Элементарные исходы

Элементарные исходы

Результат, полученный в ходе эксперимента (часто говорят случайного эксперимента)

Элементарные исходы

Результат, полученный в ходе эксперимента (часто говорят случайного эксперимента)

Для броска монетки элементарные исходы: “орел”, “решка”

Для броска кубика элементарные исходы: 1, 2, 3, 4, 5, 6

Элементарные исходы

Результат, полученный в ходе эксперимента (часто говорят случайного эксперимента)

Для броска монетки элементарные исходы: “орел”, “решка” $\longrightarrow$ {“орел”, “решка”}

Для броска кубика элементарные исходы: 1, 2, 3, 4, 5, 6 $\longrightarrow$ {1,2,3,4,5,6}

Элементарные исходы

Результат, полученный в ходе эксперимента (часто говорят случайного эксперимента)

Для броска монетки элементарные исходы: “орел”, “решка” → {“орел”, “решка”}

Для броска кубика элементарные исходы: 1, 2, 3, 4, 5, 6 → {1,2,3,4,5,6}

Множество элементарных исходов $$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$$

Элементарные исходы

Результат, полученный в ходе эксперимента (часто говорят случайного эксперимента)

Для броска монетки элементарные исходы: “орел”, “решка” → {“орел”, “решка”}

Для броска кубика элементарные исходы: 1, 2, 3, 4, 5, 6 → {четное, нечетное}

Множество элементарных исходов $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$

Элементарные исходы

Результат, полученный в ходе эксперимента (часто говорят случайного эксперимента)

Для броска монетки элементарные исходы: “орел”, “решка” $\longrightarrow$ {“орел”, “решка”}

Для броска кубика элементарные исходы: 1, 2, 3, 4, 5, 6 $\longrightarrow$ {четное, нечетное}

Множество элементарных исходов $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$

Эксперимент: бросание монетки три раза

$$\Omega_1 = \{ooo, oop, opo, opp, poo, pop, ppo, ppp\}$$

$\Omega_2 =$ {третий бросок - решка, третий - орел}

Эксперимент: бросание монетки три раза

$$\Omega_1 = \{ooo, oop, opo, opp, poo, pop, ppo, ppp\}$$

$\Omega_2 =$ {третий бросок - решка, третий - орел}

Событие

Событие

Любое подмножество множества элементарных исходов

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

"Выпало четное число"

Событие

Любое подмножество множества элементарных исходов

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

“Выпало число больше 2”

Событие

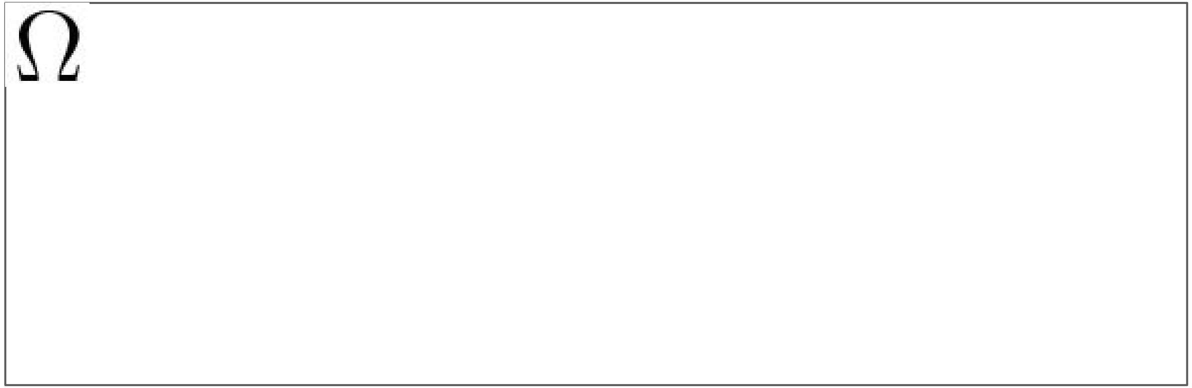
Любое подмножество множества элементарных исходов

