时，以3自由度**复摆**处理，如图6.15所示。

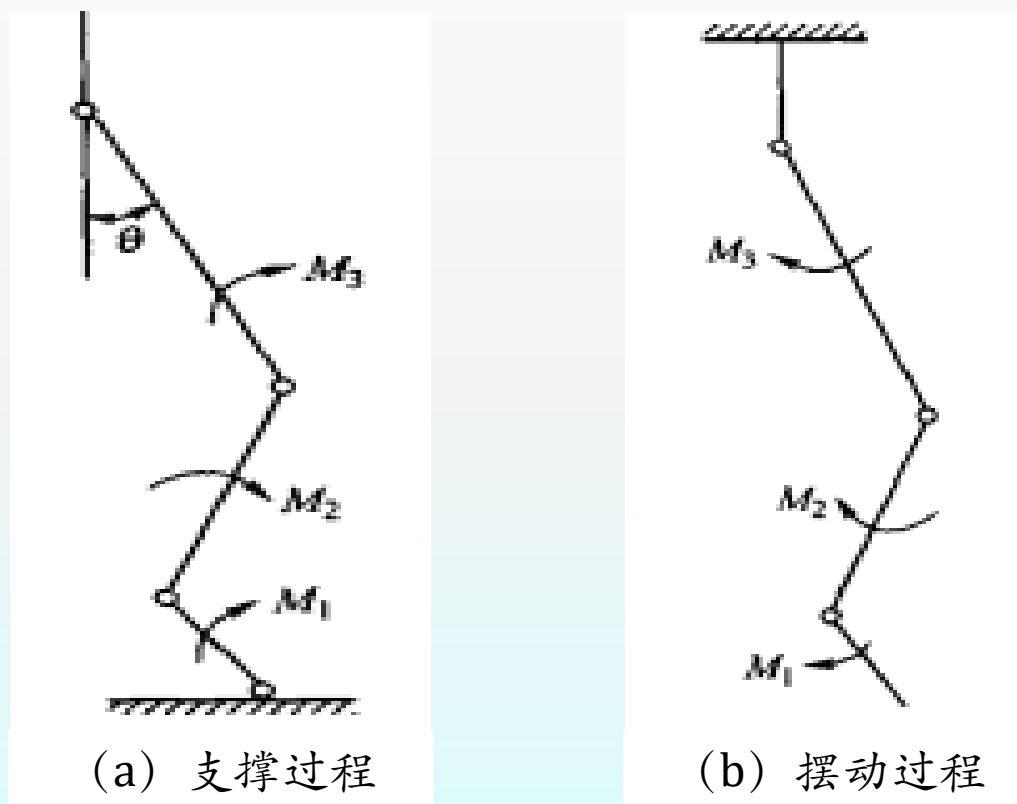


图3.15 三构件腿模型

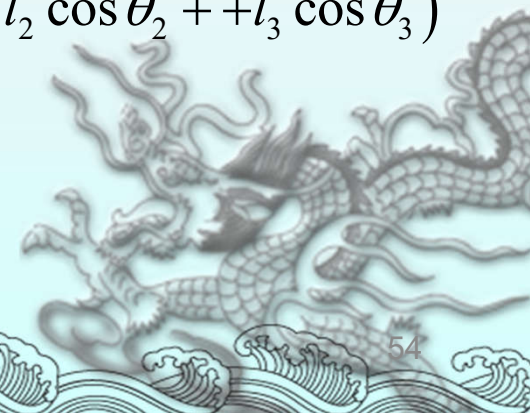
根据拉格朗日方程,

系统的动能为

$$T = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} I_3 \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2)$$

系统的势能为

$$U = m_1 g a_1 \cos \theta_1 + m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + a_2 \cos \theta_2) + m_3 g (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3)$$



计算拉格朗日函数 $L = T - U$ ，代入拉格朗日方程，求得两种腿状态下的微分方程式。

(1) 支撑项

$$[I_1 + m_1 a_1^2 + (m_1 + m_2) l_1^2] \ddot{\theta}_1 + [m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_3 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)] \ddot{\theta}_2 + [m_3 l_1 a_3 \cos(\theta_1 - \theta_2)] \ddot{\theta}_3 - (m_1 g a_1 + m_2 g l_1 + m_3 g l_1) \sin \theta_1 = M_1 - (M_2 - M_3) \quad (6.20)$$

$$[m_2 l_1 a_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_3 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)] \ddot{\theta}_1 + [I_2 + m_2 a_2^2 + m_3 l_2^2] \ddot{\theta}_2 + [m_3 l_2 a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)] \ddot{\theta}_3 - (m_2 g a_2 + m_3 g l_3) \sin \theta_2 = M_2 - M_3 \quad (6.21)$$

$$[m_3 l_1 a_3 \cos(\theta_1 - \theta_3)] \ddot{\theta}_1 + [m_3 l_2 a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)] \ddot{\theta}_2 + [I_3 + m_3 a_3^2] \ddot{\theta}_3 - m_3 g a_3 \sin \theta_3 = M_3 \quad (6.22)$$



