

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Maestria en Ciencia de Datos.

Metodos Estadisticos Multivariados  
Reporte Estadistico

MET.Rosa Isela Hernández Zamora

Alumnos: Jesus Emmanuel Ramos Davila  
Marco Antonio Obregon Flores  
Matricula: 1439401, 1723556

Fecha entrega: 03/28/2023

# Indice

## Introducción

El presente informe tiene como objetivo utilizar técnicas estadísticas multivariadas para analizar un conjunto de datos que contiene múltiples mediciones realizadas a un motor síncrono de imán permanente (PMSM). En específico, se utilizarán el análisis de componentes principales (PCA) y el análisis de factores para reducir la dimensionalidad del conjunto de datos y descubrir patrones y relaciones entre las variables. Estas técnicas se aplicarán en R Studio, utilizando los conocimientos adquiridos en el curso de Métodos Estadísticos Multivariados. El conjunto de datos contiene 13 variables distintas, incluyendo la temperatura del refrigerante del motor, la velocidad del motor, el par del motor y la corriente en el eje d del motor, entre otros. El análisis de componentes principales permitirá simplificar el conjunto de datos encontrando mezclas de variables que describen la mayor parte de la variación en los datos, mientras que el análisis de factores buscará reducir la dimensionalidad de los datos para explicar el máximo de información contenida en ellos.

El análisis del motor síncrono de imán permanente es importante para entender su funcionamiento y optimizar su rendimiento. El objetivo del análisis multivariado es identificar patrones y relaciones entre las variables, lo que puede llevar a descubrir factores importantes que afectan el rendimiento del motor. Al reducir la dimensionalidad de los datos mediante el uso de técnicas como el análisis de componentes principales y el análisis de factores, se puede obtener una mejor comprensión de la estructura subyacente de los datos y reducir la complejidad de la información. Esto puede permitir una mejor visualización de los patrones y relaciones, lo que puede conducir a una mejor identificación de los factores clave que afectan el rendimiento del motor. Además, la reducción de la dimensionalidad también puede ayudar a simplificar el análisis y mejorar la eficiencia del procesamiento de datos.

Los datos utilizados en este análisis son reales y fueron obtenidos de Kirgiz, W. (2021). Electric Motor Temperature. Los datos se pueden encontrar en <https://www.kaggle.com/datasets/wkirgsn/electric-motor-temperature> y contienen mediciones realizadas a un motor síncrono de imán permanente (PMSM). Es importante destacar que no se eliminaron valores atípicos o faltantes en los datos.

Además, se estandarizaron los datos antes de realizar el análisis, lo que significa que se convirtieron todas las variables a la misma escala para que tengan una media de cero y una desviación estándar de uno. Esto se hizo para que las variables se puedan comparar directamente entre sí y para evitar que una variable tenga más peso en el análisis solo porque tiene valores más grandes.

En resumen, este informe utilizará técnicas estadísticas avanzadas para analizar un conjunto de datos complejo y encontrar patrones y relaciones entre las variables del motor síncrono de imán permanente.

## Análisis descriptivo del conjunto de datos

Los registros corresponden a mediciones realizadas a un motor síncrono de imán permanente (PMSM), los cuales fueron muestreados a una frecuencia de 2 Hz. El conjunto de datos contiene múltiples sesiones de medición, las cuales se pueden distinguir por el identificador de perfil (`profile_id`) y tienen una duración variable de entre una y seis horas. En total, se registraron 185 horas de operación del motor.

El dataset utilizado en este análisis contiene un total de 1,330,816 mediciones realizadas al motor síncrono de imán permanente. Este es un conjunto de datos bastante grande que requiere técnicas estadísticas multivariadas avanzadas para su análisis y comprensión. La cantidad de mediciones en este conjunto de datos proporciona una gran cantidad de información sobre el comportamiento del motor, lo que puede ser útil para identificar patrones y relaciones complejas entre las variables y optimizar su rendimiento.

Cabe destacar que el motor es excitado por ciclos de conducción diseñados a mano, que establecen una velocidad de referencia y un par de referencia. Las corrientes y voltajes en coordenadas d/q son resultado de una estrategia de control estándar que intenta seguir la velocidad y el par de referencia, y las variables de velocidad y torque son las cantidades resultantes logradas por esa estrategia, derivadas de las corrientes y voltajes establecidos. La mayoría de los ciclos de conducción corresponden a caminatas aleatorias en el plano velocidad-par, con el fin de imitar ciclos de conducción del mundo real de manera más precisa que las excitaciones y rampas de subida y bajada constantes.

Table 1: Variables del conjunto de datos

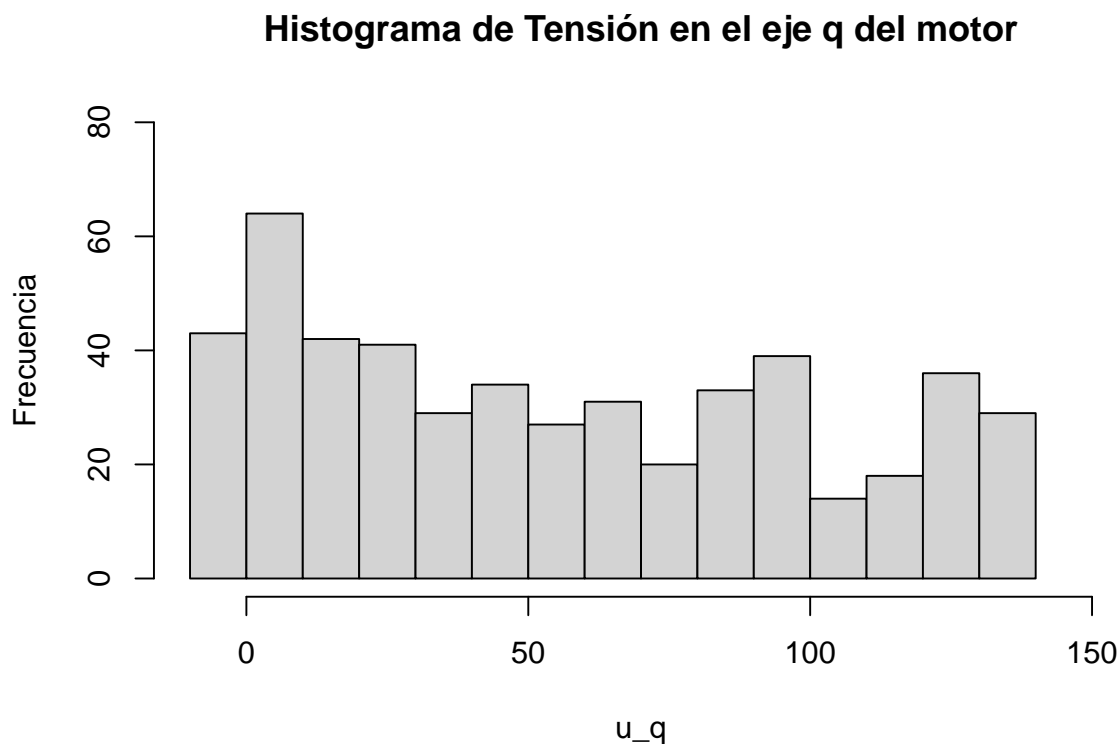
Variable	Descripción
u_q	Tensión en el eje q del motor
coolant	Temperatura del refrigerante del motor
stator_winding	Temperatura del devanado del estator del motor
u_d	Tensión en el eje d del motor
stator_tooth	Temperatura del diente del estator del motor
motor_speed	Velocidad del motor
i_d	Corriente en el eje d del motor
i_q	Corriente en el eje q del motor
pm	Temperatura del imán permanente del motor
stator_yoke	Temperatura del yugo del estator del motor
ambient	Temperatura ambiente durante la medición
torque	Par del motor
profile_id	Identificador de la sesión de medición

## Análisis exploratorio

En esta sección se analizarán los histogramas y boxplot de las variables, para esta sección se incluirán pruebas de normal univariada y multivariada así como grafica de correlación de pearson a fin de encontrar cuales variables se relacionan más con otras. Para esta y demás secciones se omitirá una de las variables mostradas de la sección anterior la cual es **profile\_id** la cual no es una medición de nuestros datos y solo identifica la observación.