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Достоверное событие

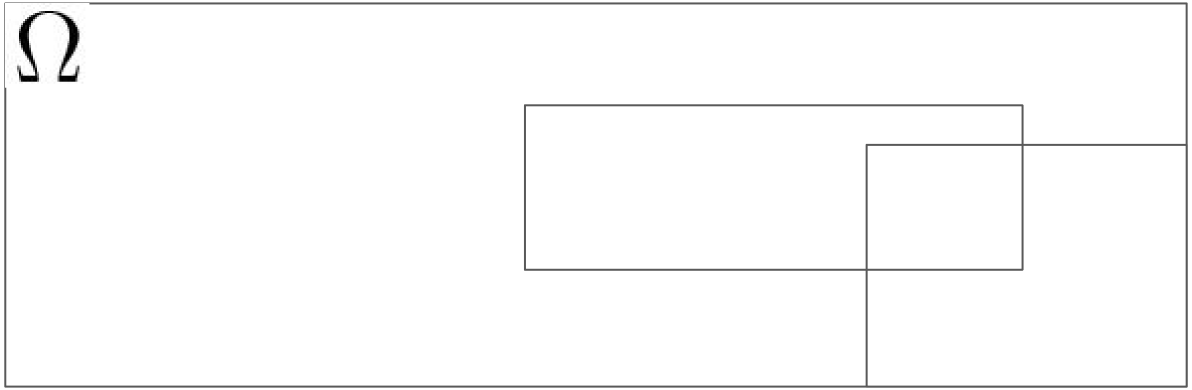
$\emptyset$ - Невозможное событие

Алгебра событий

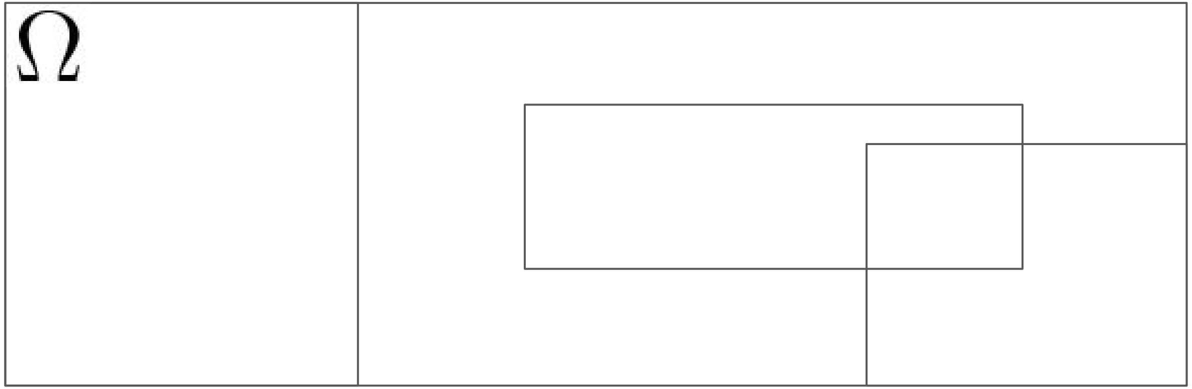


Алгебра событий

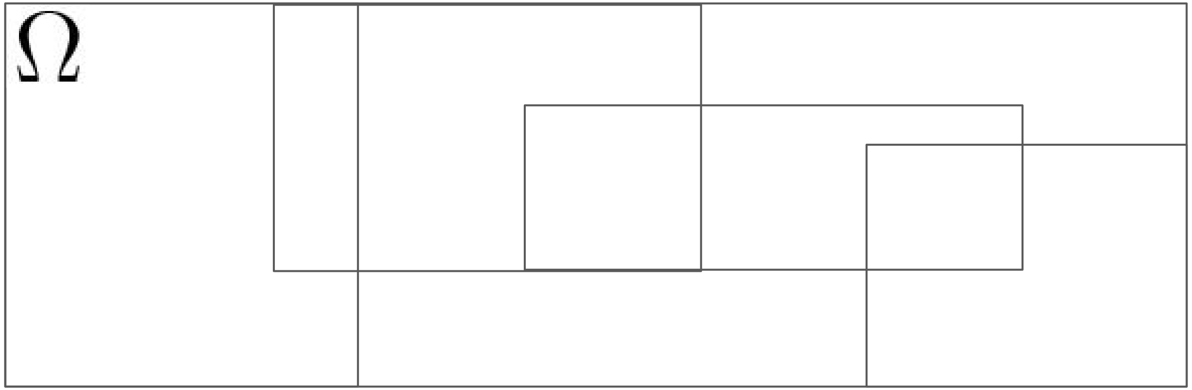
Алгебра событий



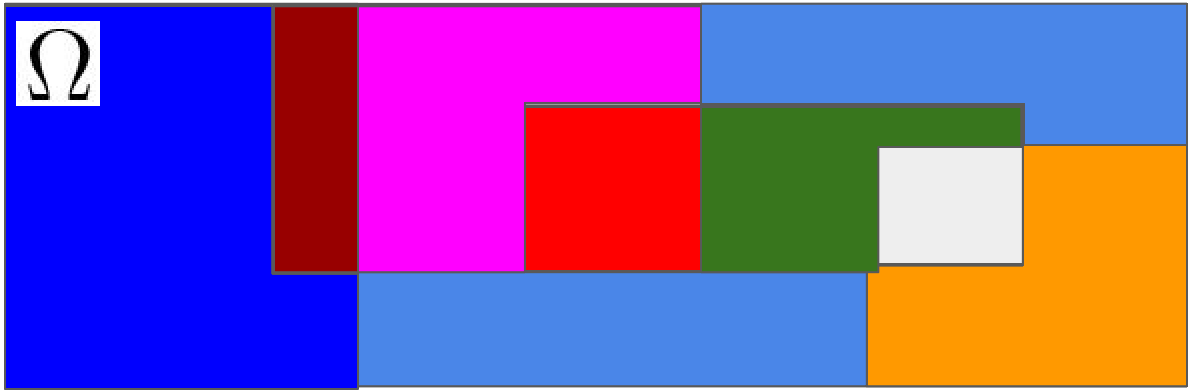
Алгебра событий



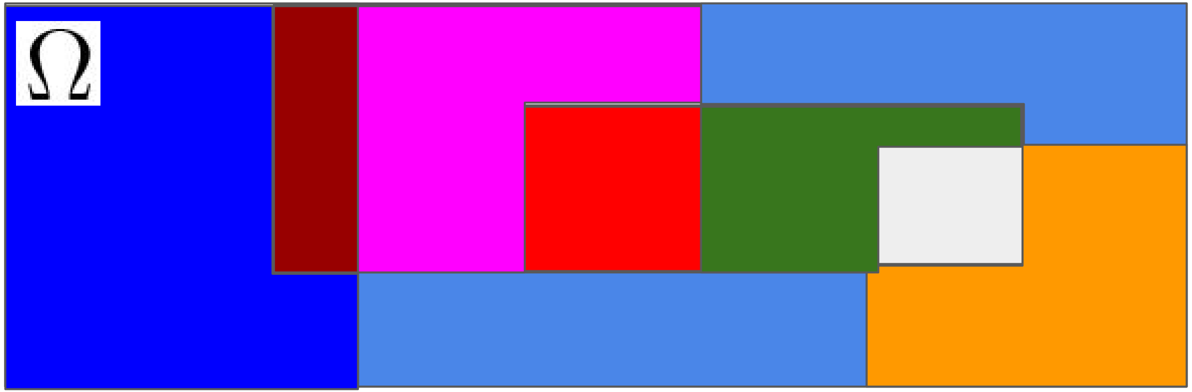
Алгебра событий



Алгебра событий

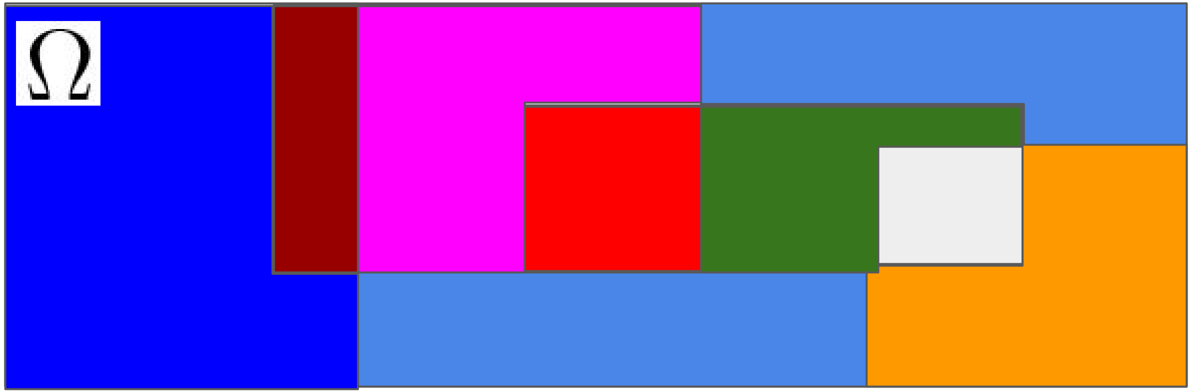


Алгебра событий



{Все маленькие события, все возможные объединения двоек, троек и тд...}

Алгебра событий



{Все маленькие события, все возможные объединения двоек, троек и тд...} - алгебра событий

