第四題:國王的煩惱 (Partition)

問題敘述

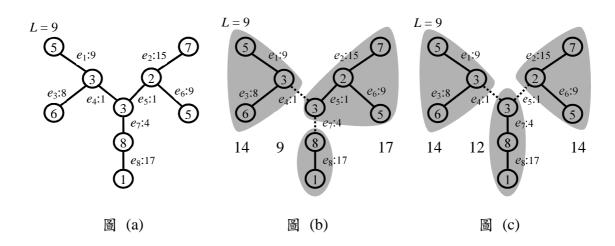
有一個國王,在他的領土內有很多城市。每個城市有不盡相同的人口數;城市間的道路 為雙向的,雖然不是所有城市間都有道路直接相連,但「任兩個城市間存在一條唯一路徑能 夠到達對方」,意即這些城市構成一個樹狀圖 (tree)。

國王最近有一個煩惱,那就是他領土內的城市太多了。他想把他的領土分割成一些行政區,並滿足下列條件:

- 每個行政區是連通的 (connected)。意即對一個行政區而言,它內部的任兩個城市間存在 一條只經過內部城市的路徑。
- 每個城市恰好在一個行政區內。
- 每個行政區的總人口數至少為 L。

為了管理方便,國王希望行政區的個數越多越好。另外,他也希望不同行政區之間的距離不要太遠。意即在行政區個數最多的情況下,連接不同行政區的道路長度總和越小越好。請你幫助國王,告訴他最多的行政區數目以及行政區之間最短的距離總和。

舉例來說,在圖 (a) 中,一個節點代表一個城市,節點內的數字代表城市中的人口數;而一條邊對應一條道路,並且標示著它的長度。假設 L=9。圖 (b) 是一種可能的分割方法,行政區的數目有三個,而這也是行政區數目最多的分割方法了。在這樣的分割下,行政區間的距離總和為 1+4=5。圖 (c) 同樣將城市分割為三個行政區,不同行政區間的距離總和只有 1+1=2,而這也是分割為三個行政區的情況下使得行政區間距離總和最小的分割方法。



2016年國際資訊奧林匹亞研習營:第四次模擬測驗

輸入格式

每筆測試資料的第一行輸入兩個整數 n, L, 整數間以空白區隔,n代表城市數目,L 代表行政區的最少人口限制。

接下來的n行,每一行有一個整數 p_i , $1 \le i \le n$,代表城市i中的人口數。其中, $1 \le p_i$ ≤ 1000 。接下來的n-1行,每一行有三個整數 c_1, c_2, d ,整數間以空白區隔,代表城市 c_1 和 c_2 間有一條道路相連,而這條道路的長度為d。其中 $1 \le c_1, c_2 \le n$ 且 $1 \le d \le 1000$ 。

輸出格式

每筆測試資料輸出一行,包含兩個整數 k 及 S 並以空白區隔。 k 代表最多的行政區數目; S 代表分割成 k 個行政區時,連接不同行政區的道路長度總和的最小值。若無法找到一個符合條件的分割方法,請輸出 -1 。

輸入範例1	輸出範例 1
9 9	3 2
3	
3	
8	
2	
5	
6	
1	
5	
7	
1 2 1	
1 3 4	
1 4 1	
2 5 9	
2 6 8	
3 7 17	
4 8 9	
4 9 15	

輸入範例 2	輸出範例 2
2 19	-1
8	
10	
1 2 5	

2016年國際資訊奧林匹亞研習營:第四次模擬測驗

評分說明

本題共有五組測試題組,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	14	$1 \le n \le 30$, $1 \le L \le 100$ 且保證答案 $k \le 6$ 。
2	16	每個城市最多連接到兩條道路,意即這些城市構成一個路徑圖 $(path) \circ 1 \le n \le 30$, $1 \le L \le 100$ 。
3	37	$1 \le n \le 30 , 1 \le L \le 100 \circ$
4	26	$1 \le n \le 50 \cdot 1 \le L \le 100 \circ$
5	7	$1 \le n \le 300 \cdot 1 \le L \le 300 \circ$