### Histogramas

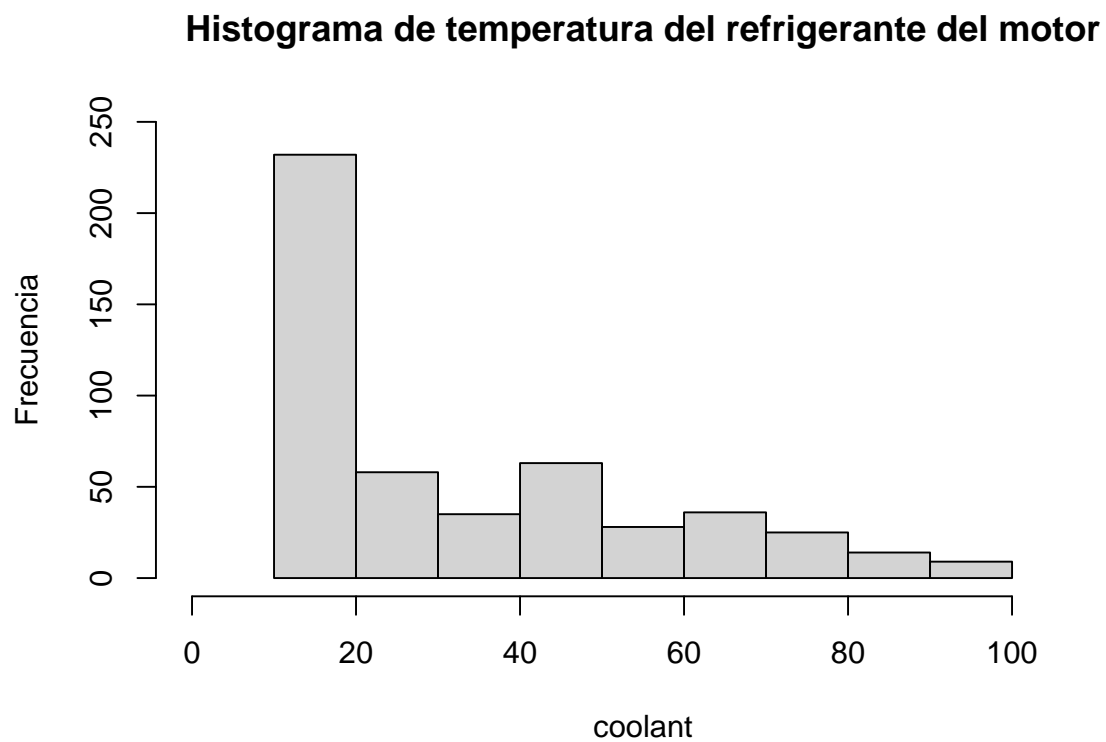
Histograma u\_q (Tensión en el eje q del motor)



**Observaciones:** podemos observar que no se muestra una curva como una distribución de tipo normal,

*asemeja más a una distribución de tipo uniforme*

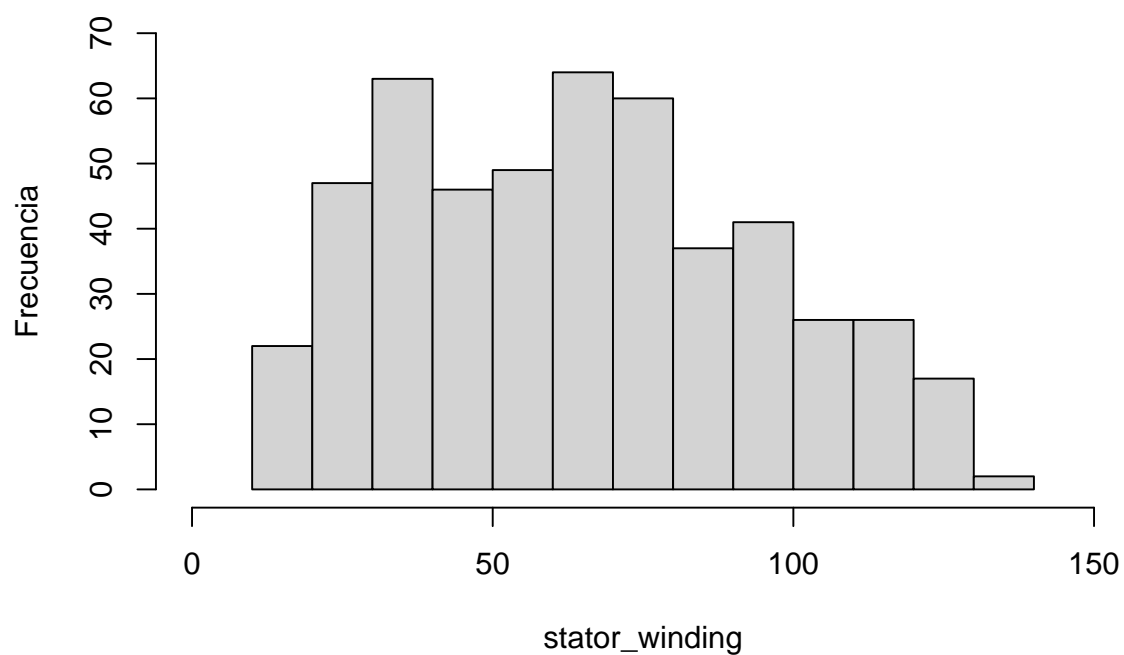
**Histograma coolant (Temperatura del refrigerante del motor)**



**Observaciones:** *podemos observar que no se muestra una curva como una distribución de tipo normal, asemeja más a una distribución de tipo exponencial*

**Histograma stator\_winding (Temperatura del devanado del estator del motor)**

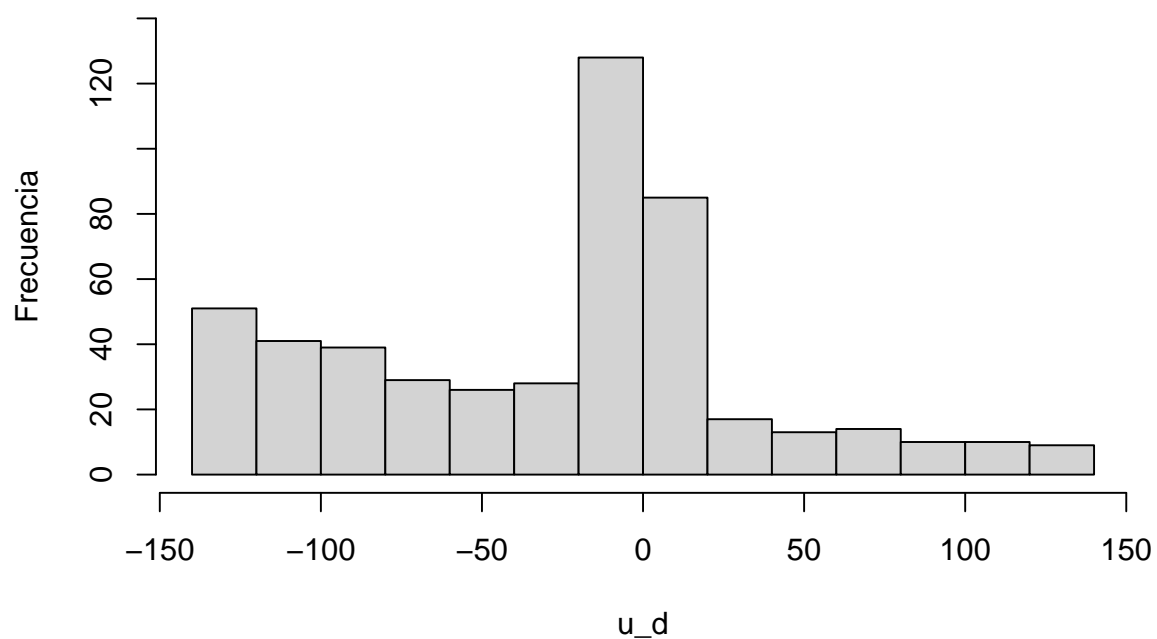
### Histograma de temperatura del devanado del estator del motor



**Observaciones:** Se observa en la grafica que esta variable podria seguir una distribucion de tipo normal, de cualquier manera se realizaran pruebas de normalidad univariada a fin de observar cual variable sigue una distribucion de tipo normal.