Вероятность

Вероятность

Функция $P : A \to [0, 1]$

Вероятность

Функция $$P : A \to [0, 1]$$

Свойство 1: $$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$$

$$P(\omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_n) = 1$$

Вероятность

Функция $P : A \to [0, 1]$

Свойство 2: $$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega)$$

Вероятность

Функция $P : A \to [0, 1]$

Свойство 3:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Дискретное вероятностное пространство

$$(\Omega, A, P)$$

Дискретное вероятностное пространство: нечестная монета

$$(\Omega, A, P)$$

$$\Omega = \{o, p\}$$

A = Все подмножества Ω

$$P(\varnothing) = 0 \quad P(p) = q$$

$$P(o) = p \quad P(p \cup q) = 1$$

Свойства вероятности

Свойства вероятности

1) $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

Свойства вероятности

1) $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

Доказательство:

$$P(\Omega) = 1$$

Свойства вероятности

1) $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

Доказательство:

$$P(\Omega) = 1$$

Свойства вероятности

1) $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

Доказательство:

$$P(\Omega) = 1 \Rightarrow \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$$

Свойства вероятности

1) $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

Доказательство:

$$P(\Omega) = 1 \Rightarrow \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$$

Разделяя ω на входящие в A и входящие в $\overline{A}$ получаем:

$$\sum_{\omega \in A} P(\omega) + \sum_{\omega \in \overline{A}} P(\omega) = 1 \Rightarrow P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

