

```

%Limpieza de pantalla
clear all
close all
clc

tic
%Declaración de variables simbólicas
syms th1(t) th2(t) th3(t) t %Angulos de cada articulación
syms th1p(t) th2p(t) th3p(t) %Velocidades de cada articulación
syms th1pp(t) th2pp(t) th3pp(t) %Aceleraciones de cada articulación
syms m1 m2 m3 Ixx1 Iyy1 Izz1 Ixx2 Iyy2 Izz2 Ixx3 Iyy3 Izz3 %Masas y matrices de
Inercia
syms l1 l2 l3 lc1 lc2 lc3 %l=longitud de eslabones y lc=distancia al centro de masa
de cada eslabón
syms pi g a cero

%Creamos el vector de coordenadas articulares
Q= [th1; th2; th3];
%disp('Coordenadas generalizadas');
%pretty (Q);

%Creamos el vector de velocidades articulares
Qp= [th1p; th2p; th3p];
%disp('Velocidades generalizadas');
%pretty (Qp);
%Creamos el vector de aceleraciones articulares
Qpp= [th1pp; th2pp; th3pp];
%disp('Aceleraciones generalizadas');
%pretty (Qpp);

%Configuración del robot, 0 para junta rotacional, 1 para junta prismática
RP=[0 0 0];

%Número de grado de libertad del robot
GDL= size(RP,2);
GDL_str= num2str(GDL);

%Articulación 1
%Posición de la articulación 1 respecto a 0
P(:, :, 1)= [l1*cos(th1); l1*sin(th1); 0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0....
R(:, :, 1)= [cos(th1) -sin(th1) 0;
             sin(th1)  cos(th1) 0;
             0         0       1];

%Articulación 2
%Posición de la articulación 2 respecto a 1
P(:, :, 2)= [l2*cos(th2); l2*sin(th2); 0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:, :, 2)= [cos(th2) -sin(th2) 0;

```

```

        sin(th2)  cos(th2)  0;
        0         0         1];

%Articulación 3
%Posición de la articulación 2 respecto a 1
P(:, :, 3) = [l3*cos(th3); l3*sin(th3); 0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:, :, 3) = [cos(th3) -sin(th3)  0;
               sin(th3)  cos(th3)  0;
               0         0         1];

%Creamos un vector de ceros
Vector_Zeros = zeros(1, 3);

%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea locales
A(:, :, GDL) = simplify([R(:, :, GDL) P(:, :, GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea globales
T(:, :, GDL) = simplify([R(:, :, GDL) P(:, :, GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las posiciones vistas desde el marco de referencia inercial
PO(:, :, GDL) = P(:, :, GDL);
%Inicializamos las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia inercial
RO(:, :, GDL) = R(:, :, GDL);

for i = 1:GDL
    i_str = num2str(i);
    %disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:, :, i) = simplify([R(:, :, i) P(:, :, i); Vector_Zeros 1]);
    %pretty (A(:, :, i));

    %Globales
    try
        T(:, :, i) = T(:, :, i-1)*A(:, :, i);
    catch
        T(:, :, i) = A(:, :, i);
    end
    %    disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str));
    T(:, :, i) = simplify(T(:, :, i));
    %    pretty(T(:, :, i))

    RO(:, :, i) = T(1:3, 1:3, i);
    PO(:, :, i) = T(1:3, 4, i);
    %pretty(RO(:, :, i));
    %pretty(PO(:, :, i));
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%CALCULAMOS LAS VELOCIDADES PARA CADA ESLABÓN%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% VELOCIDADES PARA ESLABÓN 3 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a3(:,GDL)=PO(:, :,GDL);
Jw_a3(:,GDL)=PO(:, :,GDL);

for k= 1:GDL
    if RP(k)==0
        %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a3(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:, :,GDL)-PO(:, :,k-1));
            Jw_a3(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a3(:,k)= cross([0,0,1], PO(:, :,GDL));%Matriz de rotación de 0 con
            respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa también será 0
            Jw_a3(:,k)=[0,0,1];%Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
            Matriz identidad
        end
    else
        %Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a3(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a3(:,k)=[0,0,1];
        end
        Jw_a3(:,k)=[0,0,0];
    end
end

%Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a3= simplify (Jv_a3);
Jw_a3= simplify (Jw_a3);
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
%pretty (Jv_a);
%disp('Jacobiano angular obtenido de forma analítica');
%pretty (Jw_a);

%Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac3= [Jv_a3;
        Jw_a3];
Jacobiano3= simplify(Jac3);
% pretty(Jacobiano);

%Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 2
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 3');
V3=simplify (Jv_a3*Qp);
pretty(V3)

disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 3');
W3=simplify (Jw_a3*Qp);