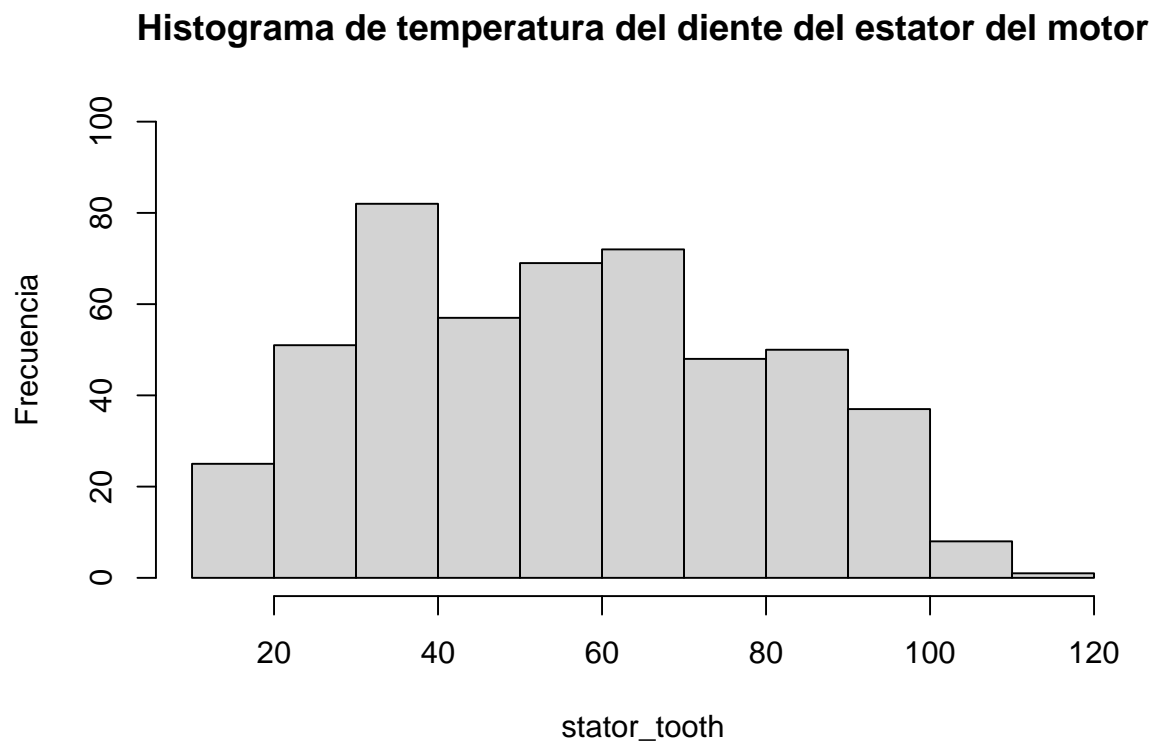
Histograma u\_d (Tensión en el eje d del motor)

### Histograma de Tensión en el eje d del motor



**Observaciones:** Podemos observar que no se muestra una curva como una distribución de tipo normal, se observa solo 2 barras con una gran cantidad de observaciones, se revisara en la sección de **vector de promedios** donde se ubican la media de los datos para esta variable.

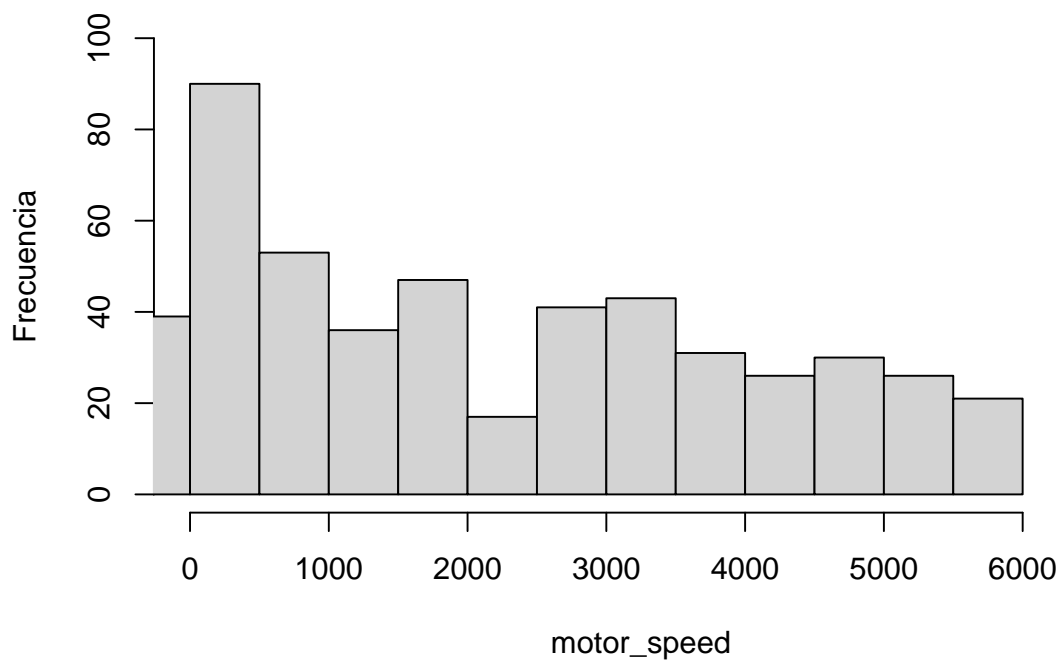
Histograma stator\_tooth (Temperatura del diente del estator del motor)



**Observaciones:** Podemos observar que esta variable podría seguir una distribución de tipo normal dado los extremos y una forma un poco ligera de campana similar a la normal

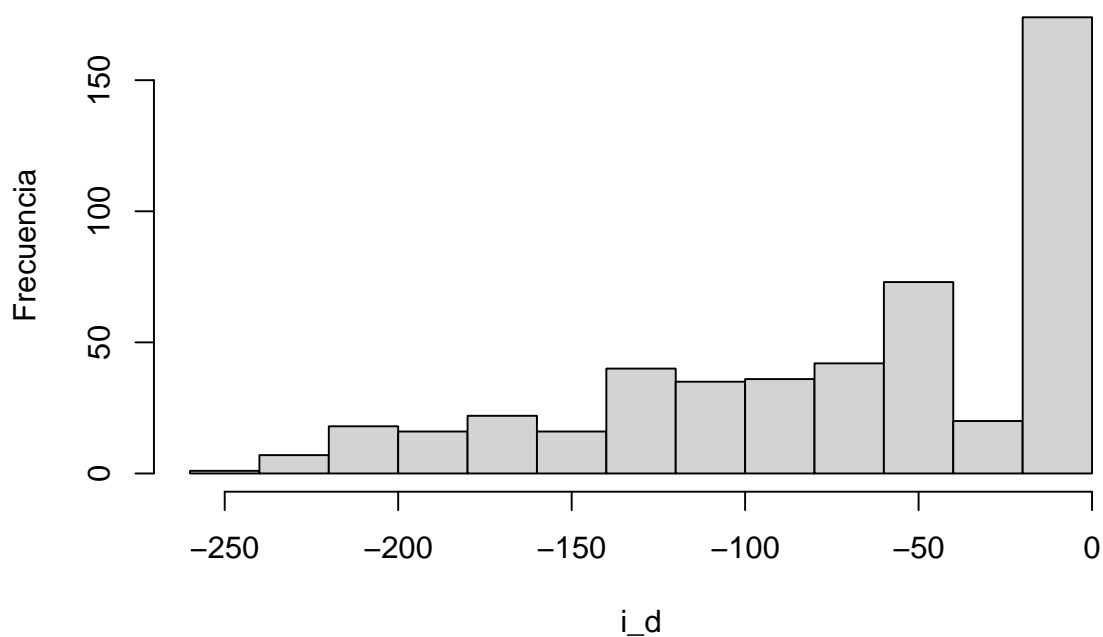
Histograma motor\_speed (Velocidad del motor)

