

Problemario: Tema simplificación de términos mediante Mapas de Karnaugh

FUNDAMENTOS DE DISEÑO DIGITAL Profesor: Carlos Pastrana

1.- Simplificar por Karnaugh la función siguiente, indique su tabla de verdad y la función booleana sin simplificación así como la función reducida.

$$f(x, y, z) = \sum_3 m(3, 5, 6)$$

tabla de verdad

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

m_3

m_5

m_6

		yz			
		00	01	11	10
x	0	0	0	1	0
	1	0	1	0	1

$$f(x, y, z) = x\bar{y}z + \bar{x}yz + xy\bar{z}$$

2.- Usando los mapas de Karnaugh, simplificar las siguientes funciones y obtener las del mismo mapa mediante los dos métodos miniterminos y maxiterminos las funciones de suma de productos y el producto de sumas de las siguientes funciones.

a) $f(w, x, y, z) = \sum m(5, 6, 9, 10)$

b) $f(x, y, z) = \sum m(2, 3, 4, 5, 6, 7)$

c) $f(x, y, z) = \sum m(2, 4, 5, 6)$

d) $f(w, x, y, z) = \sum m(3, 6, 7, 11, 12, 14, 15)$

3.- Obtener la tabla de verdad y las formas canónicas (expresado con suma de mini-términos y en producto de maxi-términos) a partir de esta.

4.- Comprobar mediante la tabla de verdad y/o algebra booleana que la función $f(a, b, c, d) = \sum m(3, 5, 7, 11, 15) = \prod M(0, 1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 14)$

$$\begin{aligned}
 f(a, b, c, d) &= m_3 + m_5 + m_7 + m_{11} + m_{15} = \overline{\overline{m_3 + m_5 + m_7 + m_{11} + m_{15}}} \\
 &= \overline{m_0 + m_1 + m_2 + m_4 + m_6 + m_8 + m_9 + m_{10} + m_{12} + m_{13} + m_{14}} = \\
 &= \overline{m_0 \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot m_4 \cdot m_6 \cdot m_8 \cdot m_9 \cdot m_{10} \cdot m_{12} \cdot m_{13} \cdot m_{14}} = \\
 &= \overline{M_{15} \cdot M_{14} \cdot M_{13} \cdot M_{11} \cdot M_9 \cdot M_7 \cdot M_6 \cdot M_5 \cdot M_3 \cdot M_2 \cdot M_1} = \\
 &= M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6 \cdot M_7 \cdot M_9 \cdot M_{11} \cdot M_{13} \cdot M_{14} \cdot M_{15}
 \end{aligned}$$

a	b	c	d	f	m	M
0	0	0	0	0		M_{15}
0	0	0	1	0		M_{14}
0	0	1	0	0		M_{13}
0	0	1	1	1	m_3	
0	1	0	0	0		M_{11}
0	1	0	1	1	m_5	
0	1	1	0	0		M_9
0	1	1	1	1	m_7	
1	0	0	0	0		M_7
1	0	0	1	0		M_6
1	0	1	0	0		M_5
1	0	1	1	1	m_{11}	
1	1	0	0	0		M_3
1	1	0	1	0		M_2
1	1	1	0	0		M_1
1	1	1	1	1	m_{15}	

SOLUCIÓN:

$$f(a,b,c,d) = m_3 + m_5 + m_7 + m_{11} + m_{15}$$

$$f(a,b,c,d) = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6 \cdot M_7 \cdot M_9 \cdot M_{11} \cdot M_{13} \cdot M_{14} \cdot M_{15}$$

e) Minimizar la función obtenida empleando los mapas de Karnaugh.

ab/cd	00	01	11	10
00	0	1	1 ₃	2
01	4	1 ₅	1 ₇	6
11	12	13	1 ₁₅	14
10	8	9	1 ₁₁	10

$$\bar{a} \cdot b \cdot d$$

$$c \cdot d$$

SOLUCIÓN:

$$f(a,b,c,d) = \bar{a} \cdot b \cdot d + c \cdot d$$

Problemario: Tema simplificación de términos mediante Mapas de Karnaugh

FUNDAMENTOS DE DISEÑO DIGITAL Profesor: Carlos Pastrana

a) $f(w,x,y,z) = \sum m(5,6,9,10)$

tabla de verdad

W	X	Y	Z	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

m_5
 m_6
 m_9
 m_{10}

SOP

		YZ			
		00	01	11	10
WX	00	0	0	0	0
	01	0	1	0	1
	11	0	0	0	0
	10	0	1	0	1

$$f(W,X,Y,Z) = \bar{W}X\bar{Y}Z + \bar{W}XY\bar{Z} + W\bar{X}\bar{Y}Z + W\bar{X}Y\bar{Z}$$

