Презентация по лабораторной работе №4

НКНбд-01-21

Юсупов Эмиль Артурович

Введение

Теоретическое введение

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$, где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), ?? – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 – собственная частота колебаний, t – время. (Обозначения $\ddot{x} = \frac{\delta^2 x}{\delta t}, \dot{x} = \frac{\delta x}{\delta t}$)

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) вместо уравнения $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$\ddot{x} = -\omega_0^2 x$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка (2) необходимо задать два начальных условия вида $\ddot{x} = -\omega_0^2 x$

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка $\ddot{x} = -\omega_0^2 x$ можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Независимые переменные x, y определяют пространство, в котором «движется» решение. Это фазовое пространство системы, поскольку оно двумерно будем называть его фазовой плоскостью.

Значение фазовых координат x, y в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется фазовой траекторией. Если множество различных решений (соответствующих различным начальным условиям) изобразить на одной фазовой плоскости, возникает общая картина поведения системы. Такую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют фазовым портретом.

Задание

Задание

Вариант № 36

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 6x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 6\dot{x} + 6x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 6\dot{x} + 6x = \sin 6t$

На интервале $t \in [0; 60]$ (шаг 0.05) с начальными условиями x_0 = 0.6, y_0 = 1.6

Ход работы

1. Подключил пакеты Plots, DifferentialEquations
2. Вписал начальные данные x_0, y_0, ω, γ, F0(t)
3. Написал метод F для решения заданной задачи.
4. Вывел фазовый портрет и решение уравнения гармонического осциллятора.

Итоговые рисунки

Итоговые рисунки

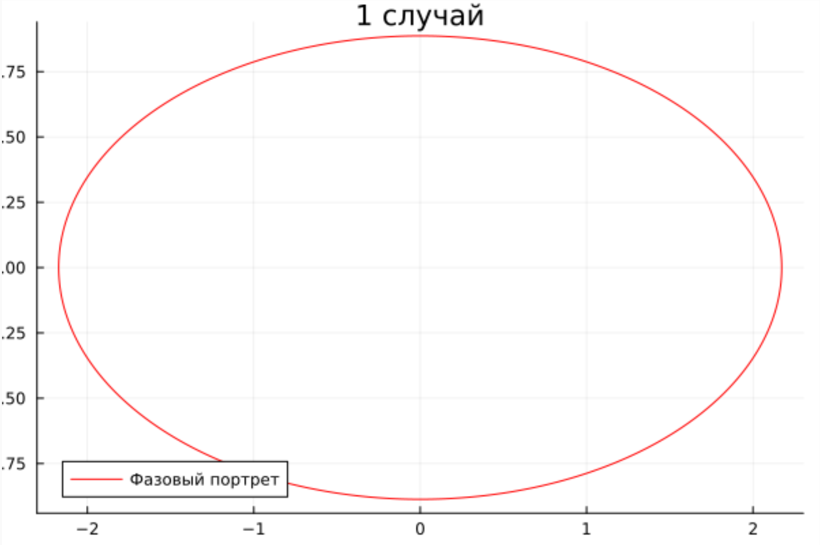

Figure 1: Фазовый портрет для (1)

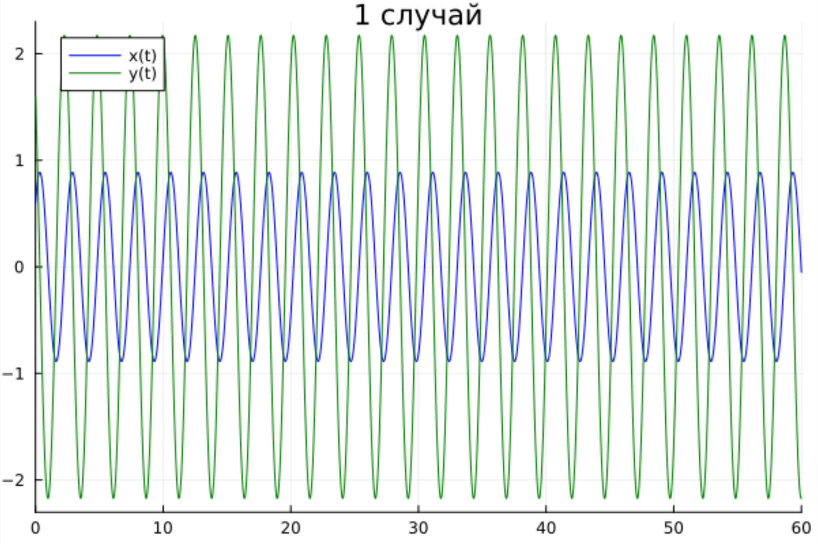

Figure 2: График решение уравнения (1)

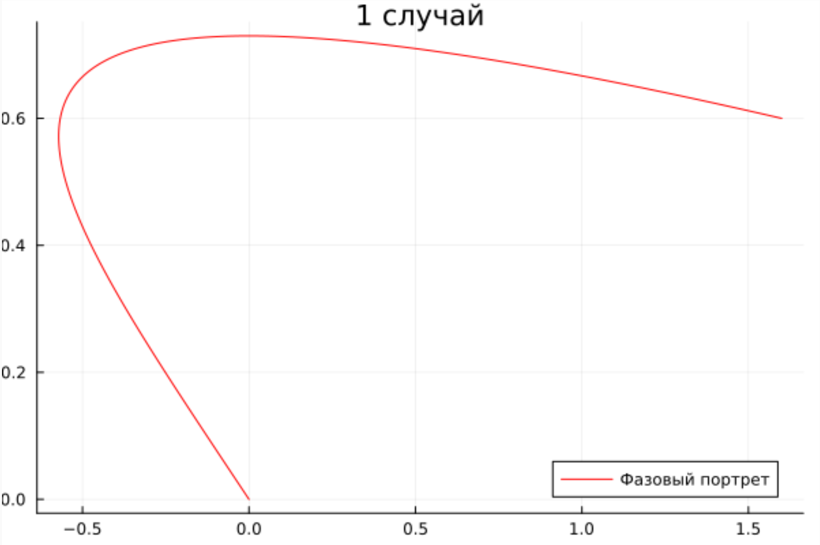

Figure 3: Фазовый портрет для (2)