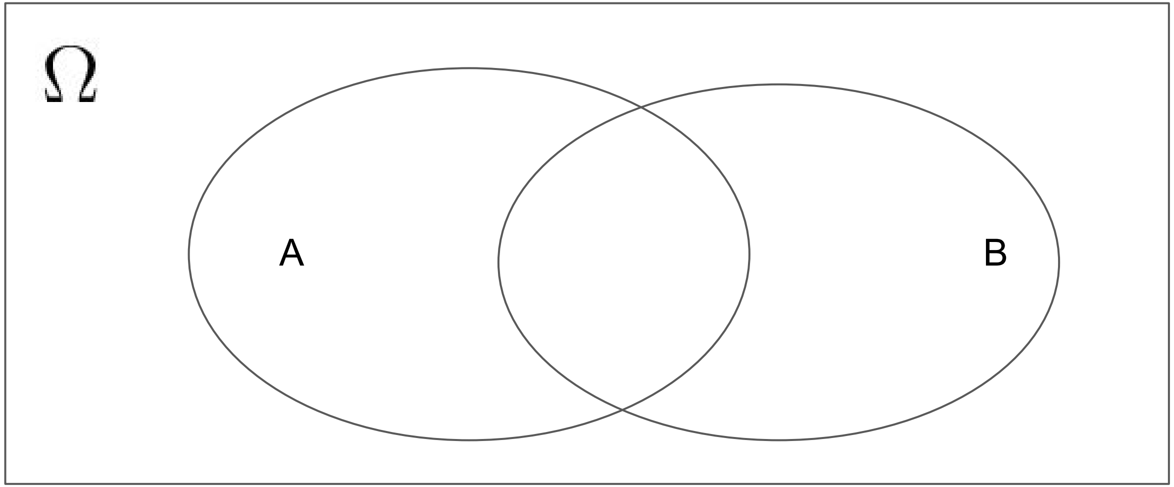
Свойства вероятности

2) $$A \subseteq B \Rightarrow P(A) \le P(B)$$

Свойства вероятности

3) Независимые события

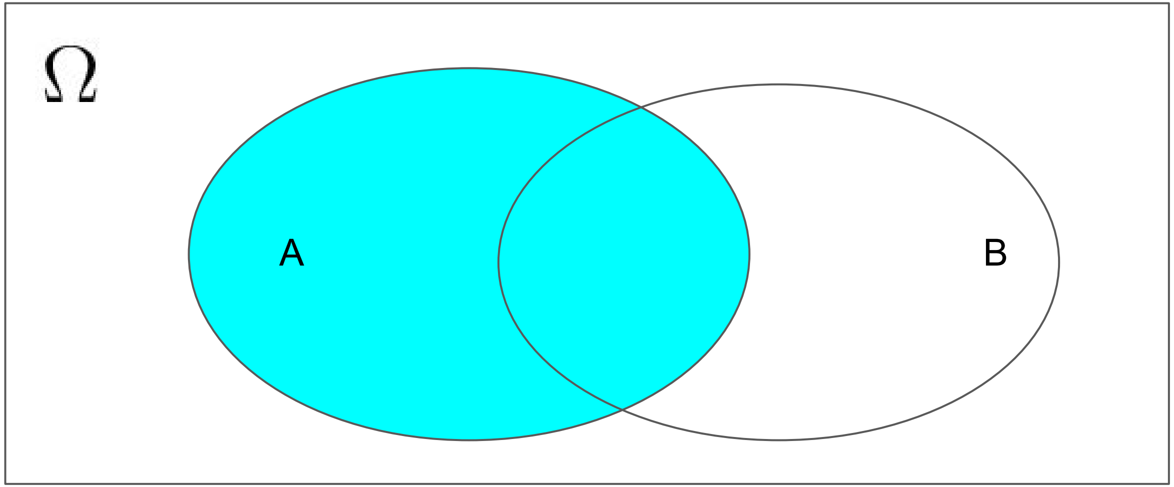
$$P(A)P(B) = P(A \cap B)$$



Свойства вероятности

3) Независимые события

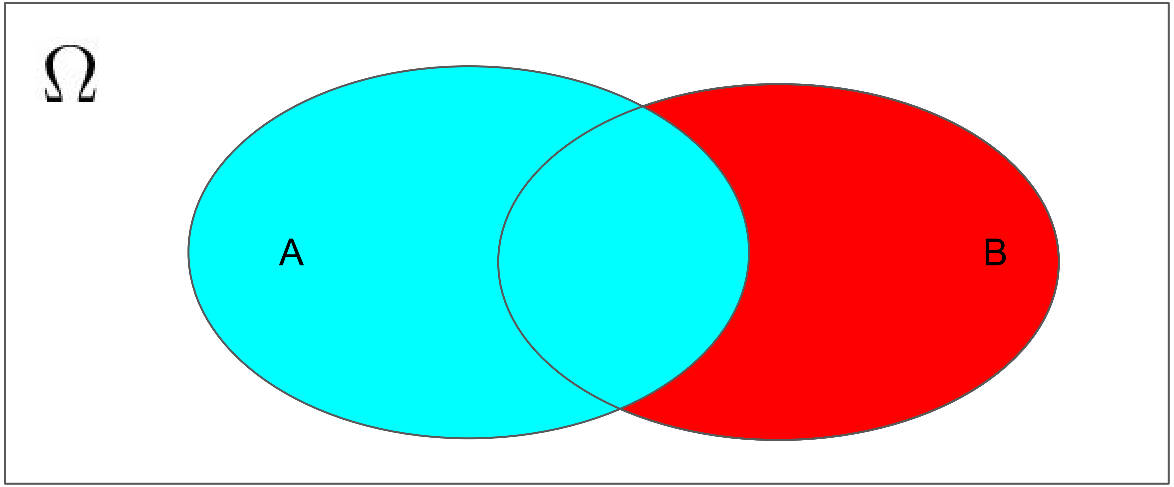
$$P(A)P(B) = P(A \cap B)$$



Свойства вероятности

3) Независимые события

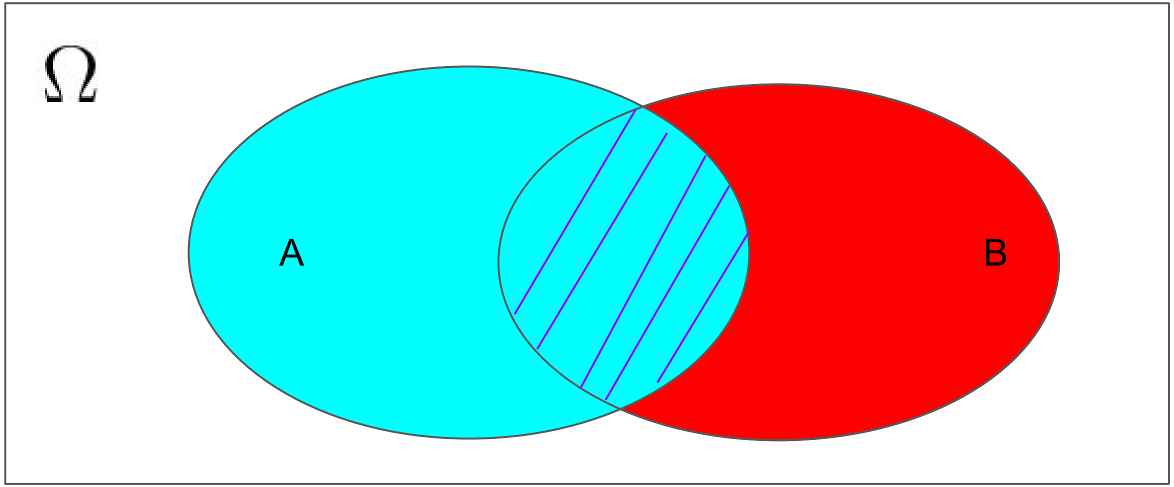
$$P(A)P(B) = P(A \cap B)$$



Свойства вероятности

4) Независимые события

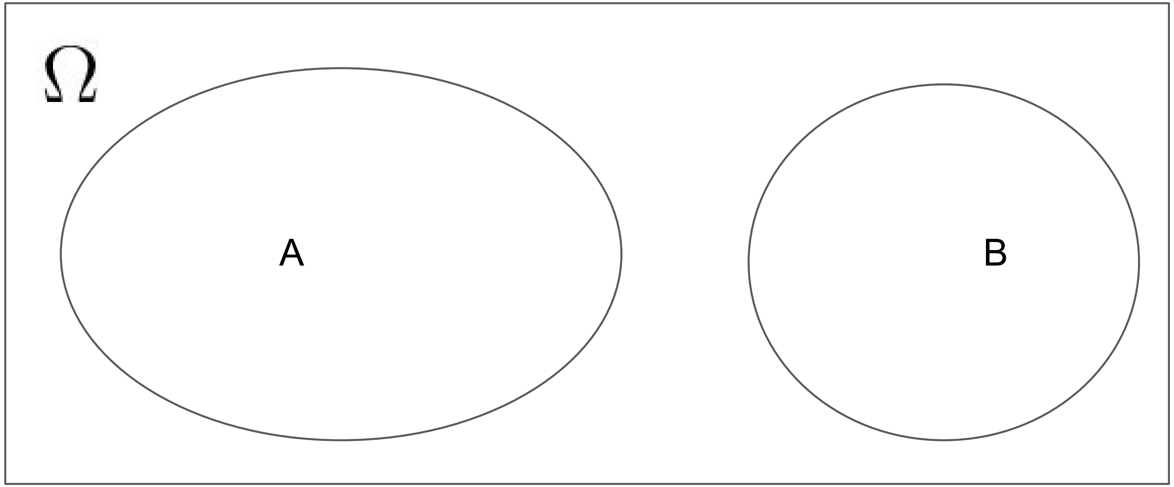
$$P(A)P(B) = P(A \cap B)$$



Свойства вероятности

4) Несовместные события

$$P(A \cap B) = 0$$



Свойства вероятности

4) Несовместные события - не имеют ничего общего с независимыми!

$$P(A \cap B) = 0 \qquad\qquad P(A)P(B) = P(A \cap B)$$

Свойства вероятности

4) Несовместные события - не имеют ничего общего с независимыми!

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A)P(B) = P(A \cap B)$$

$$P(A)P(B) = 0$$

$$P(A) = 0$$

$$P(B) = 0$$

Классическое вероятностное пространство

Классическое вероятностное пространство

ω_1	ω_2	ω_3	$\cdots$	ω_n

Классическое вероятностное пространство

ω_1	ω_2	ω_3	$\cdots$	ω_n
$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$		$\frac{1}{n}$

Классическое вероятностное пространство

ω_1	ω_2	ω_3	$\cdots$	ω_n
$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$		$\frac{1}{n}$

