

Групповой проект Хищник-жертва

Алгоритмы решения задачи

Беличева Д. М., Демидова Е. А., Самигуллин Э. А., Смирнов-Мальцев Е. Д.

20 мая 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Студенты группы НКНбд-01-21

- Беличева Дарья Михайловна
- Демидова Екатерина Алексеевна
- Самигуллин Эмиль Артурович
- Смирнов-Мальцев Егор Дмитриевич

Вводная часть

Рассмотреть численные методы решения дифференциальных уравнений для построения модели Хищник-жертва и обосновать выбор Octave для программной реализации.

- Описать метод Эйлера
- Описать метод Рунге-Кутты второго порядка
- Описать метод Рунге-Кутты четвёртого порядка
- Обосновать выбор системы для математических вычислений

Описание численных методов

Требуется найти функцию $y = y(x)$, являющуюся решением задачи Коши (1),(2) на (x_0) .

$$y'(x) = f(x, y) \tag{1}$$

$$y(x_0) = y_0 \tag{2}$$

Проведём разбиение отрезка $[x_0; x_n]$.

$$x_i = x_0 + ih, i = \overline{1, n}$$

$$h = \frac{x_n - x_0}{n}$$

$$y(x_1) = y(x_0 + h) = y(x_0) + y'(x_0)h + y''(x_0)\frac{h^2}{2} + \dots$$

$$y_2 = y_1 + hf(x_1, y_1)$$

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$$

Ошибка на одном шаге - $O(h^2)$, суммарная ошибка - $O(h)$.

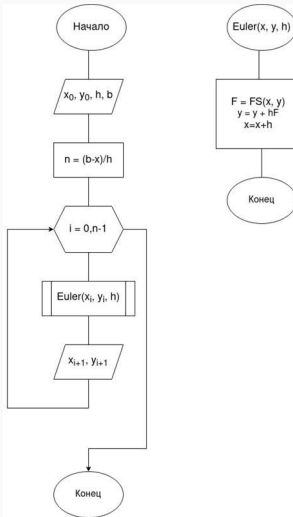


Рис. 1: Блок-схема алгоритма метода Эйлера

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{i+1} = x_i + \Delta x_i, i = \overline{1, n} \\ \Delta x_i = \frac{h}{2}(K_1^i + K_2^i) \\ K_1^i = f(x_i, y_i) \\ K_2^i = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}K_1^i) \end{array} \right.$$

Ошибка на одном шаге - $O(h^3)$, суммарная ошибка - $O(h^2)$.

Метод Рунге-Кутты второго порядка

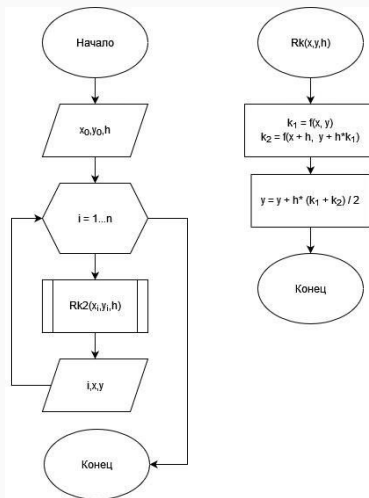


Рис. 2: Блок-схема алгоритма метода Рунге-Кутты второго порядка

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{i+1} = x_i + \Delta x_i, i = \overline{1, n} \\ \Delta x_i = \frac{h}{6}(K_1^i + 2K_2^i + 2K_3^i + K_4^i) \\ K_1^i = f(x_i, y_i) \\ K_2^i = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}K_1^i) \\ K_3^i = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}K_2^i) \\ K_4^i = f(x_i + h, y_i + hK_3^i) \end{array} \right.$$

Ошибка на одном шаге - $O(h^5)$, суммарная ошибка - $O(h^4)$.

Метод Рунге-Кутты четвёртого порядка

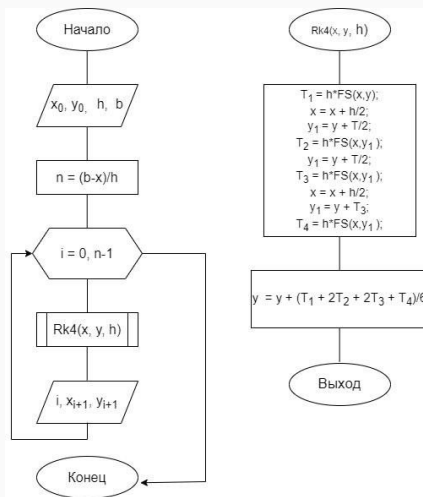


Рис. 3: Блок-схема алгоритма метода Рунге-Кутты четвёртого порядка

Выбор системы для математических вычислений

- Совместимость с Matlab
- Есть все базовые функции Matlab
- Совместимость как с Linux, так и с Window
- Есть программная реализация метода Эйлера и методов Рунге-Кутты

Заключение

Для исследования модели Хищник-жертва в нашей работе будут использованы метод Эйлера и методы Рунге-Кутты, а программная реализация будет выполнена в системе математических вычислений Octave.

1. Кулакова С.В. Численные методы. гос. хим.-технол. ун-т. Иваново, 2018. 124 с.
2. GNU Octave Documentation [Электронный ресурс]. Free Software Foundation, 2023. URL: <https://docs.octave.org/latest/>.
3. Sharma N., Gobbert M.K. A comparative evaluation of Matlab, Octave, Freemat, and Scilab for research and teaching. Department of Mathematics; Statistics University of Maryland, Baltimore County, 2010. 37 с.