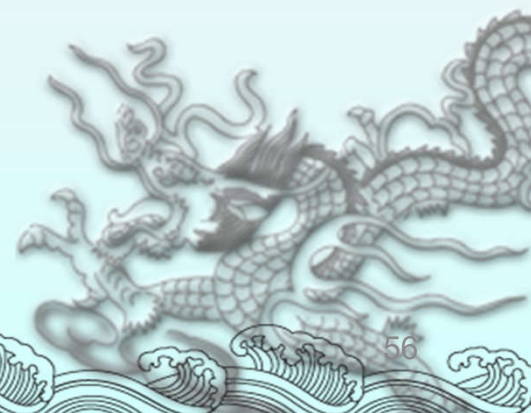
(2) 悬空项

$$\begin{aligned} & [I_2 + m_3 b_3^2 + (m_1 + m_2) l_3^2] \ddot{\theta}_3 + [m_3 l_3 b_2 \cos(\theta_3 - \theta_2) + m_1 l_3 l_2 \cos(\theta_3 - \theta_2)] \ddot{\theta}_2 + \\ & [m_1 l_3 b_1 \cos(\theta_3 - \theta_1)] \ddot{\theta}_1 + (m_3 g b_3 + m_2 g l_3 + m_1 g l_3) \sin \theta_3 = M_3 - (M_2 - M_1) \end{aligned} \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned} & [m_3 l_3 b_2 \cos(\theta_3 - \theta_2) + m_1 l_3 l_2 \cos(\theta_3 - \theta_2)] \ddot{\theta}_3 + [I_2 + m_2 b_2^2 + m_1 l_2^2] \ddot{\theta}_2 + \\ & [m_1 l_2 b_1 \cos(\theta_2 - \theta_1)] \ddot{\theta}_1 - (m_2 g b_2 + m_1 g b_2) \sin \theta_2 = M_2 - M_1 \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned} & [m_1 l_3 b_1 \cos(\theta_3 - \theta_1)] \ddot{\theta}_3 + [m_1 l_2 b_1 \cos(\theta_3 - \theta_2)] \ddot{\theta}_2 + [I_1 + m_{13} b_1^2] \ddot{\theta}_1 - \\ & m_1 g b_1 \sin \theta_1 = M_1 \end{aligned} \quad (6.25)$$

式中： m_i 为连杆 i 的质量， $i = 1, 2, 3$ ； I_i 为连杆 i 绕质心的转动惯量； l_i 为连杆 i 的长度； a_i 为连杆 i 绕质心到连杆下端铰链的距离； b_i 为连杆 i 绕质心到连杆上端铰链的距离； θ_i 为连杆 i 相对于基础坐标系的绝对转角； M_i 为作用在连杆上的驱动力矩。



实例设计

移动机器人移动机构设计

设计一款移动机器人能在比赛场地上移动，抓取重物，并将重物运载放置到目的地。

1. 机器人的设计参数

机器人大小必须限制在1 000mm 长、1 000mm 宽、1 500mm 高。机器人的质量 $<20\text{kg}$ ，最大抓取重量 900g，最大速度 4m/s ，最大加速度 2m/s^2 。

2. 移动方式的选择

移动机器人按移动方式来分，可分为轮式移动机器人、步行移动机器人、蛇形机器人，履带式移动机器人、爬行机器人等。所设计的移动机器人在平面比赛场地行走并完成搬运工作，且具有一定的抗倾覆能力。考虑到轮式移动机构可实现平面行走功能，且具有移动高速稳定、能量利用率高、机构的控制简单的优点，因此，本机器人的移动机构选用轮式结构。



