# Отчёт по лабораторной работе №6

**НКНбд-01-21**

Юсупов Эмиль Артурович

# Содержание

# 1 Теоретическое введение

## 1.1 Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & : I(t) > I^* \\ 0 & : I(t) <= I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & : I(t) > I^* \\ -\beta I & : I(t) <= I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$\frac{dR}{dt} = \beta I$

Постоянные пропорциональности, $\alpha$ и $\beta$ - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) <= I^*, I(0) > I^*$

## 1.2 Задание

### 1.2.1 Вариант 36

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=12 400) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=150, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=55. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0).

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) $I(0) <= I^*$

2) $I(0) > I^*$

# 2 Ход работы

## 2.1 Решение и листинг

1) Инициализируем пакеты и константы

```
using Plots
using DifferentialEquations


const N = 12400
const I0 = 150
const R0 = 55
const S0 = N - I0 - R0
const alpha = 0.5
const beta = 0.5
```

2) Инициализируем функции для двух случаев

```
function epidemic(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = 0
    du[2] = -beta* u[2]
    du[3]= beta * u[2]
end


function epidemic(du, u, p, t)
```

```
    S, I, R = u
    du[1] = -alpha*u[1]
    du[2] = alpha*u[1]-beta* u[2]
    du[3]= beta * u[2]
end
```

3) Решение и отображение

```
v0 = [S0, I0, R0]
prom = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(epidemic, v0, prom)
solv = solve(prob, dtmax=0.05)

S = [u[1] for u in solv.u]
I = [u[2] for u in solv.u]
R = [u[3] for u in solv.u]
T = [t for t in solv.t]

plt = plot(dpi = 256,  size = (400,400))
plot!(plt, T, S, label="восприимчивые к болезни")
plot!(plt, T, I, label="распространителями инфекции")
plot!(plt, T, R, label="с иммунитетом к болезни")

savefig(plt, "img/main-1.png")
```