$$P(A) = \frac{|A|}{n}$$

Классическое вероятностное пространство

ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

A - выпало число большее или равное 2

$$P(A) = ?$$

Классическое вероятностное пространство

ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

A - выпало число большее или равное 2

$$P(A) = ?$$

Классическое вероятностное пространство

ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

A - выпало число большее или равное 2

$$P(A) = \frac{5}{6}$$

Классическое вероятностное пространство

ω_1	ω_2	ω_3	$\cdots$	ω_n
p_1	p_2	p_3	$\cdots$	p_n

Классическое вероятностное пространство

ω_1	ω_2	ω_3	$\cdots$	ω_n
p_1	p_2	p_3	$\cdots$	p_n

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} p_i$$

Классическое вероятностное пространство

ω_1	ω_2	ω_3	$\cdots$	ω_n
p_1	p_2	p_3	$\cdots$	p_n

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} p_i$$

Классическое вероятностное пространство

M	N	O	P
$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{14}$

Классическое вероятностное пространство

M	N	O	P
$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{14}$

A - получить согласную букву

$$P(A) = ?$$

Классическое вероятностное пространство

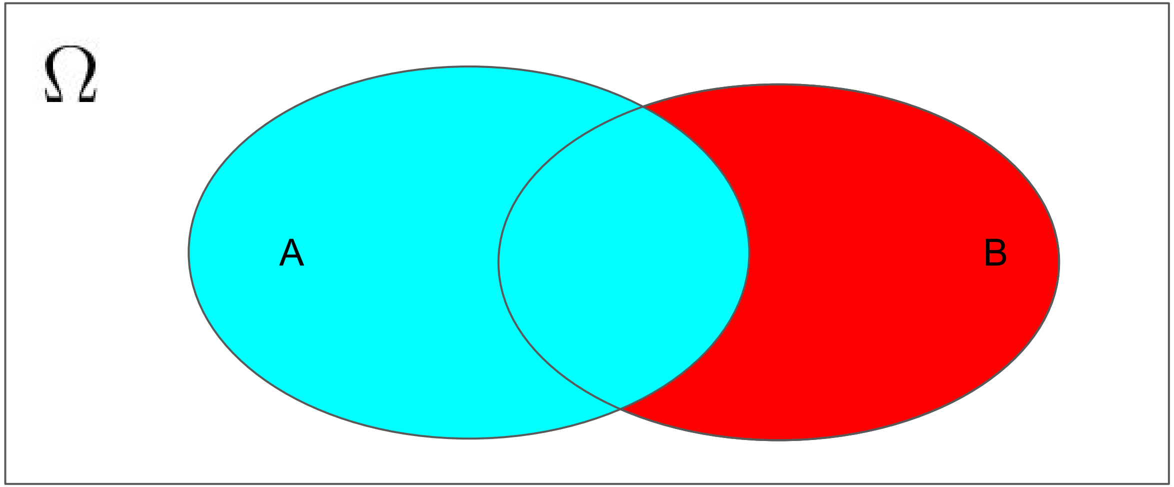
M	N	O	P	
$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{14}$	

$$P(A) = \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{14} = \frac{13}{14}$$

Независимые события - напоминание

Независимые события

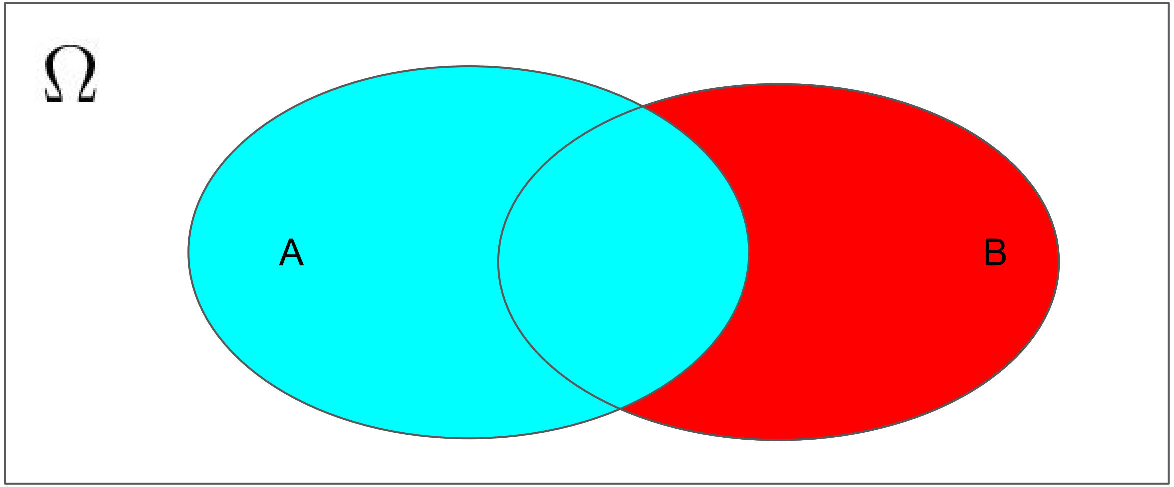
$$P(A)P(B) = P(A \cap B)$$



Зависимые события

Зависимые события

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



Зависимые события

Зависимые события

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

1) $$P(A \cap B) = P(A|B) * P(A) = P(B|A) * P(B)$$

2) $$P(A|B) = P(A) \Leftrightarrow$$ A и B - независимые

Теорема Байеса

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

Теорема Байеса

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$



Вероятность поломки p_1 p_2 p_3

Купили лампочку, она сломалась. Какова вероятность, что это была лампочка производителя X?

Формула полной вероятности

Если

$A_1, A_2, ..., A_n$ - несовместные

$A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n = \Omega$

то выполняется:

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + ... + P(A_n)P(B|A_n)$$

Случайная величина: интуиция

Случайная величина: интуиция

$$x + a = b$$

Случайная величина: интуиция

$$x + a = b \qquad \Rightarrow \qquad x = b - a$$

Случайная величина: интуиция

$$x + a = b \qquad \Rightarrow \qquad x = b - a$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

Случайная величина: интуиция

$$x + a = b \quad \Rightarrow \quad x = b - a$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -2, x_2 = -1$$

Случайная величина: интуиция

$$x + a = b \quad \Rightarrow \quad x = b - a$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -2, x_2 = -1$$

$$X$$

Случайная величина: интуиция

$$x + a = b \quad \Rightarrow \quad x = b - a$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -2, x_2 = -1$$

$$X \quad \Rightarrow$$

	3	4	5	6
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$

Случайная величина: интуиция

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Случайная величина: интуиция

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Случайная величина: интуиция

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Вероятность каждого эл.исхода - $\frac{1}{36}$

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Случайная величина: интуиция

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Вероятность каждого эл.исхода - $\frac{1}{36}$

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
			$\frac{1}{9}$							

Случайная величина: интуиция

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Вероятность каждого эл.исхода - $\frac{1}{36}$

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

Характеристики случайной величины

Характеристики случайной величины: среднее

Значение	3	6	
Количество результатов			

Характеристики случайной величины: среднее

Значение	3	6	
Количество результатов	5000	1000	

Характеристики случайной величины: среднее

Значение	3	6	
Количество результатов	5000	1000	

$$\frac{5000 \times 3 + 1000 \times 6}{6000} = 3.5$$

Характеристики случайной величины: среднее

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$P(X)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

Характеристики случайной величины: среднее

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$P(X)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i \times x_i = p_1 \times x_1 + p_2 \times x_2 + \cdots + p_n \times x_n$$

Характеристики случайной величины: среднее

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$P(X)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i \times x_i = p_1 \times x_1 + p_2 \times x_2 + \cdots + p_n \times x_n$$

Характеристики случайной величины: среднее. Пример

X	1	3	5	
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	

Характеристики случайной величины: среднее. Пример

X	60	61	62	63	64
$P(X)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

$$E(X) = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 3 + \frac{2}{3} \times 5 = \frac{24}{6} = 4$$