3. 移动平台驱动、转向方式

轮式移动机器人一般有 3 轮、4 轮或 6 轮，其转向装置的结构通常有两种方式：①铰链转向式。转向轮装在转向铰轴上，转向电机通过减速器和机械连杆机构控制铰轴从而控制转向轮的转向。②差速转向式：在小车的左、右轮上分别装上两个独立的驱动电机，通过控制左、右轮的速度比来实现车体的转向。在这种情况下，非驱动轮应为自由轮。3 轮结构比较简单，能够满足一般的需要，应用也比较广泛。4 轮的稳定性好，承载能力较大，但结构较复杂。6 轮与 4 轮相似，只不过有更大的承载能力和稳定性。因为机器人的总重量不是很大，只有 20kg 左右，工作条件也不恶劣，所以采用 3 轮就能满足要求，但考虑到比赛中机器人运行速度较快，必须在运行过程中拥有足够的稳定性，故采用 4 轮差动方案，1，2 为后置驱动轮，3，4 为前置从动轮，1，3 和 2，4 分别用同步带实现同步转动，形成如图 6.37 所示的最终方案。

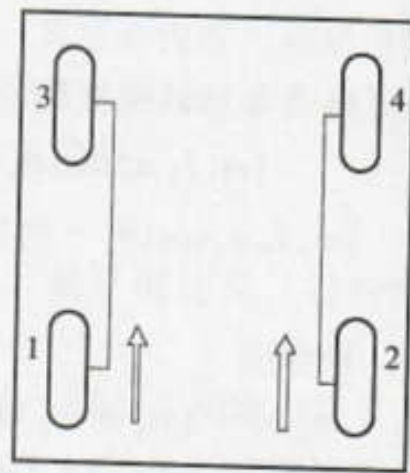


图 6.37 从动轮前置的四轮差动布局

4. 机器人移动平台结构设计

移动平台的设计机构尺寸直接影响到机器人的平衡稳定性及其运动灵活性；设计时在满足移动平台刚度、强度要求的前提下，为减轻其重量，移动平台选用 25mm×25mm 厚 1m 的不锈钢方管焊接而成，整体尺寸长 450mm，宽 400mm，前部开有 144° 的 V 形定位槽（25mm×10mm 厚 1m）。驱动轮模块的整体结构设计如图 6.38 所示，由车轮、轴承座、电机、电机座、同步带等构成，轴承座和焊接在平台上的支撑板螺钉连接承担平台重量，移动平台结构如图 6.39 所示。