### Histograma de Velocidad del motor



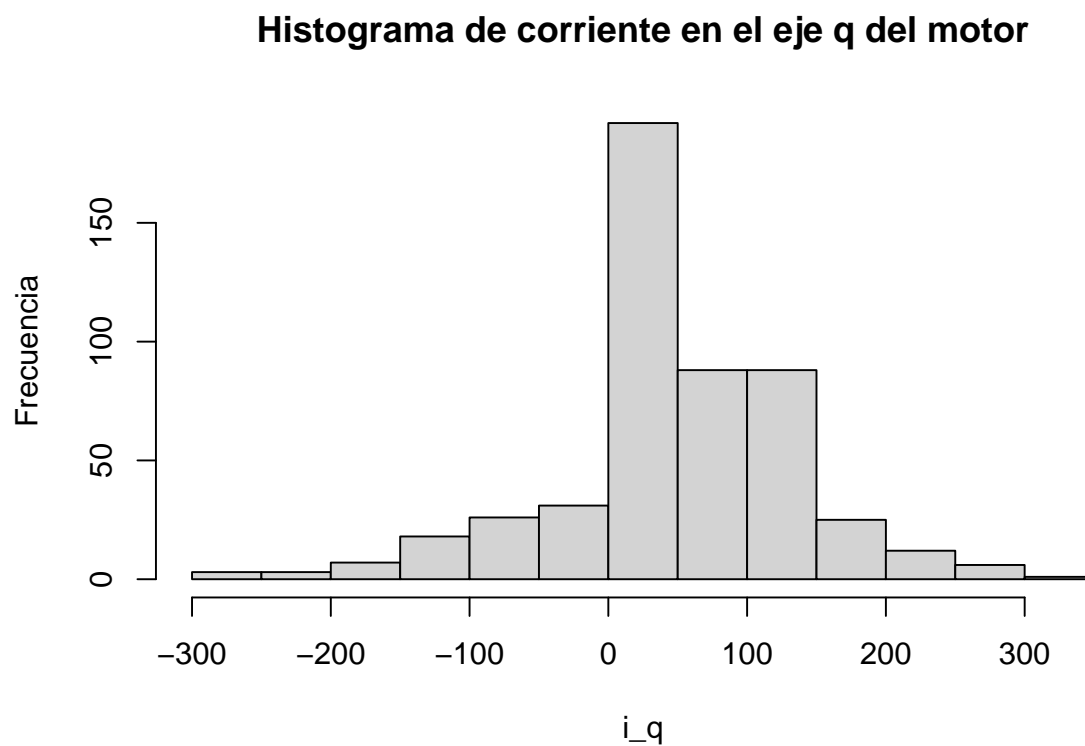
**Observaciones:** Podemos observar que no se muestra una curva como una distribución de tipo normal  
 Histograma  $i_d$  (Corriente en el eje d del motor)

### Histograma de corriente en el eje d del motor



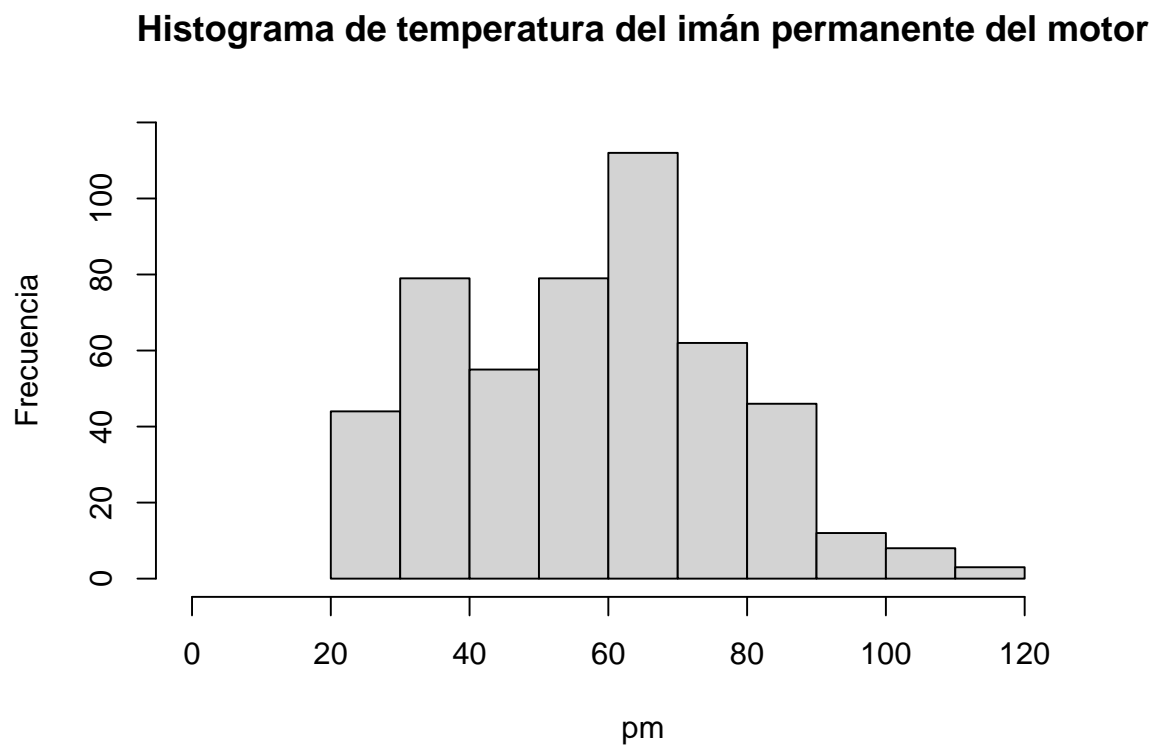
**Observaciones:** Podemos observar que esta variable no sigue una distribución normal, se asemeja más a una distribución de tipo exponencial.

Histograma  $i_q$  (Corriente en el eje q del motor)



Observaciones: Podemos observar que esta variable no sigue una distribución normal.

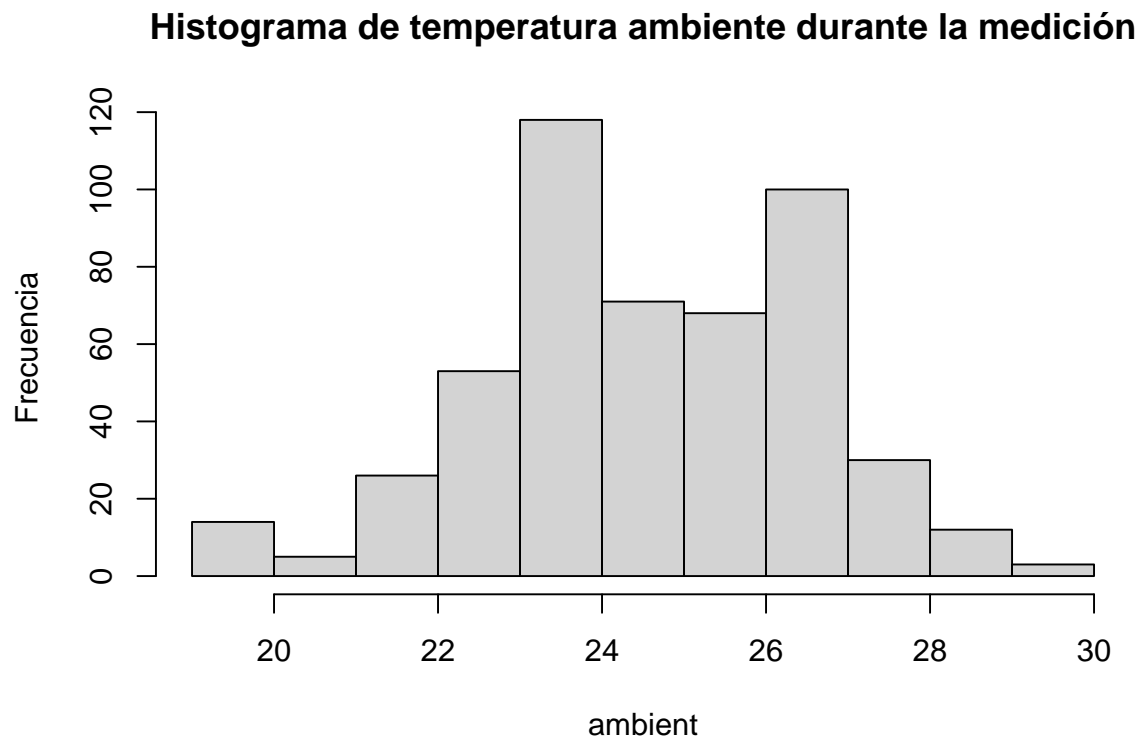
Histograma  $pm$  (Temperatura del imán permanente del motor)