Характеристики случайной величины: среднее. Свойства

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

Характеристики случайной величины: среднее. Свойства

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

$$E(aX) = aE(X)$$

Характеристики случайной величины: среднее. Свойства

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

$$E(aX) = aE(X)$$

Среднее бросков двух кубиков:

$$E(X) = 3.5$$

$$E(Y) = 7$$

$$E(X+Y) = 7 + 3.5 = 10.5$$

Характеристики случайной величины: дисперсия

Характеристики случайной величины: дисперсия

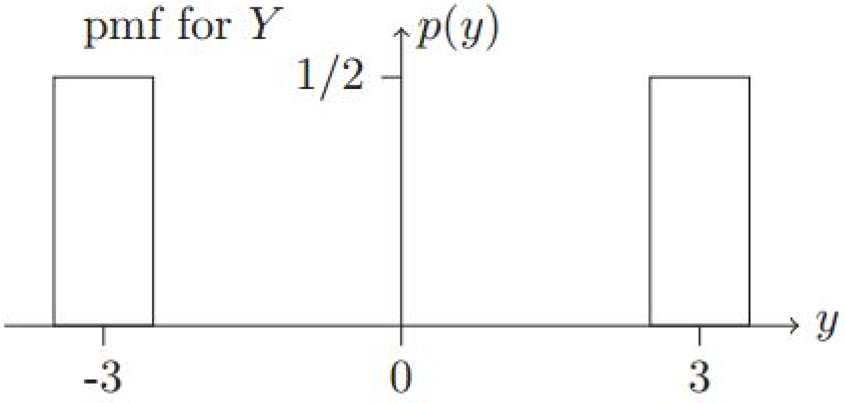
X	-3	3
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

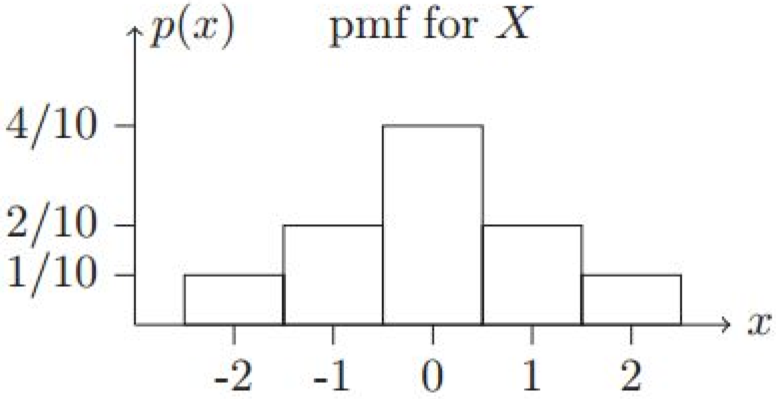
Y	-2	-1	0	1	2
$P(Y)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

Характеристики случайной величины: дисперсия

X	-3	3
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Y	-2	-1	0	1	2
$P(Y)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

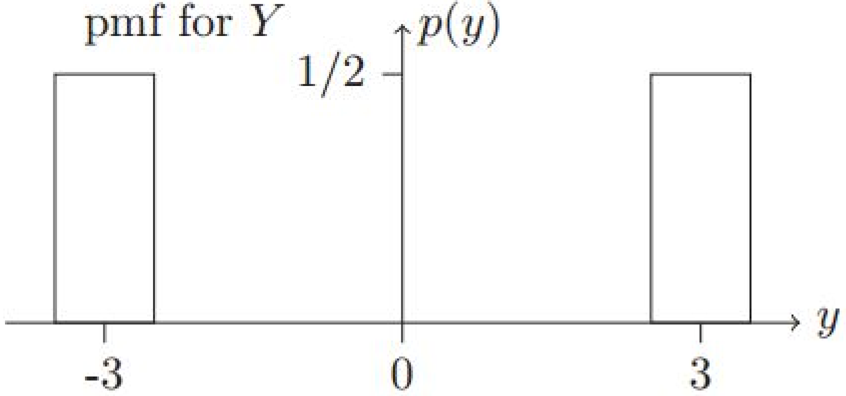


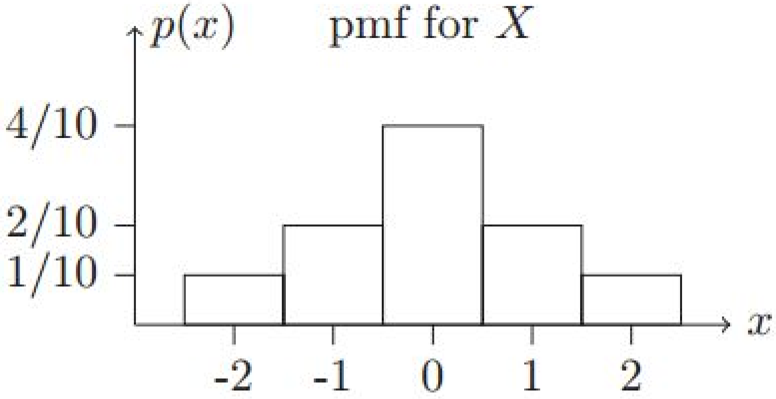


Характеристики случайной величины: дисперсия

X	-3	3
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Y	-2	-1	0	1	2
$P(Y)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$





Характеристики случайной величины: дисперсия

$$Var(X) = E((X - \mu)^2)$$

Характеристики случайной величины: дисперсия

$$Var(X) = E((X - \mu)^2) = \sum_{i=1}^{n} p_i \times (x_i - \mu)^2$$

Характеристики случайной величины: дисперсия

$$Var(X) = E((X-\mu)^2) = \sum_{i=1}^{n} p_i \times (x_i - \mu)^2$$

$$\sigma = \sqrt{(Var(X))}$$

Характеристики случайной величины: Дисперсия. Пример

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

Y	1	2	3	4	5
$P(Y)$	1/10	2/10	4/10	2/10	1/10

$$E(X) = E(Y) = 3$$

Характеристики случайной величины: Дисперсия. Пример

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

Y	1	2	3	4	5
$P(Y)$	1/10	2/10	4/10	2/10	1/10

$$E(X) = E(Y) = 3$$

$$Var(X) = \frac{1}{5} * (1-3)^2 + \frac{1}{5} * (2-3)^2 + \frac{1}{5} * (3-3)^2 + \frac{1}{5} * (4-3)^2 + \frac{1}{5} * (5-3)^2 = 2$$