POS

		YZ			
		00	01	11	10
WX	00	0	0	0	0
	01	0	1	0	1
	11	0	0	0	0
	10	0	1	0	1

$$f(W,X,Y,Z) = (W+X)(\bar{W}+\bar{X})(Y+Z)(\bar{Y}+\bar{Z})$$

b) $f(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7)$

tabla de verdad

X	Y	Z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

m_2
 m_3
 m_4
 m_5
 m_6
 m_7

SOP

		YZ			
		00	01	11	10
X	0	0	0	1	1
	1	1	1	1	1

$$f(X,Y,Z) = X + Y$$

POS

		YZ			
		00	01	11	10
X	0	0	0	1	1
	1	1	1	1	1

$$f(X,Y,Z) = X + Y$$

La Z no interviene en la función

Problemario: Tema simplificación de términos mediante Mapas de Karnaugh

FUNDAMENTOS DE DISEÑO DIGITAL Profesor: Carlos Pastrana

c) $f(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6)$

tabla de verdad

X	Y	Z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

m_2
 m_4
 m_5
 m_6

SOP

		YZ			
		00	01	11	10
X	0	0	0	0	1
	1	1	1	0	1

$f(X,Y,Z) = X\bar{Y} + Y\bar{Z}$

POS

		YZ			
		00	01	11	10
X	0	0	0	0	1
	1	1	1	0	1

$f(X,Y,Z) = (X+Y) \cdot (\bar{Y}+\bar{Z})$

Comprobación de igualdad (no es necesaria):

$$f(X,Y,Z) = (X+Y) \cdot (\bar{Y}+\bar{Z}) = X\bar{Y} + X\bar{Z} + Y\bar{Y} + Y\bar{Z} = X\bar{Y} + X\bar{Z} + Y\bar{Z} = X\bar{Y} + X\bar{Y}\bar{Z} + Y\bar{Z} + XY\bar{Z} = X\bar{Y} + Y\bar{Z}$$

identidad $a \cdot 1 = a$
absorción $a + a\bar{b} = a$

$$X\bar{Y} + X\bar{Z} + Y\bar{Z}$$

Esta expresión tiene el producto $X\bar{Z}$, que está contenido en los dos otros productos ($X\bar{Y} + Y\bar{Z}$):

		YZ			
		00	01	11	10
X	0	0	0	0	1
	1	1	1	0	1

$X\bar{Y}$ $X\bar{Z}$ dentro de $X\bar{Y} + Y\bar{Z}$

d) $f(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15)$

tabla de verdad

W	X	Y	Z	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

m_3
 m_6
 m_7
 m_{11}
 m_{12}
 m_{14}
 m_{15}

SOP

		YZ			
		00	01	11	10
WX	00	0	0	1	0
	01	0	0	1	1
	11	1	0	1	1
	10	0	0	1	0

$f(W,X,Y,Z) = XY + YZ + WX\bar{Z}$

POS

		YZ			
		00	01	11	10
WX	00	0	0	1	0
	01	0	0	1	1
	11	1	0	1	1
	10	0	0	1	0

$f(W,X,Y,Z) = (W+Y) \cdot (X+Z) \cdot (Y+\bar{Z})$

5.- Minimizar empleando mapas de Karnaugh (dx= valor no definido):

a) $f(a,b,c,d) = m_0 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_8 + m_{12}$

b) $f(a,b,c,d) = M_1 + M_5 + M_9 + M_{10} + M_{11} + M_{13} + M_{14} + M_{15}$

c) $f(a,b,c,d) = m_0 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_8 + m_{12} + d_1$

d) $f(a,b,c,d) = M_1 + M_5 + M_9 + M_{10} + M_{11} + M_{13} + M_{14} + M_{15} + d_8 + d_{12}$