

# 神经渲染--从传统图形学的Blending、Alpha合成理解NeRF体渲染方程2

基于论文《NeRF\_Representing-Scenes-as-Neural-Radiance-Fields-for-View-Synthesis》，从图形学角度理解NeRF的体渲染方程（Volumetric Rendering），需要重点分析论文中的公式

(1) 和其离散化实现公式 (3)，并将其与传统图形学中的Alpha合成 (Alpha Blending) 关联起来理解。

在这个论文中，将静态场景表示为连续的五维函数，该函数输出每个点  $(x, y, z)$  在每个方向上发射的辐射亮度，并在每个点输出一个密度，该密度类似于微分不透明度，用于控制穿过该点的光线累积多少辐射亮度。论文方法优化了一个没有任何卷积层的深度全连接神经网络（通常称为多层次感知器或 MLP）来表示该函数，通过从单个五维坐标  $(x, y, z)$  回归到单个体积密度和依赖视角的 RGB 颜色。

## 1. 体渲染方程的核心公式

论文中的辐射场渲染公式（公式1）为：

$$C(\mathbf{r}) = \int_{t_n}^{t_f} T(t) \sigma(\mathbf{r}(t)) \mathbf{c}(\mathbf{r}(t), \mathbf{d}) dt$$

其中：

- $T(t)$ ：累积透射率 (Transmittance)，表示光线从起点  $t_n$  到  $t$  未碰撞物质的概率：  
$$T(t) = \exp\left(-\int_{t_n}^t \sigma(\mathbf{r}(s)) ds\right)$$
- $\sigma(\mathbf{r}(t))$ ：位置  $\mathbf{r}(t)$  处的体积密度（微分碰撞概率）。
- $\mathbf{c}(\mathbf{r}(t), \mathbf{d})$ ：视角  $\mathbf{d}$  依赖的RGB颜色。

## 2. 离散化与Alpha合成的关联

NeRF实际采用\*\*分层采样（公式2）\*\*近似积分，推导出渲染公式（公式3）：

$$\hat{C}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N T_i (1 - \exp(-\sigma_i \delta_i)) \mathbf{c}_i$$

其中：

- $T_i$ ：第  $i$  样本前的累积透射率：  
$$T_i = \exp\left(-\sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j \delta_j\right)$$
  - $\alpha_i$ ：不透明度 (Alpha)，由体密度转换而来： $\alpha_i = 1 - \exp(-\sigma_i \delta_i)$
- ||  $\alpha_i$  的物理意义是光线在  $[t_i, t_{i+1}]$  区间内被阻挡的概率。

此公式可重写为：

$$\hat{C}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N T_i \alpha_i \mathbf{c}_i$$

这正是体积渲染中的Alpha合成公式。

### 3. 与传统图形学的Alpha Blending对比

传统图形学中，Alpha合成用于混合半透明物体：

- **颜色混合：**  $C_{\text{final}} = C_{\text{new}} + (1 - \alpha)C_{\text{prev}}$
- **深度排序：**按深度从远到近叠加颜色和不透明度。

在NeRF中：

1. **采样点即“图层”：**每个样本点  $i$  可视为一个半透明图层。
2. **顺序性：**由于  $T_i$  随深度递减（见公式  $T_i$  定义），其隐式实现了从光路起点到终点的顺序叠加（无需显式排序）。
3. **物理可解释性：**  $\alpha_i$  和  $T_i$  从体密度  $\sigma$  推导而来（ $\alpha_i$  与光学深度  $\sigma_i \delta_i$  直接相关）。

### 4. 关键图形学思想总结

概念	传统图形学	NeRF体渲染
不透明度	$\alpha$ (人为指定)	$\alpha_i = 1 - e^{-\sigma_i \delta_i}$ (物理推导)
颜色叠加	$C_{\text{out}} = \alpha C + (1 - \alpha)C_{\text{bg}}$	$C(\mathbf{r}) = \sum T_i \alpha_i \mathbf{c}_i$
混合顺序	依赖深度排序	$T_i$ 自动实现从近到远叠加（沿射线累乘）
微分性	不可微 (硬决策)	可微 ( $\sigma_i, \mathbf{c}_i$ 可优化)

### 5. 实际意义

NeRF的渲染过程可类比为：

1. **射线分层切割：**将射线划分为若干小段。

2. 每段生成半透明图层：由MLP预测  $\sigma_i$  (密度) 和  $\mathbf{c}_i$  (颜色)。
3. 顺序Alpha混合：从射线起点到终点合成所有图层，得到像素颜色。

这种模型既继承了体绘制的物理准确性（如模拟烟雾透光率），又通过可微渲染支持端到端优化——这正是NeRF核心创新点之一。公式中的  $\alpha_i$  与图形学Blending紧密关联，而  $\sigma_i \delta_i$  相当于 "光学厚度" (Optical Thickness)，与透射率  $T_i$  形成物理学闭环。