Характеристики случайной величины: Дисперсия. Пример

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

Y	1	2	3	4	5
$P(Y)$	1/10	2/10	4/10	2/10	1/10

$$E(X) = E(Y) = 3$$

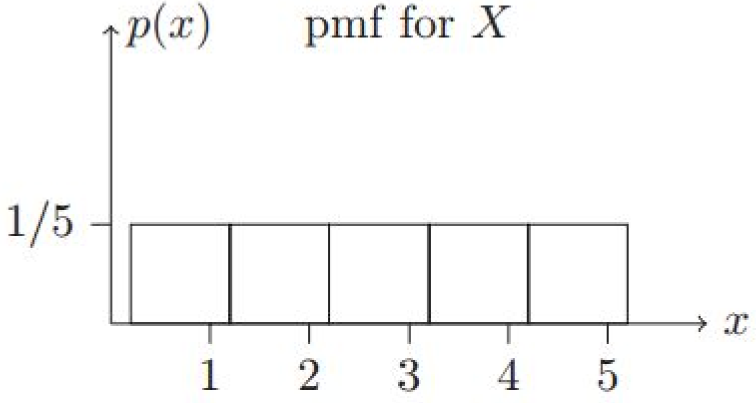
$$Var(X) = \frac{1}{5} * (1-3)^2 + \frac{1}{5} * (2-3)^2 + \frac{1}{5} * (3-3)^2 + \frac{1}{5} * (4-3)^2 + \frac{1}{5} * (5-3)^2 = 2$$

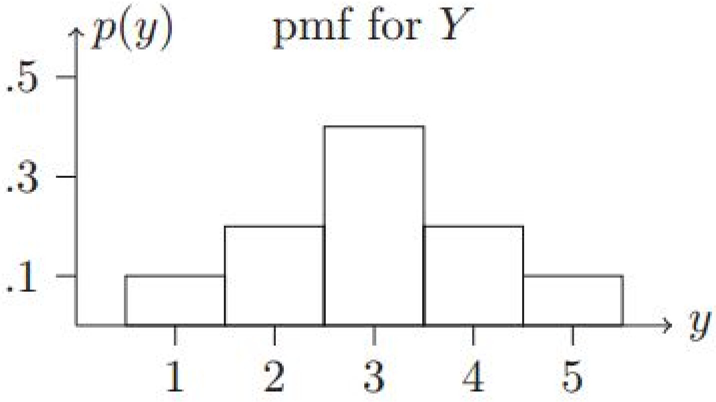
$$Var(Y) = \frac{1}{10} * (1-3)^2 + \frac{2}{10} * (2-3)^2 + \frac{4}{10} * (3-3)^2 + \frac{2}{10} * (4-3)^2 + \frac{1}{10} * (5-3)^2 = 1.2$$

Характеристики случайной величины: Дисперсия. Пример

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

Y	1	2	3	4	5
$P(Y)$	1/10	2/10	4/10	2/10	1/10

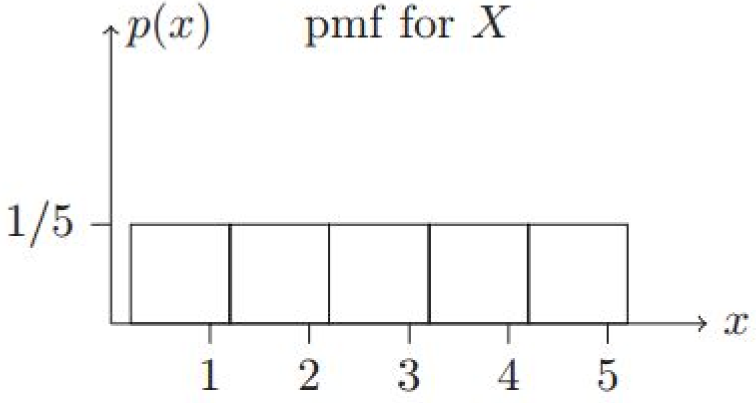


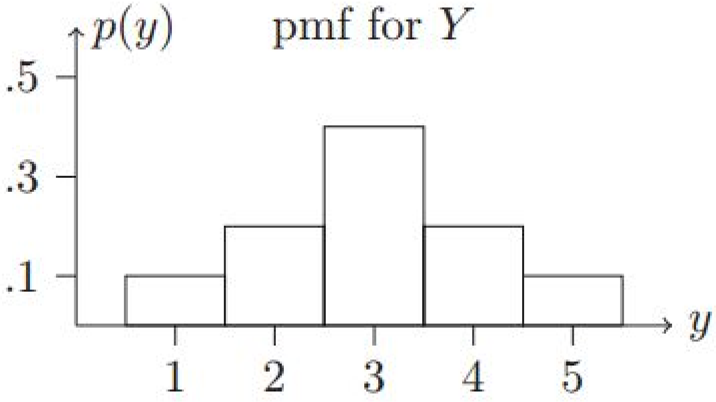


Характеристики случайной величины: Дисперсия. Пример

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

Y	1	2	3	4	5
$P(Y)$	1/10	2/10	4/10	2/10	1/10





Характеристики случайной величины: Дисперсия. Свойства

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$$

Характеристики случайной величины: Дисперсия. Свойства

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$$

только если эти события независимы

Характеристики случайной величины: Дисперсия. Свойства

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$$

только если эти события независимы

$$Var(aX) = a^2 Var(X)$$

Характеристики случайной величины: Дисперсия. Свойства

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$$

только если эти события независимы

$$Var(aX) = a^2 Var(X)$$

$$Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

Характеристики случайной величины: Дисперсия. Свойства

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$P(X)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

X^2	x_1^2	x_2^2	$\cdots$	x_n^2
$P(X)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

Биномиальное распределение

Биномиальное распределение

1. Эксперимент, описываемый случайной величиной Бернулли повторяется несколько раз

Биномиальное распределение

1. Эксперимент, описываемый случайной величиной Бернулли повторяется несколько раз
2. Разные итерации эксперимента независимы друг от друга

Биномиальное распределение

1. Эксперимент, описываемый случайной величиной Бернулли повторяется несколько раз
2. Разные итерации эксперимента независимы друг от друга
3. Вероятность успеха в каждом эксперименте одинакова

Биномиальное распределение

X	0	1	$\ldots$	n
$P(X)$			$\ldots$	

Биномиальное распределение

X	0	1	$\dots$	n
$P(X)$			$\dots$	

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Биномиальное распределение

X	0	1	$\dots$	n
$P(X)$	$\binom{n}{0}(1-p)^n$	$\binom{n}{1}p(1-p)^{n-1}$	$\dots$	$\binom{n}{n}p^n$