```

```

pretty(W3)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% VELOCIDADES PARA ES LABÓN 2 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Calculamos el jacobiano lineal y angular de forma analítica
Jv_a2(:,GDL-1)=PO(:, :,GDL-1);
Jw_a2(:,GDL-1)=PO(:, :,GDL-1);

for k= 1:GDL-1
    if RP(k)==0
        %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a2(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:, :,GDL-1)-PO(:, :,k-1));
            Jw_a2(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a2(:,k)= cross([0,0,1], PO(:, :,GDL-1));%Matriz de rotación de 0 con
            %respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a2(:,k)=[0,0,1];%Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
            %Matriz identidad
        end
    else
        %Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a2(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a2(:,k)=[0,0,1];
        end
        Jw_a2(:,k)=[0,0,0];
    end
end

%Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a2= simplify (Jv_a2);
Jw_a2= simplify (Jw_a2);
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
%pretty (Jv_a);
%disp('Jacobiano angular obtenido de forma analítica');
%pretty (Jw_a);

%Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac2= [Jv_a2;
        Jw_a2];
Jacobiano2= simplify(Jac2);
% pretty(Jacobiano);

%Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 2
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 2');
Qp=Qp(t);

```

```

V2=simplify (Jv_a2*Qp(1:2));
pretty(V2)
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 2');
W2=simplify (Jw_a2*Qp(1:2));
pretty(W2)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% VELOCIDADES PARA ESLABÓN 1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Calculamos el jacobiano lineal y angular de forma analítica
Jv_a1(:,GDL-2)=PO(:, :,GDL-2);
Jw_a1(:,GDL-2)=PO(:, :,GDL-2);

for k= 1:GDL-2
    if RP(k)==0
        %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a1(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:, :,GDL-2)-PO(:, :,k-1));
            Jw_a1(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a1(:,k)= cross([0,0,1], PO(:, :,GDL-2));%Matriz de rotación de 0 con
            %respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa tambien será 0
            Jw_a1(:,k)=[0,0,1];%Si no hay matriz de rotación previa se obtiene la
            %Matriz identidad
        end
    else
        %Para las juntas prismáticas
        try
            Jv_a1(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a1(:,k)=[0,0,1];
        end
        Jw_a1(:,k)=[0,0,0];
    end
end

%Obtenemos SubMatrices de Jacobianos
Jv_a1= simplify (Jv_a1);
Jw_a1= simplify (Jw_a1);
%disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
%pretty (Jv_a);
%disp('Jacobiano ángular obtenido de forma analítica');
%pretty (Jw_a);

%Matriz de Jacobiano Completa
%disp('Matriz de Jacobiano');
Jac1= [Jv_a1;
        Jw_a1];
Jacobiano1= simplify(Jac1);

```

```
% pretty(Jacobiano);

%Obtenemos vectores de Velocidades Lineales y Angulares para el eslabón 1
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal del Eslabón 1');
V1=simplify (Jv_a1*Qp(1:1));
pretty(V1)
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular del Eslabón 1');
W1=simplify (Jw_a1*Qp(1:1));
pretty(W1)
```

Energía cinética.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Energía Cinética
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Omitimos la división de cada lc%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Distancia del origen del eslabón a su centro de masa
%Vectores de posición respecto al centro de masa
P01=subs(P(:, :, 1), l1, lc1);%La función subs sustituye l1 por lc1 en
P12=subs(P(:, :, 2), l2, lc2); %la expresión P(:, :, 1)/2
P23=subs(P(:, :, 3), l3, lc3);

%Creamos matrices de inercia para cada eslabón

I1=[Ixx1 0 0;
    0 Iyy1 0;
    0 0 Izz1];

I2=[Ixx2 0 0;
    0 Iyy2 0;
    0 0 Izz2];

I3=[Ixx3 0 0;
    0 Iyy3 0;
    0 0 Izz3];

%Función de energía cinética

%Calculamos la energía cinética para cada uno de los eslabones%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Eslabón 1
V1_Total= V1+cross(W1,P01);
K1= (1/2*m1*(V1_Total))'*((V1_Total)) + (1/2*W1)'*(I1*W1);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 1');
K1= simplify (K1);
pretty (K1);

%Eslabón 2
V2_Total= V2+cross(W2,P12);
K2= (1/2*m2*(V2_Total))'*((V2_Total)) + (1/2*W2)'*(I2*W2);
```

```

disp('Energía Cinética en el Eslabón 2');
K2= simplify (K2);
pretty (K2);

%Eslabón 3
V3_Total= V3+cross(W3,P23);
K3= (1/2*m3*(V3_Total))'*((V3_Total)) + (1/2*W3)'*(I2*W3);
disp('Energía Cinética en el Eslabón 3');
K3= simplify (K3);
pretty (K3);

K_Total= simplify (K1+K2+K3);
disp('Energía Cinética Total');
pretty (K_Total);

%Energia Potencial p=mgh

%Obtenemos las alturas respecto a la gravedad
h1= P01(2); %Tomo la altura paralela al eje z
h2= P12(2); %Tomo la altura paralela al eje y
h3= P23(2); %Tomo la altura paralela al eje y

U1=m1*g*h1
U2=m2*g*h2
U3=m3*g*h3

%Calculamos la energía potencial total
U_Total= U1 + U2 +U3;

%Obtenemos el Lagrangiano
Lagrangiano= simplify (K_Total-U_Total);
%pretty (Lagrangiano);

%Modelo de Energía
H= simplify (K_Total+U_Total);
%pretty (H)

```