## 2.2 Результаты работы

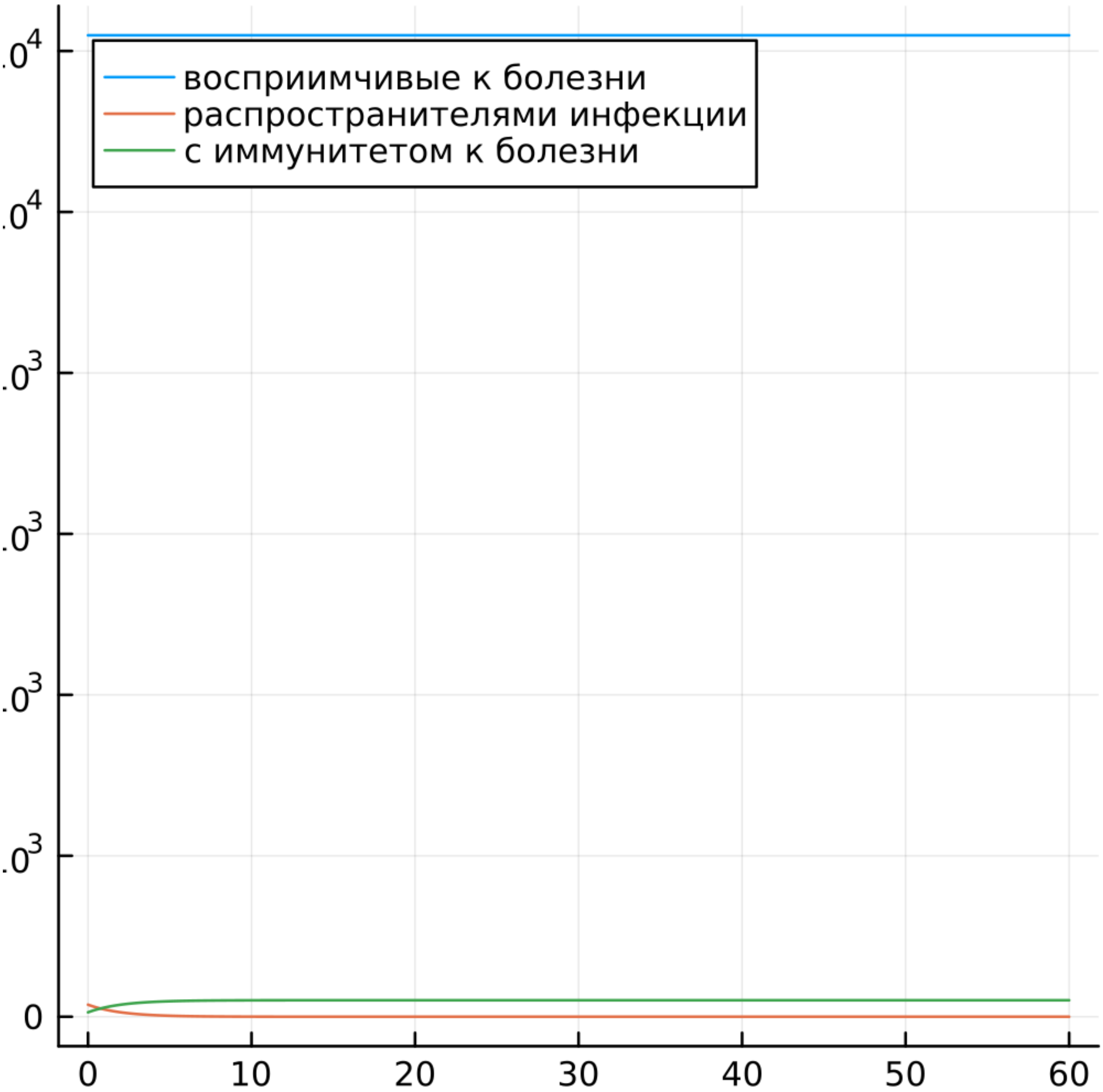


Рис. 2.1: $I(0) <= I^*$

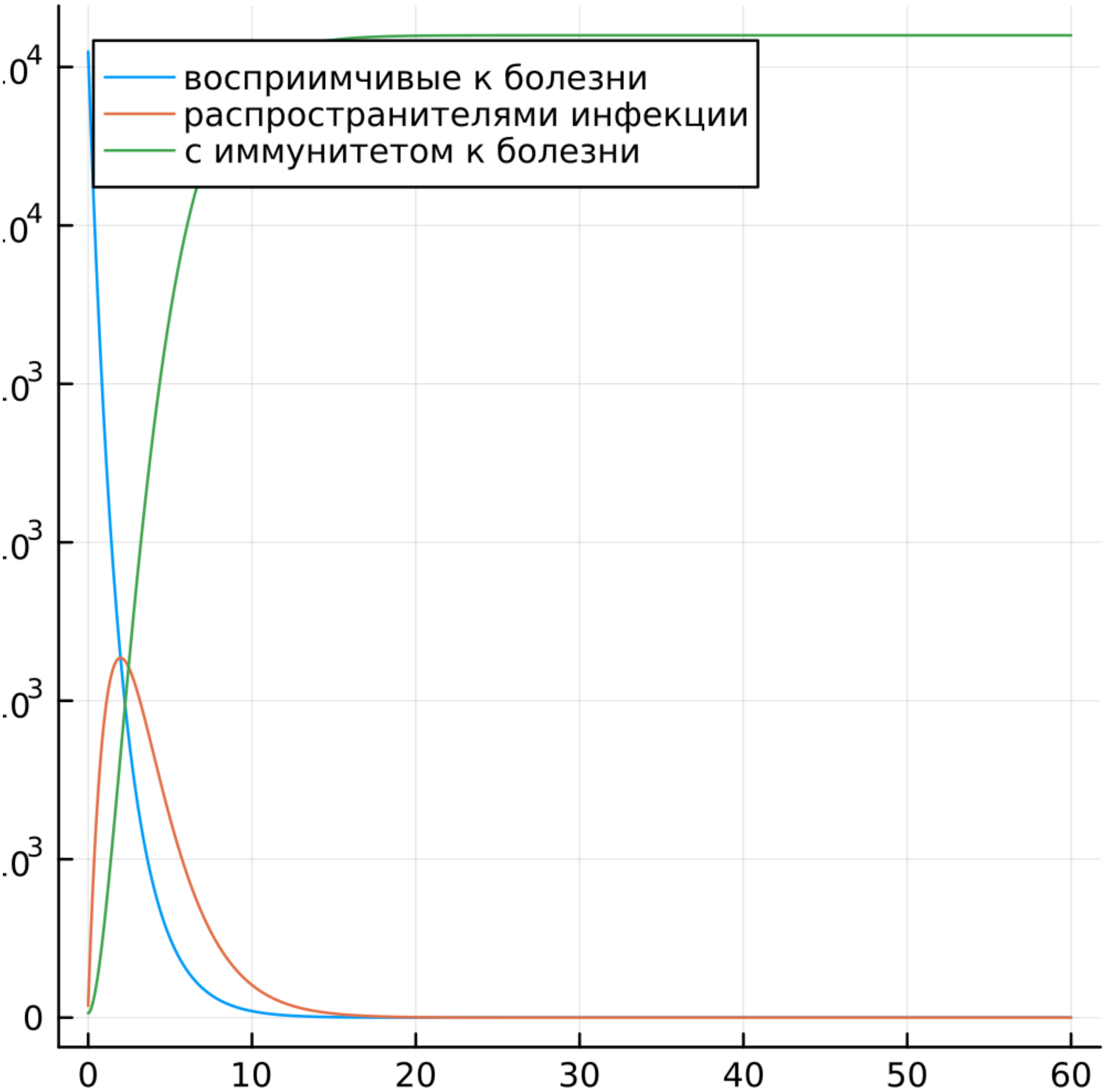
восприимчивые к болезни
распространителями инфекции
с иммунитетом к болезни
0
10
20
30
40
50
60

Рис. 2.2: $I(0) > I^*$

# 3 Вывод

Во время выполнения лабораторной работы мы познакомились с моделью Эпидемии.