

Étude d'un modèle de swarming

Mohamed Chalendi, Ewan Mitchell, Yixin Hu
Enseignante: Frédérique Charles

12 mars 2023

1 Introduction

Le phénomène de swarming, qui correspond à l'agrégation d'individus de taille et de type similaires se déplaçant de manière coordonnée, est présent dans de nombreux systèmes biologiques tels que les insectes, les oiseaux, les chauves-souris et les micro-organismes. Pour étudier ce phénomène, nous nous intéressons ici à une modélisation mathématique sous forme d'un couplage d'équations différentielles, où intervient le potentiel attractif-répulsif et le potentiel morse. Le but de ce projet est de comprendre les aspects mathématiques du problème et d'étudier le comportement du système à l'aide de simulations numériques.

2 Stabilité et effondrement

Dans cette figure 1, nous étudions la relation entre les comportements catastrophiques et stables avec différentes valeurs de C et de l . (ici nous posons $C = C_r / C_a$, $l = l_r / l_a$)

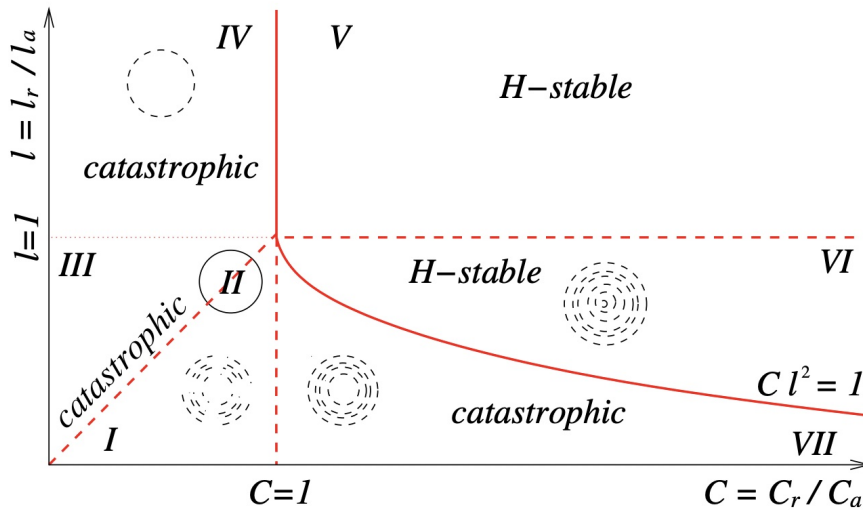


FIGURE 1 – Diagramme de phase de stabilité H du potentiel de Morse (la Réf. [1])

2.1 Catastrophique

Nous observons un comportement catastrophique dans les régions I à IV et VII dans le diagramme de phase.

2.1.1 Région I

Dans cette région, $0 < C < l < 1$, nous pouvons voir que les particules ont finalement formé une structure composée de plusieurs touffes.

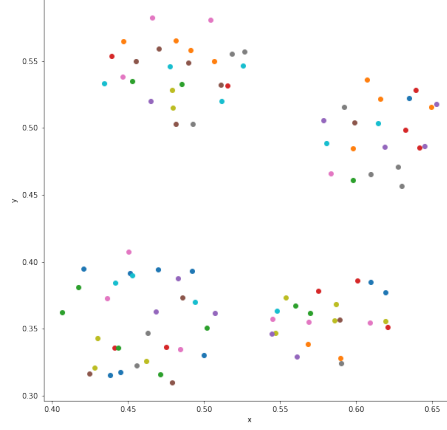


FIGURE 2 – Nous prenons $C=C_r/C_a=0,2$, $l=l_r/l_a=0,1$, $N=100$

2.1.2 Région II

Dans cette région, $0 < C = l < 1$. Finalement, les particules se sont arrangées en une structure en forme d'anneau.

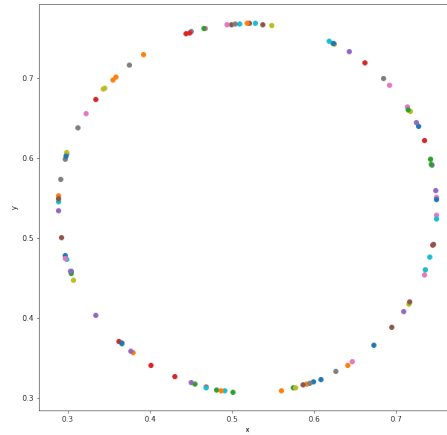


FIGURE 3 – Nous prenons $C=C_r/C_a=0,5$, $l=l_r/l_a=0,5$, $N=100$

2.1.3 Région III

Dans cette région, $0 < l < C < 1$, les particules se sont arrangées en une structure en forme d'anneau, composée de plusieurs touffes.

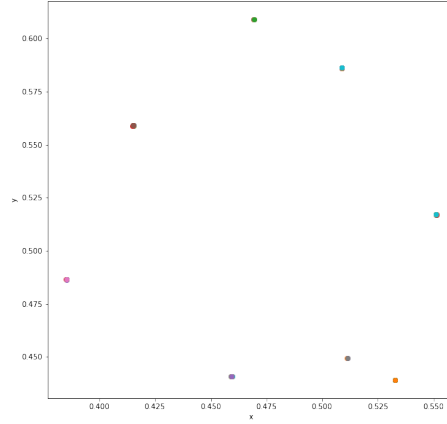


FIGURE 4 – Nous prenons $C=C_r/C_a=0,2$, $l=l_r/l_a=0,5$, $N=100$

2.1.4 Région IV

Dans cette région, $1 < l$ et $0 < C < 1$, La forme des particules ressemble beaucoup à celle de la région III.