Итоговые рисунки

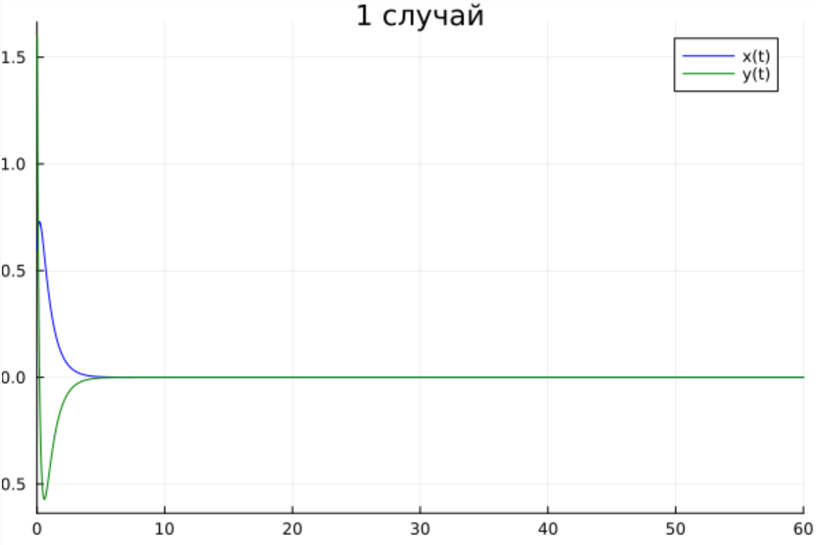

Figure 4: График решение уравнения (2)

Итоговые рисунки

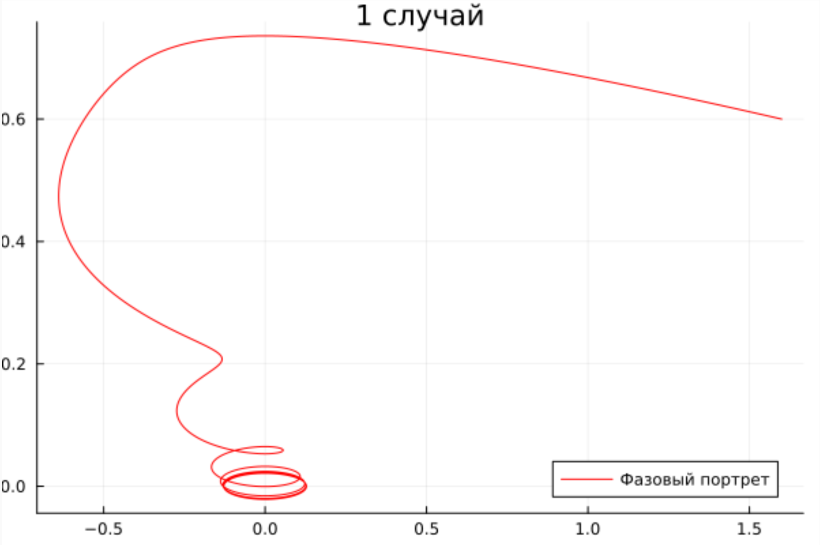

Figure 5: Фазовый портрет для (3)

Итоговые рисунки

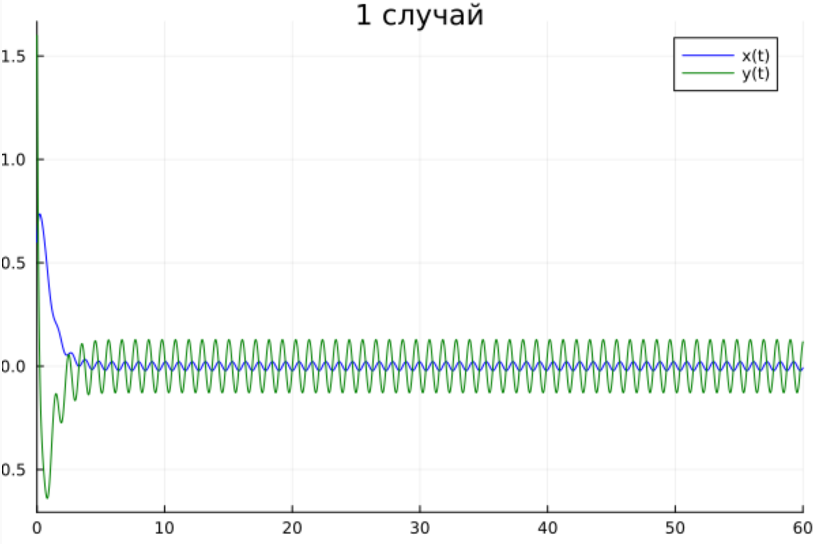

Figure 6: График решение уравнения (3)

Вывод