

# Колебания цепочек

## Этап 1

---

Юсупов Эмиль Артурович   Подлесный Иван Сергеевич   Сироджиддинов Камолиддин Джамолидди-  
нович   Абу Сувейлим Мухаммед Мунифович

24 февраля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Подлесный Иван Сергеевич
- НКН-01-21
- Российский университет дружбы народов

## Вводная часть

---

- Для моделирования поведения металлических цепей, электрических цепей, акустических систем, биохимических реакций.
- Для моделирования и анализа более сложных физических моделей и процессов.

- Объектом исследования являются колебания цепочек.
- Предмет исследования - математические модели колебаний цепочек.

Цель:

- Целью работы является построение математической модели колебаний цепочек.

Для достижения поставленной цели необходимо выполнение следующих задач.

Задачи:

- исследовать какие условия необходимы для установления равновесия;
- исследовать как происходит приближение к равновесию;
- исследовать какие интересные явления возможны в простейшем одномерном случае.

## Используемые концепции

---



- Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному, косинусоидальному) закону.
- Суммарная сила, действующая на частицу с номером  $i$ :

$$F_i = k(y_{i+1} - y_i) - k(y_i - y_{i-1}) = k(y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1})$$

- Уравнение движения для  $i$ -частицы:  $m \frac{d^2 y_i}{dt^2} = k(y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}), i = 1 \dots N$ .
- Полная энергия системы, учитывая скорость частиц:

$$U = \frac{m}{2} \sum_{i=1}^N \left( \frac{dy_i}{dt} \right)^2 + \frac{k}{2} \sum_{i=1}^{N+1} (y_i - y_{i-1})^2.$$

- Для реальных пружин линейное выражение для возвращающей силы  $F = -kx$  верно только для малых деформаций. При больших сжатиях пружины сила обычно больше, а при больших растяжениях меньше, чем  $kx$ . Такую зависимость можно получить, добавив еще одно слагаемое к силе:

- $F = -kx(1 - \frac{\alpha x}{d})$ , где  $\alpha$  - безразмерный коэффициент.

- Выражение для энергии:

- $U = \frac{m}{2} \sum_{i=1}^N (\frac{dy_i}{dt})^2 + \frac{k}{2} \sum_{i=1}^{N+1} (y_i - y_{i-1})^2 - \frac{k\alpha}{3d} \sum_{i=1}^{N+1} (y_i - y_{i-1})^3$ .

## Математические модели

---

## Модель колебаний одномерной цепочки атомов

1.  $N$  точечных частиц массой  $m$  соединены между собой пружинками жесткости  $k$ .
2. Крайние частицы прикреплены пружинками к неподвижным стенкам. Всего пружинок будет  $N+1$  длина каждой из них  $d$ .
3. частицы могут двигаться только вдоль прямой.

## Нелинейная модель

1. Ангармоническая цепочка - это цепочка, в которой связи между элементами не являются линейными и включают нелинейные эффекты, что приводит к более сложному поведению системы. Такие цепочки могут использоваться для изучения различных явлений в физике, математике и других областях науки.

## Итоги

---

- Колебания бывают разных видов - гармонические и ангармонические;
- Определили объект и предмет исследования;
- Описали используемые концепции;
- Рассмотрели виды математических моделей для реализации проекта.

## Библиография

---



- Медведев Д. А., Куперштох А. Л., Прууэл Э. Р., Сатонкина Н. П., Карпов Д. И. Моделирование физических процессов и явлений на ПК: Учеб. пособие / Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т., 2010. — 101 с.
- Блейкмор, Джон Физика твердого тела. - Москва: Мир, 1988. - 608 с.
- Горелик Г. С. Колебания и волны. Введение в акустику, радиофизику и оптику. — М.: Физматлит, 1959. — 572 с.