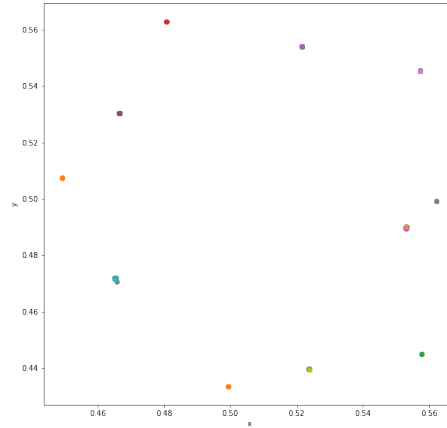
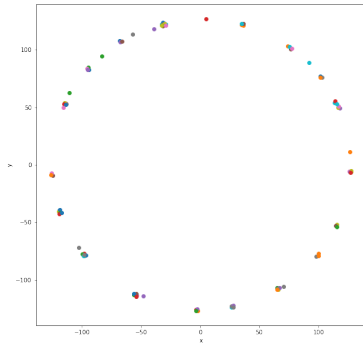


FIGURE 5 – Nous prenons $C=C_r/C_a=0,2$, $l=l_r/l_a=2$, $N=100$

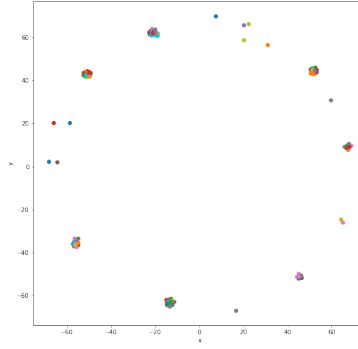
2.1.5 Région VII

Dans cette région, $l < \sqrt{\frac{1}{C}}$ et $1 < C$,

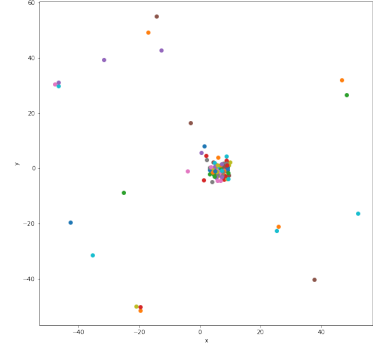
Lorsque nous fixons le nombre de particules (par exemple $N = 100$) et que les valeurs de C et l ne changent pas, en modifiant la taille de α et β , nous pouvons observer le comportement des particules.



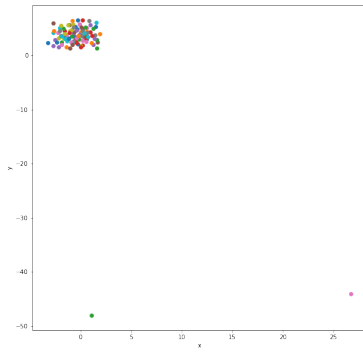
(a) $\alpha = 5, \beta = 0.5, \frac{\alpha}{\beta} = 10$



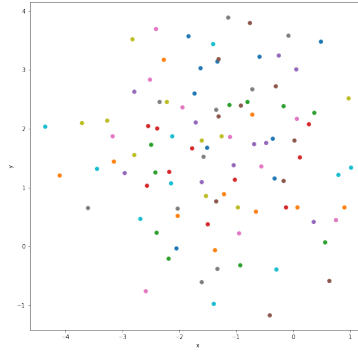
(b) $\alpha = 1.5, \beta = 0.5, \frac{\alpha}{\beta} = 3$



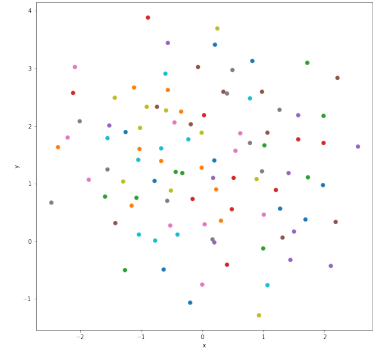
(c) $\alpha = 1, \beta = 0.5, \frac{\alpha}{\beta} = 2$



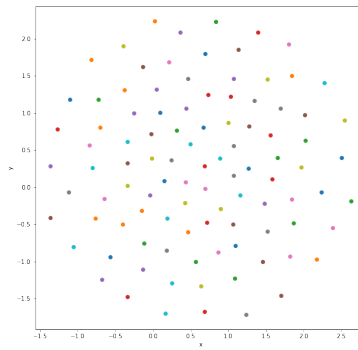
(d) $\alpha = 0.9, \beta = 0.5, \frac{\alpha}{\beta} = 1.8$



(e) $\alpha = 0.75, \beta = 0.5, \frac{\alpha}{\beta} = 1.5$



(f) $\alpha = 0.5, \beta = 0.5, \frac{\alpha}{\beta} = 1$



(g) $\alpha = 0.01, \beta = 0.5, \frac{\alpha}{\beta} = 0.02$

FIGURE 6 – Nous prenons $C=C_r/C_a=2, l=l_r/l_a=0.5, N=100$

Dans le diagramme ci-dessus, nous fixons la valeur de β à 0,5 et ne changeons que la valeur de α . Lorsque $\frac{\alpha}{\beta}$ est relativement grand, les particules forment un anneau avec une grande surface. Lorsque α devient plus petit, les particules commencent à converger vers le centre et la zone couverte diminue. Lorsque α tend vers β , les particules se dispersent dans une zone circulaire relativement petite, et la taille de la surface se stabilise progressivement. Nous observons également que lorsque la valeur de α est très petite ($\frac{\alpha}{\beta}$ est également petit), l'état des particules tend vers une stabilité.

2.2 Stabilité de H