**Observaciones:** *Podemos observar que esta variable no sigue una distribución normal.*

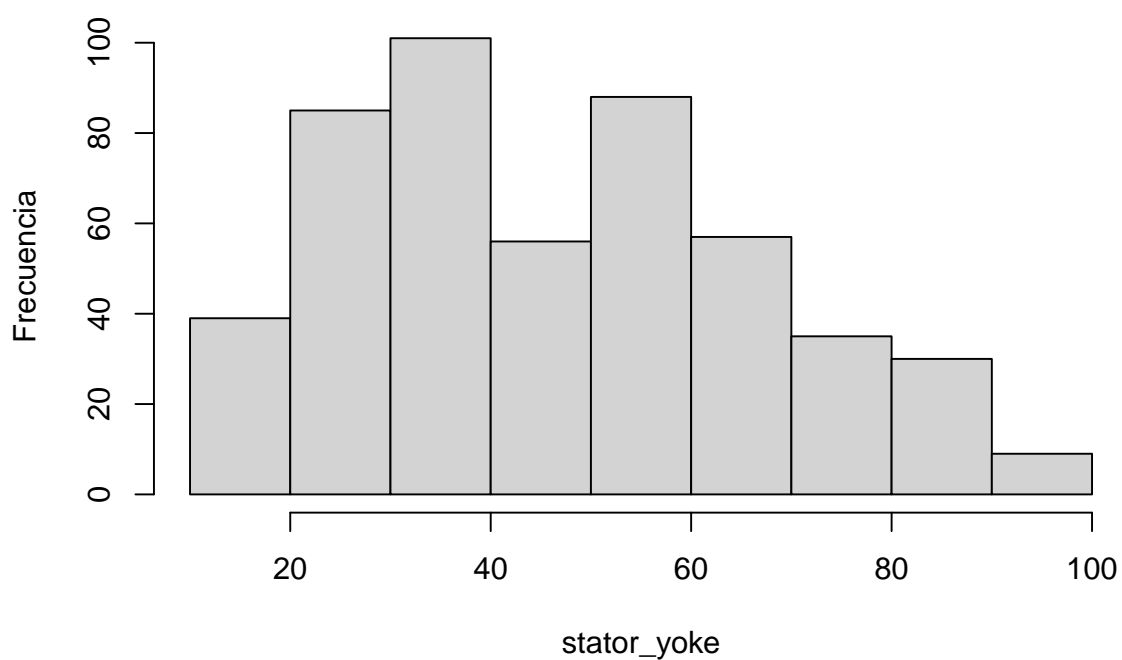
**Histograma ambient** (Temperatura ambiente durante la medición)



**Observaciones:** *Podemos observar que esta variable podría seguir una distribución de tipo normal dado los extremos.*

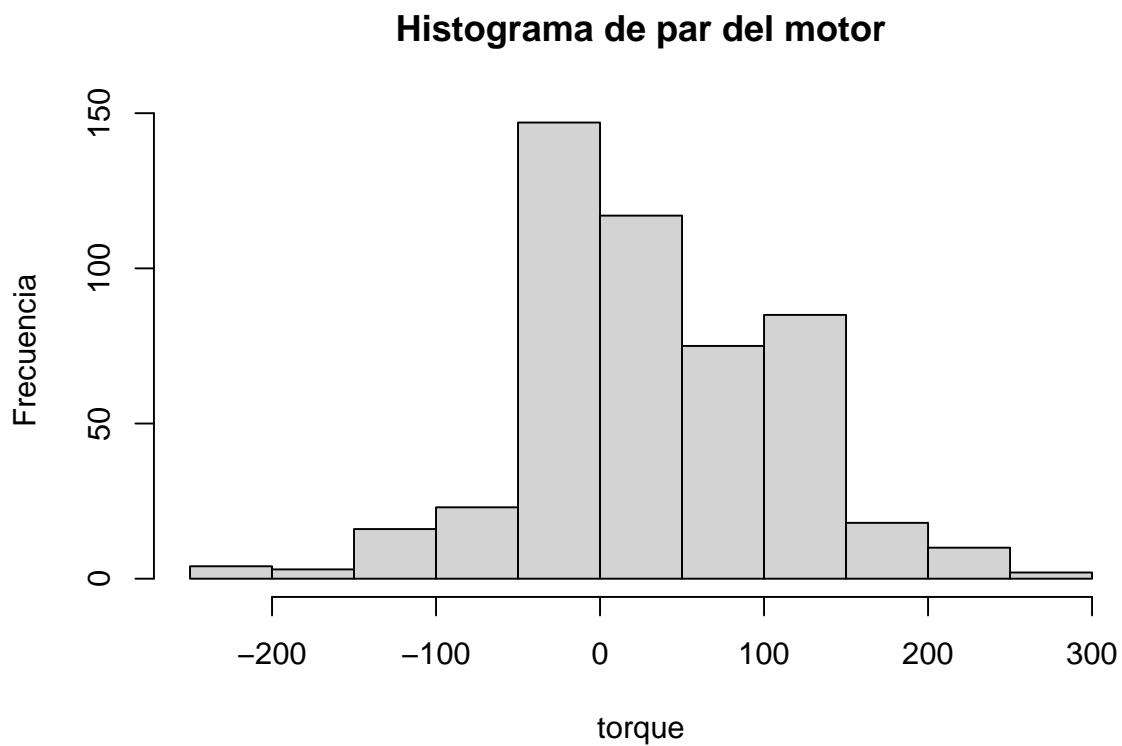
**Histograma stator\_yoke** (Temperatura del yugo del estator del motor)

### Histograma de temperatura del yugo del estator del motor



**Observaciones:** Podemos observar que esta variable podría seguir una distribución de tipo normal dado los extremos.

### Histograma torque (Par del motor)



**Observaciones:** Podemos observar que esta variable podría seguir una distribución de tipo normal

dado los extremos.

### Vector de Promedios

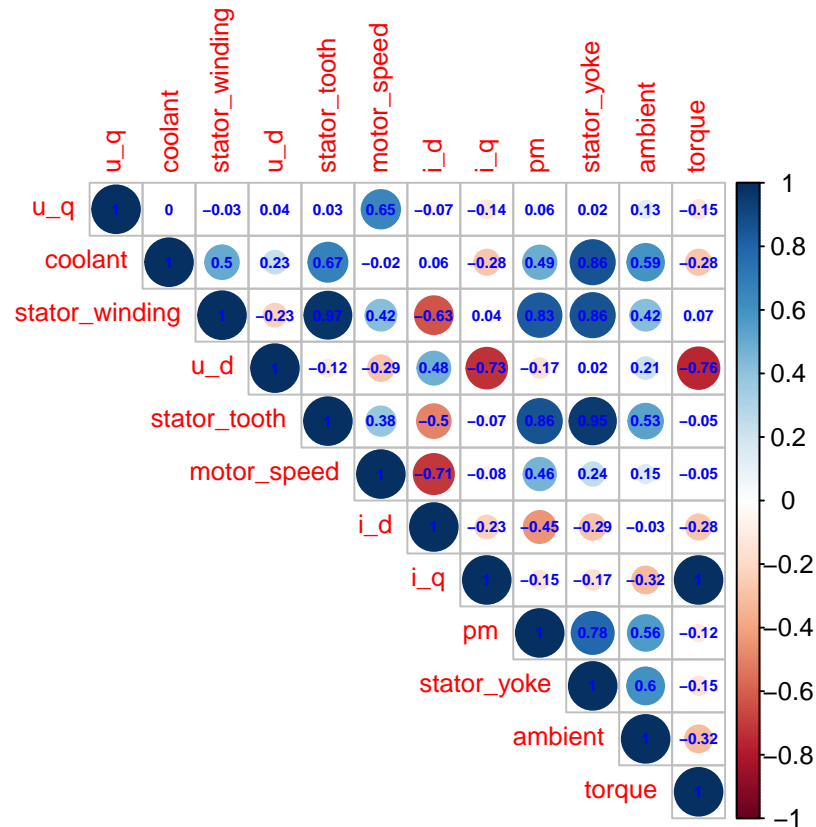
Antes de realizar una estandarización de los datos, procederemos a obtener el vector de promedios de cada una de las variables

Table 2: Medias del conjunto de datos

Variable	Promedio
u_q	55.6
coolant	35.5
stator_winding	64.7
u_d	-27.5
stator_tooth	55.7
motor_speed	2254.6
i_d	-69.5
i_q	40.3
pm	57.8
stator_yoke	47.2
ambient	24.5
torque	33.4

**Observaciones:** Se observa que la mayoría de los promedios de los datos se encuentran en un rango similar a excepción de la variable **motor\_speed** la cual hace sentido ya que es la velocidad del motor.