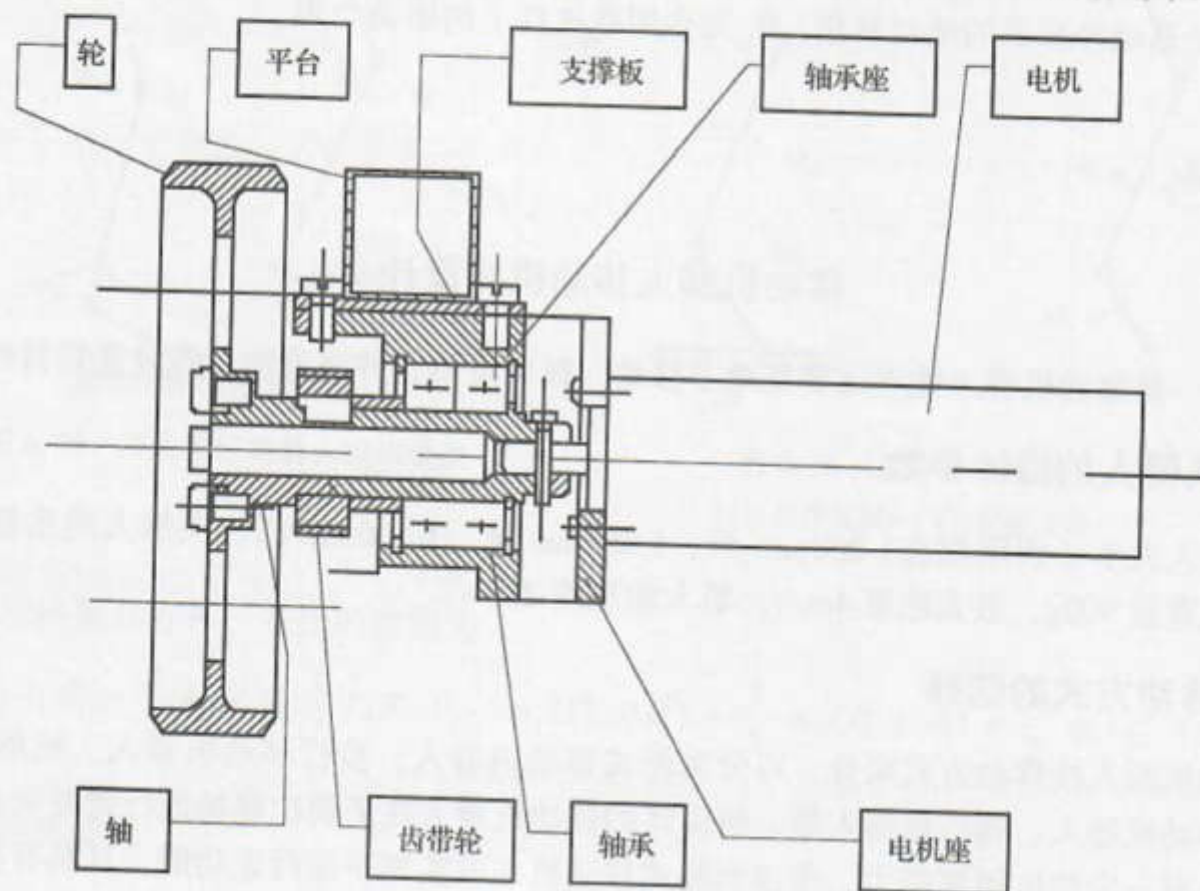


图 6.38 驱动模块结构图

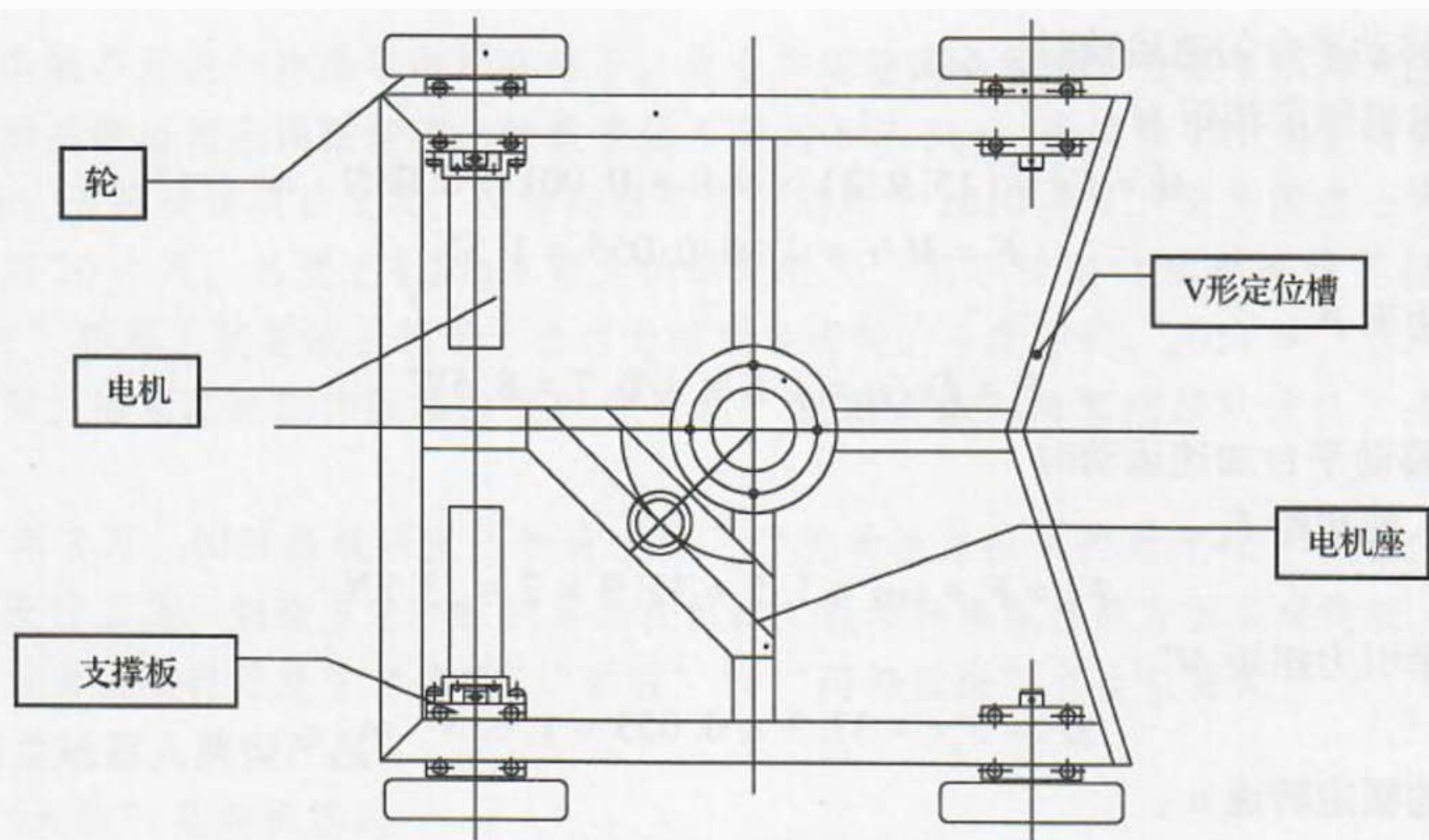


图 6.39 移动平台结构图

5. 移动平台驱动电机选型

电机的选择对机械结构的影响明显，它不但直接影响小车的尺寸和结构安排，并且对小车的运动灵活性起关键作用。驱动电机通常采用具有良好的调速性能的各种直流电机、步进电机。直流电机的优点是功重比大，能保证足够的速度。但是要想保证速度和位置精度，必须加入测速传感器（如光电编码器），充当反馈环节；直流电机本身的速度比较高，通常需要使用减速器。本移动机器人小车选用直流减速电机，它具有以下优点：①调速性能好，且运行稳定；②电机本身集成了减速箱，整体体积小，功重比大；③电机的负载特性硬，有较大的过载能力，确保运行速度不受负载冲击的影响。

移动机器人的相关参数：最大重量 $m_{\max} = 20\text{kg}$ ，最大的抓取重量 $m_{\max} = 900\text{g}$ ，驱动轮直径 $r = 55\text{mm}$ ，车轮与运动面间（即尼龙与橡胶）的摩擦力臂 $k = 1\text{mm}$ ，车运动的最大速度 $v_{\max} = 4\text{m/s}$ ，最大加速度 $a_{\max} = 2\text{m/s}^2$ ，效率为 $\eta = 0.7 \sim 0.9$ ；驱动轮的受力分析如图 6.40 所示。