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

Биномиальное распределение

X	0	1	$\dots$	n
$P(X)$	$\binom{n}{0}(1-p)^n$	$\binom{n}{1}p(1-p)^{n-1}$	$\dots$	$\binom{n}{n}p^n$

$$P(X=k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

Биномиальное распределение: пример

X	0	1	$\dots$	6
$P(X)$			$\dots$	

$$p = 0.3$$

$$q = 1 - p = 0.7$$

Биномиальное распределение: пример

X	0	1	$\dots$	6
$P(X)$			$\dots$	

$$p = 0.3$$

$$q = 1 - p = 0.7$$

$$P(X = 2) = ?$$

Биномиальное распределение: пример

X	0	1	$\dots$	6
$P(X)$			$\dots$	

$$p = 0.3$$

$$q = 1 - p = 0.7$$

$$P(X = 2) = \binom{6}{2} (0.3)^2 (0.7)^4 = 0.324135$$

Биномиальное распределение: пример

X	0	1	$\dots$	6
$P(X)$			$\dots$	

$$p = 0.3$$

$$q = 1 - p = 0.7$$

$$P(1 < X < 6) = ?$$

Биномиальное распределение: пример

X	0	1	$\ldots$	6
$P(X)$			$\ldots$	

$$p = 0.3$$

$$q = 1 - p = 0.7$$

$$P(1 < X < 6) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$$

Биномиальное распределение: пример

X	0	1	$\dots$	6
$P(X)$			$\dots$	

$$p = 0.3$$

$$q = 1 - p = 0.7$$

$$P(1 < X < 6) = 0.324 + 0.185 + 0.059 + 0.01 = 0.578$$

Распределение Бернулли

Распределение Бернулли

X	1	0
$P(X)$	p	q

Распределение Бернулли: примеры

X	1	0
$P(X)$	p	q

1. Бросок монетки

Распределение Бернулли: примеры

X	1	0
$P(X)$	p	q

1. Бросок монетки
2. Брак в продукте

Распределение Бернулли: примеры

X	1	0
$P(X)$	p	q

1. Бросок монетки
2. Брак в продукте
3. Звонок в call-центр

Распределение Бернулли: примеры

X	1	0
$P(X)$	p	q

1. Бросок монетки
2. Брак в продукте
3. Звонок в call-центр

$$E(X) = p$$

$$Var(X) = p(1-p)$$

Биномиальное распределение: среднее и дисперсия

Биномиальное распределение: среднее и дисперсия

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n$$

$$E(X_i) = p$$

$$Var(X_i) = p(1 - p)$$

Биномиальное распределение: среднее и дисперсия

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n$$

$$E(X_i) = p$$

$$Var(X_i) = p(1 - p)$$

Биномиальное распределение: среднее и дисперсия

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n$$

$$E(X_i) = p$$

$$Var(X_i) = p(1 - p)$$

$$E(X) = np$$

$$Var(X) = np(1 - p)$$

Распределение Пуассона

Распределение Пуассона

$$n \to \infty$$

$$p \to 0$$

Распределение Пуассона

$$n \to \infty$$
$$p \to 0$$

$$E(X) = np = \lambda$$

Распределение Пуассона

$$n \to \infty$$

$$p \to 0$$

$$E(X) = np = \lambda$$

Распределение Пуассона

$n \to \infty$

$p \to 0$

$$E(X) = np = \lambda$$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

Распределение Пуассона

$$n \to \infty$$
$$p \to 0$$

$$E(X) = np = \lambda$$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

Распределение Пуассона: дисперсия

$n \to \infty$

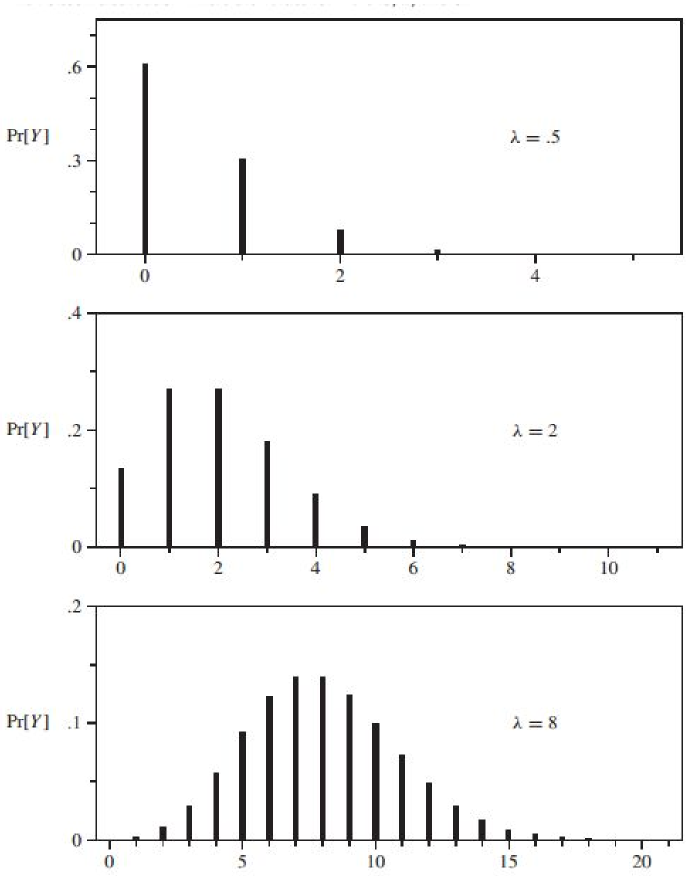
$p \to 0$

$$E(X) = np = \lambda$$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$Var(X) = np(1 - p) = \lambda(1 - p) = \lambda$$

Распределение Пуассона



Распределение Пуассона: пример

Пусть наводнение в Санкт-Петербурге происходит раз в 10 лет в среднем. Какова вероятность, что наводнение не произойдет в ближайшие 10 лет?

$$\lambda = 1$$

Распределение Пуассона: пример

Пусть наводнение в Санкт-Петербурге происходит раз в 10 лет в среднем. Какова вероятность, что наводнение не произойдет в ближайшие 10 лет?

$$\lambda = 1$$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = \frac{1^k e^{-1}}{k!} = \frac{e^{-1}}{k!}$$

Распределение Пуассона: пример

Пусть наводнение в Санкт-Петербурге происходит раз в 10 лет в среднем. Какова вероятность, что наводнение не произойдет в ближайшие 10 лет?

$$\lambda = 1$$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = \frac{1^k e^{-1}}{k!} = \frac{e^{-1}}{k!}$$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-1}}{1} = 0.368$$

Распределение Пуассона: пример

Пусть наводнение в Санкт-Петербурге происходит раз в 10 лет в среднем. Какова вероятность, что наводнение не произойдет в ближайшие 10 лет?

$$\lambda = 1$$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = \frac{1^k e^{-1}}{k!} = \frac{e^{-1}}{k!}$$

$$P(X = 2) = \frac{e^{-1}}{2} = 0.184$$