### Matriz de Correlaciones



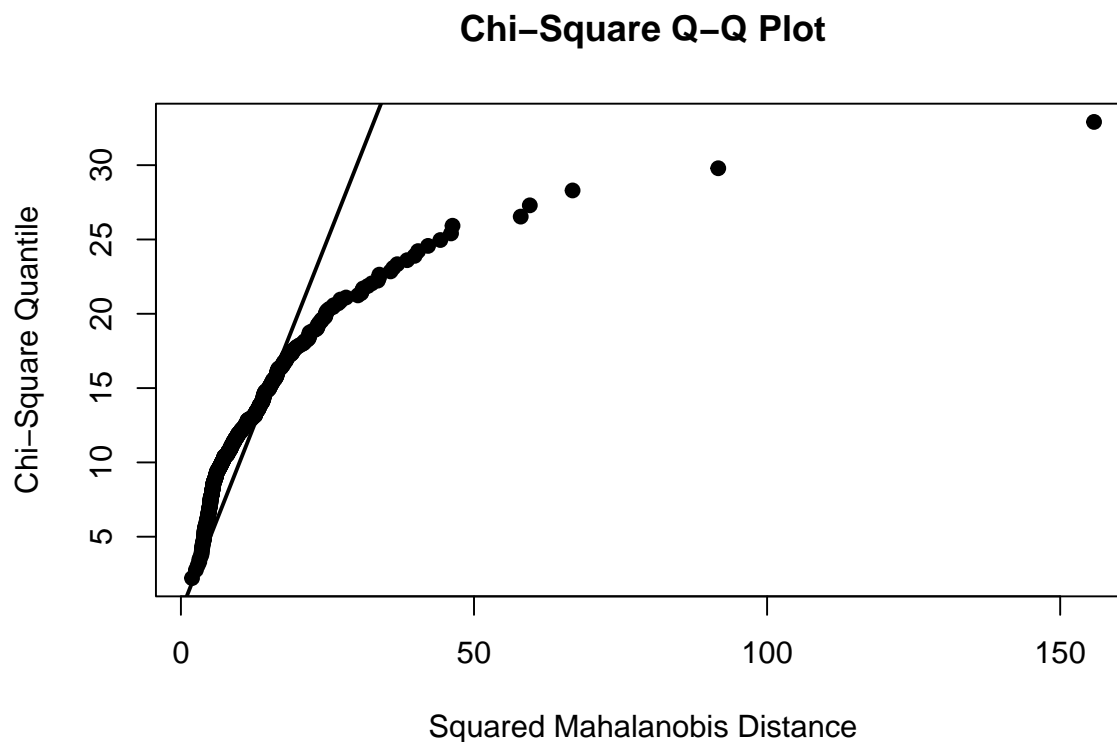
**Observaciones:** Se observa fuertes correlaciones tanto positivas como negativas, Las correlaciones mas notables mostradas en la grafica son:

Relacion	Coefficiente
coolant & stator_tooth	0.67
stator_winding & stator_tooth	0.97
stator_winding & i_d	-0.63
u_q & motor_speed	0.62
u_d & i_q	-0.73
motor_speed & i_d	-0.71
stator_tooth & pm	0.86
stator_winding & pm	0.83
coolant & stator_yoke	0.86
stator_winding & stator_yoke	0.86
stator_tooth & stator_yoke	0.95
pm & stator_yoke	0.78
coolant & ambient	0.59
stator_tooth & stator_yoke	0.95
pm & ambient	0.56
u_d & torque	-0.76
i_q & torque	1

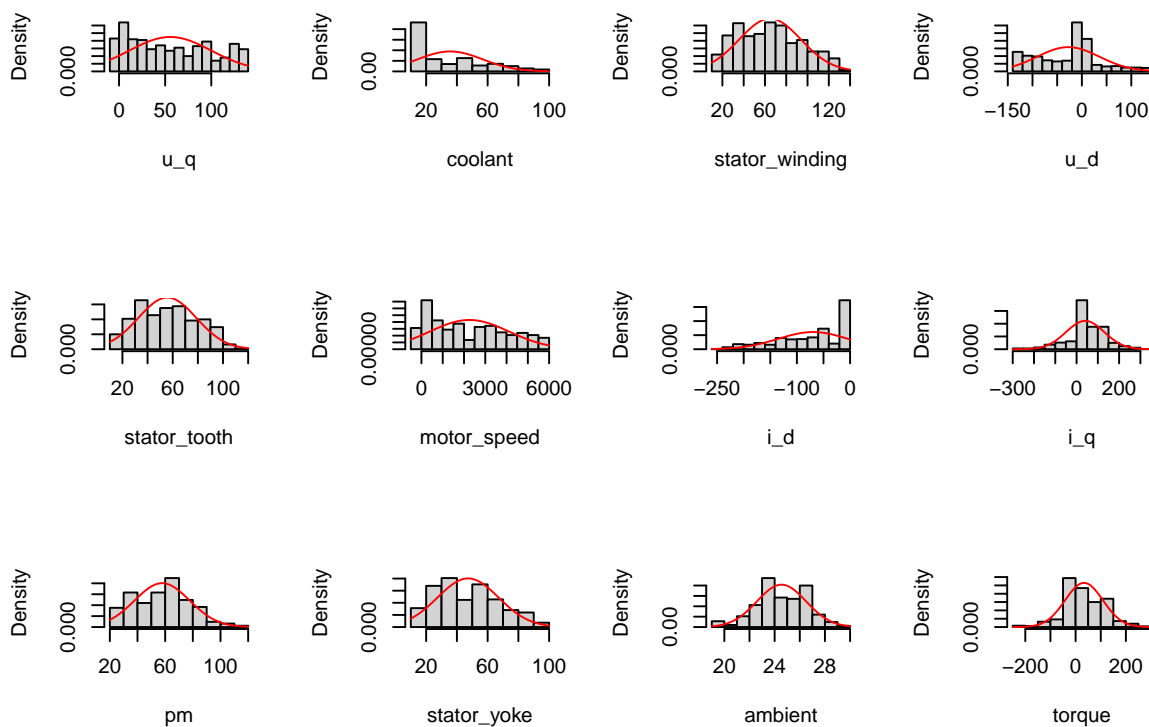
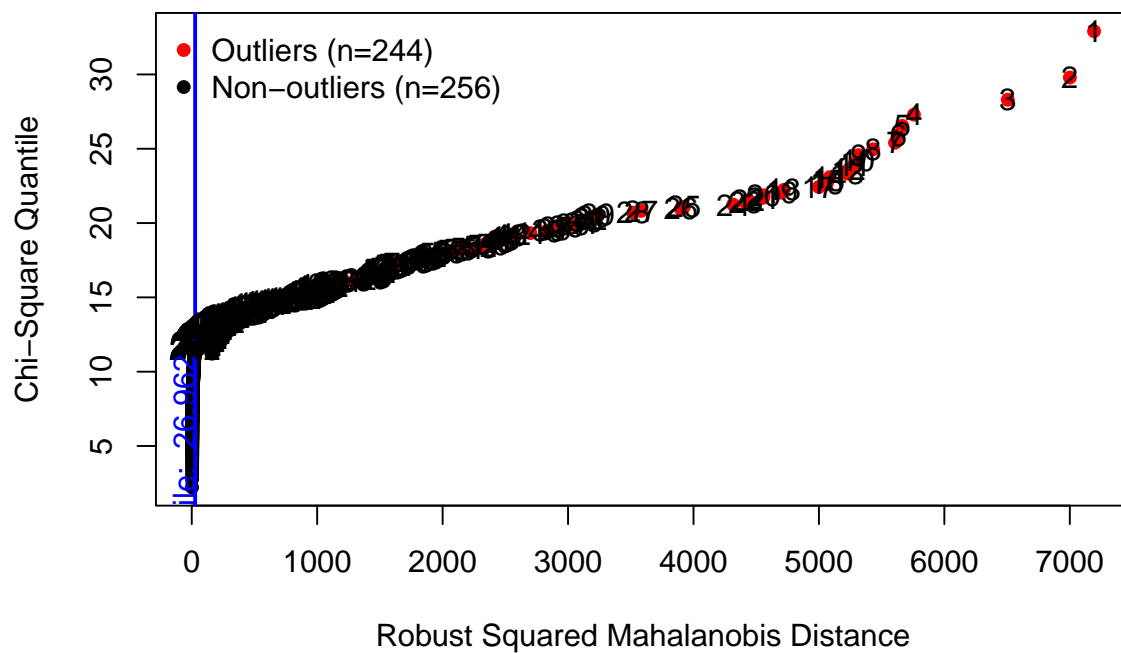
**Observaciones:** Se observa una cantidad de fuertes correlaciones arriba de 0.70, tanto negativas como positivas. Una de las correlaciones más notorias es una correlación perfecta entre la variable **i\_q** y **torque** las cual es de 1.