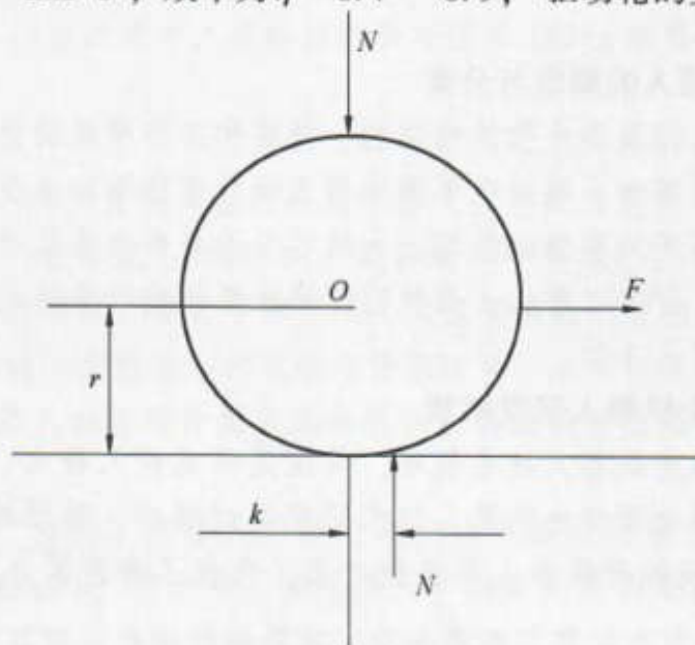


图 6.40 驱动轮受力分析示意图

(1) 移动平台匀速运动时

驱动电机额定转矩 M :

$$M = Fr = (15.9/2) \times 9.8 \times 0.001 = 0.08 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$F = M/r = 0.08/0.055 = 1.5 \text{ N}$$

额定功率 P :

$$P = Fv/\eta = 1.5 \times 4/0.7 = 8.5 \text{ W}$$

(2) 移动平台加速运动时

机器人的初始 F_a :

$$F_a = F + ma = 1.5 + 15.9 \times 2 = 33.3 \text{ N}$$

初始牵引力转矩 M' :

$$M' = F_a r = 33.3 \times 0.055 = 1.83 \text{ N} \cdot \text{m}$$

电机的额定转速 n :

$$n = v/\pi d = 60 \times 4/3.14 \times 0.11 = 695 \text{ r/min}$$

电机的额定转矩 M :

$$M = 0.08 \text{ N} \cdot \text{m}$$

根据额定转矩和额定功率, 可选择相应型号的电机。至此, 机器人的移动机构设计完成。



混合机构机器人

- 轮足式机器人
- 履带-足式机器人