### Prueba de Normalidad

Para esta sección haremos uso de la librería en R **nortest**, la cual aplicaremos para nuestra prueba de normalidad tanto univariada como multivariada. Aunque nuestros datos provienen de una muestra grande , la cual es considerada como  $n-p > 40$  la cual se igual a  $500 - 13 > 50$  , se concluye muestra grande. Se aplicara de igual manera la prueba de normal multivariada.



### Adjusted Chi-Square Q-Q Plot



```
## $multivariateNormality
##      Test      H      p value MVN
## 1 Royston 338.9202 1.517446e-69 NO
##
## $univariateNormality
```

```
##          Test      Variable Statistic  p value Normality
## 1 Cramer-von Mises      u_q      1.7079 <0.001      NO
## 2 Cramer-von Mises    coolant      6.5682 <0.001      NO
## 3 Cramer-von Mises stator_winding    0.4716 <0.001      NO
## 4 Cramer-von Mises      u_d      2.5217 <0.001      NO
## 5 Cramer-von Mises stator_tooth    0.6004 <0.001      NO
## 6 Cramer-von Mises motor_speed      1.6783 <0.001      NO
## 7 Cramer-von Mises      i_d      2.6892 <0.001      NO
## 8 Cramer-von Mises      i_q      1.6388 <0.001      NO
## 9 Cramer-von Mises      pm      0.3527 1e-04      NO
## 10 Cramer-von Mises stator_yoke    0.9116 <0.001      NO
## 11 Cramer-von Mises    ambient    0.5591 <0.001      NO
## 12 Cramer-von Mises    torque    1.6742 <0.001      NO
##
## $Descriptives
##          n      Mean      Std.Dev      Median      Min      Max
## u_q      500  55.56100  44.359436  49.790200 -2.29622857 131.995239
## coolant  500  35.59623  21.101023  26.929087  15.43173929  92.645082
## stator_winding 500  64.79923  28.914310  63.992186  19.46124458 131.490416
## u_d      500 -27.51719  62.915778  -7.905764 -130.91442871 130.416699
## stator_tooth  500  55.73174  23.050638  54.164327  18.89172935 110.369407
## motor_speed  500 2254.60852 1855.546786 1999.976440 -0.01265136 5999.957031
## i_d      500 -69.56402  65.385654  -46.203419 -240.66177368 -1.994301
## i_q      500  40.32900  89.740666  21.085450 -269.57560348 301.703308
## pm      500  57.80232  19.891348  58.957228  21.54023552 112.971924
## stator_yoke  500  47.24290  19.895538  45.475449  18.80884743  99.868602
## ambient  500  24.54791  1.954389  24.703144  19.34749413  29.549906
## torque  500  33.48011  75.231563  17.894003 -225.55560853 258.307434
##          25th      75th      Skew      Kurtosis
## u_q      13.2850962  94.3078025  0.2974538 -1.2696476
## coolant  18.6867557  49.7834830  1.0342137 -0.1116668
## stator_winding 39.4519179  86.9731099  0.2857520 -0.8505268
## u_d     -84.3779923   0.8870415  0.1316162 -0.3471005
## stator_tooth 35.5898691  72.0191218  0.2030437 -1.0135644
## motor_speed 499.9754379 3740.9020605  0.3643730 -1.1351510
## i_d    -118.7993946  -3.4489692 -0.7005720 -0.6250497
## i_q      1.0961654 109.0134249 -0.1520373  0.8415012
## pm      40.7730618  70.8915024  0.1683998 -0.6501505
## stator_yoke 30.0590935  60.6632499  0.4716363 -0.6746356
## ambient  23.1755805  26.2644056 -0.1541419 -0.3213925
## torque  -0.2358166  95.6061493 -0.1431499  0.8663066
```

Establecemos las hipótesis a considerar para normal multivariada y univariada.

Ho: Los datos provienen de una normal multivariada H1: Los datos no provienen de una normal multivariada

Ho: La variable proviene de una distribución normal, H1: La variable sigue otro tipo de distribución.

**Observaciones:** Con respecto a la prueba de normal multivariada se establece que se rechaza Ho si p-valor (**0.00000000157**) es menor a alfa 0.05 por lo tanto se rechaza Ho, los datos **no provienen de una distribución normal multivariada**. Para las pruebas de normal univariada se establece que se rechaza Ho si p-valor es menor a alfa 0.05, Se rechaza Ho para todas las variables, **ninguna de las variables cumplió la normal univariada**. Por otra parte la grafica de outliers muestra la mayoría de los puntos como **outliers los cuales fueron 244/500** observaciones los cuales son casi la mitad de las observaciones ,con respecto a la gráfica de QQplot se observa que las observaciones al inicio se ajustaron a la línea de la normal pero la mayoría de las observaciones no pudieron ajustarse a la línea.

## Análisis de Factores

El Análisis Factorial es, por tanto, una técnica de reducción de la dimensionalidad de los datos. Su propósito último consiste en buscar el número mínimo de dimensiones capaces de explicar el máximo de información contenida en los datos.

Para desarrollar el análisis de factores se realizaran pasos previos tales como estandarizar los datos , verificar si los datos cumplen la **normal multivariada**, revisar la **matriz de correlaciones** y realizar **supuestos e hipótesis**.

### Paso 1: Carga de Datos

```
## # A tibble: 1,330,816 x 12
##       u_q coolant stator_win~1      u_d stato~2 motor_~3      i_d      i_q      pm
##       <dbl> <dbl>      <dbl>      <dbl> <dbl>      <dbl>      <dbl> <dbl>
## 1 -0.451    18.8        19.1 -0.350    18.3  2.87e-3  4.42e-3  3.28e-4  24.6
## 2 -0.326    18.8        19.1 -0.306    18.3  2.57e-4  6.06e-4 -7.85e-4  24.5
## 3 -0.441    18.8        19.1 -0.373    18.3  2.35e-3  1.29e-3  3.86e-4  24.5
## 4 -0.327    18.8        19.1 -0.316    18.3  6.10e-3  2.56e-5  2.05e-3  24.6
## 5 -0.471    18.9        19.1 -0.332    18.3  3.13e-3 -6.43e-2  3.72e-2  24.6
## 6 -0.539    18.9        19.1  0.00915   18.3  9.64e-3 -6.14e-1  3.37e-1  24.6
## 7 -0.653    18.9        19.1  0.239     18.3  1.34e-3 -1.01e+0  5.54e-1  24.6
## 8 -0.758    19.0        19.1  0.395     18.3  1.42e-3 -1.29e+0  7.06e-1  24.6
## 9 -0.727    19.0        19.1  0.547     18.3  5.77e-4 -1.49e+0  8.17e-1  24.6
## 10 -0.874    19.0        19.1  0.579     18.3 -1.25e-3 -1.63e+0  8.98e-1  24.6
## # ... with 1,330,806 more rows, 3 more variables: stator_yoke <dbl>,
## #   ambient <dbl>, torque <dbl>, and abbreviated variable names
## #   1: stator_winding, 2: stator_tooth, 3: motor_speed
```

### Paso 2: Estandarizar datos

```
##           u_q      coolant stator_winding      u_d stator_tooth motor_speed
## [1,] -1.27834410 -0.8311962  -1.43987472  0.4603935  -1.4450026  -1.2150662
## [2,] -1.29998946  0.3778941  -0.40021908  0.4642469  -0.2280093  -1.2150626
## [3,]  0.68739232  1.3867850   1.38311958 -1.1322555   1.5957661   1.4795303
## [4,]  0.08919665 -0.5129853   0.08196488 -1.1405594  -0.1277971  -0.2900407
## [5,]  0.93365153 -0.8302683  -1.35853668  0.4270964  -1.2968917  -0.1372255
## [6,] -0.94387184 -0.8088649  -0.87802889  0.2524234  -1.0398530  -1.0803338
##           i_d      i_q      pm stator_yoke      ambient      torque
## [1,]  1.0333025 -0.4371630 -0.09350299 -1.37623227  0.7425053 -0.3724405
## [2,]  1.0333128 -0.4371546  0.71427036 -0.04505362  0.9194281 -0.4450275
## [3,] -0.9582591  0.1539443  1.71937546  1.60801206  0.9222913  0.1856948
## [4,] -0.2317817  1.7182056 -0.41674479 -0.39157610 -0.7370514  1.6244578
## [5,]  1.0332965 -0.4371743 -1.20503791 -1.20390935 -0.3008730 -0.4487295
## [6,]  0.3984230  1.0283933 -1.35716354 -1.04509760 -0.8976195  0.9337019
```

### Paso 3: Revisar de cumplimiento de normal multivariada

Para este cumplimiento de normal multivarida creamos nuestras hipótesis

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \dots \mu_k$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \dots \neq \mu_k$$

```
##           Test      HZ p value MVN
## 1 Henze-Zirkler 4.782402      0 NO
```

Para el cumplimiento de normal univariada creamos de igual manera nuestras hipótesis

**H<sub>0</sub>** : los datos provienen de una distribución normal.

**H<sub>1</sub>** : los datos provienen de otra distribución.

##	Test	Variable	Statistic	p value	Normality
## 1	Anderson-Darling	u_q	12.0822	<0.001	NO
## 2	Anderson-Darling	coolant	37.8195	<0.001	NO
## 3	Anderson-Darling	stator_winding	3.6821	<0.001	NO
## 4	Anderson-Darling	u_d	13.2541	<0.001	NO
## 5	Anderson-Darling	stator_tooth	4.5108	<0.001	NO
## 6	Anderson-Darling	motor_speed	11.8267	<0.001	NO
## 7	Anderson-Darling	i_d	17.9452	<0.001	NO
## 8	Anderson-Darling	i_q	8.2897	<0.001	NO
## 9	Anderson-Darling	pm	2.6402	<0.001	NO
## 10	Anderson-Darling	stator_yoke	6.2023	<0.001	NO
## 11	Anderson-Darling	ambient	3.2206	<0.001	NO
## 12	Anderson-Darling	torque	8.5511	<0.001	NO

**Observaciones:** Se observa que no se cumplió con la prueba de normal multivariada dado su *p-valor* es **0** menor a alfa **0.05**, se rechaza **H<sub>0</sub>** los datos **no provienen de una normal multivariada**, con respecto a las pruebas de **normalidad univariada** se observa que **ninguna variable** cumplió con normalidad dados sus *p-valores* cercanos al cero y menores a alfa **0.05** por lo tanto los datos siguen otro tipo de distribución.

### Matriz de Correlaciones

Análisis incluido en la sección **Análisis exploratorio - subsección: Matriz de Correlaciones**

### Paso 4: Prueba de esfericidad

Para esta prueba se usará la prueba de esfericidad de Bartlett la cual sirve para identificar si la correlación entre pares de variables es cero o no.

Definimos nuestras hipótesis

H<sub>0</sub>: La correlación entre cada par de variables es cero H<sub>1</sub>: La correlación entre cada par de variable diferente de cero

```
##
## Attaching package: 'psych'

## The following objects are masked from 'package:ggplot2':
##
##   %+%, alpha

## $chisq
## [1] 2300.478
##
## $p.value
## [1] 0
##
## $df
## [1] 66
```

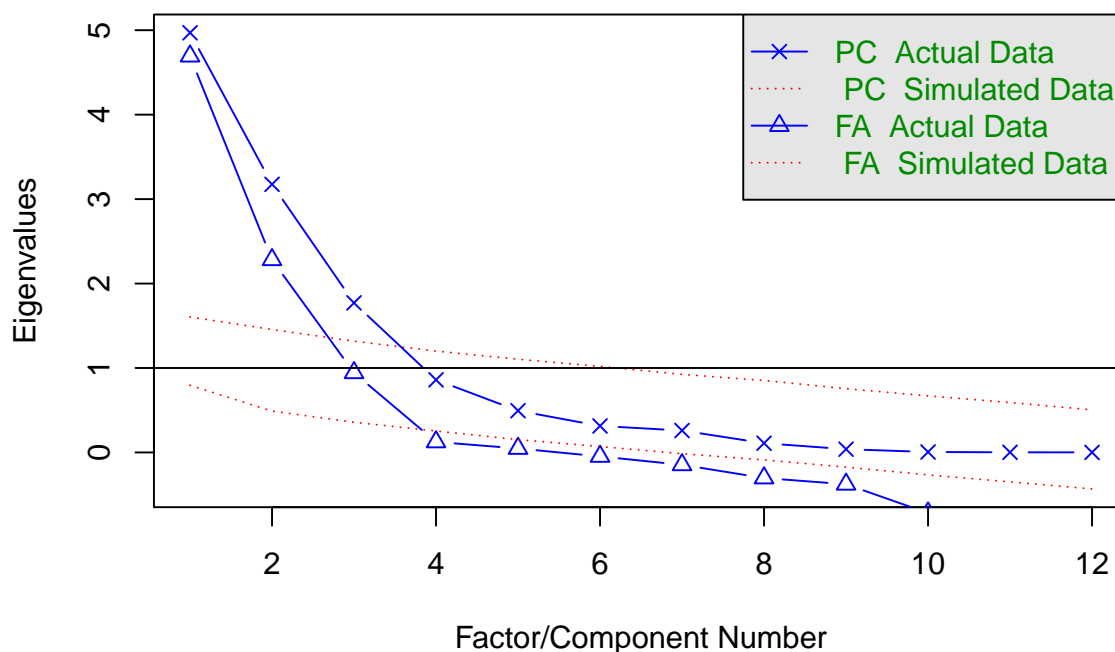
**Observaciones:** Dado que el *p\_valor* es menor a alfa **0.05**, se rechaza H<sub>0</sub> por lo tanto las correlaciones son diferentes de 0.



### Paso 5: Determinar numero de factores

Para determinar el número de factores, procederemos a realizar un Análisis de Componentes Principales (PCA), el cual nos sugerirá el número de factores a considerar.

#### Parallel Analysis Scree Plots



## Parallel analysis suggests that the number of factors = 3 and the number of components = 3

**Observaciones:** Se puede observar que el numero factores optimo esta entre 3 y 4, Procedemos a obtener un resumen del análisis PCA para revisar cuanta varianza explicada es la que se tiene cuando se toman 3 o 4 componentes.

```
## Importance of components:
##               PC1    PC2    PC3    PC4    PC5    PC6    PC7
## Standard deviation  2.2293 1.7819 1.3309 0.92737 0.7031 0.56018 0.50943
## Proportion of Variance 0.4142 0.2646 0.1476 0.07167 0.0412 0.02615 0.02163
## Cumulative Proportion 0.4142 0.6787 0.8263 0.89801 0.9392 0.96536 0.98698
##               PC8    PC9    PC10   PC11   PC12
## Standard deviation  0.33131 0.19658 0.07310 0.04296 0.02463
## Proportion of Variance 0.00915 0.00322 0.00045 0.00015 0.00005
## Cumulative Proportion 0.99613 0.99935 0.99980 0.99995 1.00000
```

**Observaciones:** Se puede observar que al elegir 3 factores obtenemos 82% de la varianza explicada, la cual es un buen porcentaje, Procedemos a usar el algoritmo ahora rotando los ejes usando el metodo de 'varimax'.

```
## Principal Components Analysis
## Call: principal(r = R, nfactors = 3, rotate = "varimax")
## Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix
##               RC1    RC2    RC3    h2    u2 com
## u_q          -0.09  0.23  0.77 0.65 0.349 1.2
```

```

## coolant      0.78  0.31 -0.22  0.76  0.244  1.5
## stator_winding 0.90 -0.24  0.21  0.92  0.084  1.3
## u_d          -0.04  0.88 -0.20  0.81  0.193  1.1
## stator_tooth  0.97 -0.09  0.16  0.97  0.034  1.1
## motor_speed   0.24 -0.10  0.95  0.97  0.035  1.1
## i_d          -0.37  0.50 -0.59  0.74  0.265  2.7
## i_q          -0.13 -0.92 -0.14  0.89  0.112  1.1
## pm           0.85 -0.04  0.28  0.81  0.192  1.2
## stator_yoke   0.98  0.07  0.01  0.96  0.044  1.0
## ambient      0.66  0.35  0.03  0.55  0.448  1.5
## torque       -0.11 -0.94 -0.11  0.91  0.086  1.1
##
##              RC1  RC2  RC3
## SS loadings    4.70 3.10 2.11
## Proportion Var  0.39 0.26 0.18
## Cumulative Var  0.39 0.65 0.83
## Proportion Explained 0.47 0.31 0.21
## Cumulative Proportion 0.47 0.79 1.00
##
## Mean item complexity = 1.3
## Test of the hypothesis that 3 components are sufficient.
##
## The root mean square of the residuals (RMSR) is 0.07
##
## Fit based upon off diagonal values = 0.98

```

**Observaciones:** Se observa una varianza acumulada del 83%, con respecto a los **residuales RSMR** se observa un valor muy bajo de **0.07** cercano a cero. Con respecto a las cargas elegidas estas muestran comunalidades (

$$h_2$$

) altas y la varianza no explicada

$$u_2$$

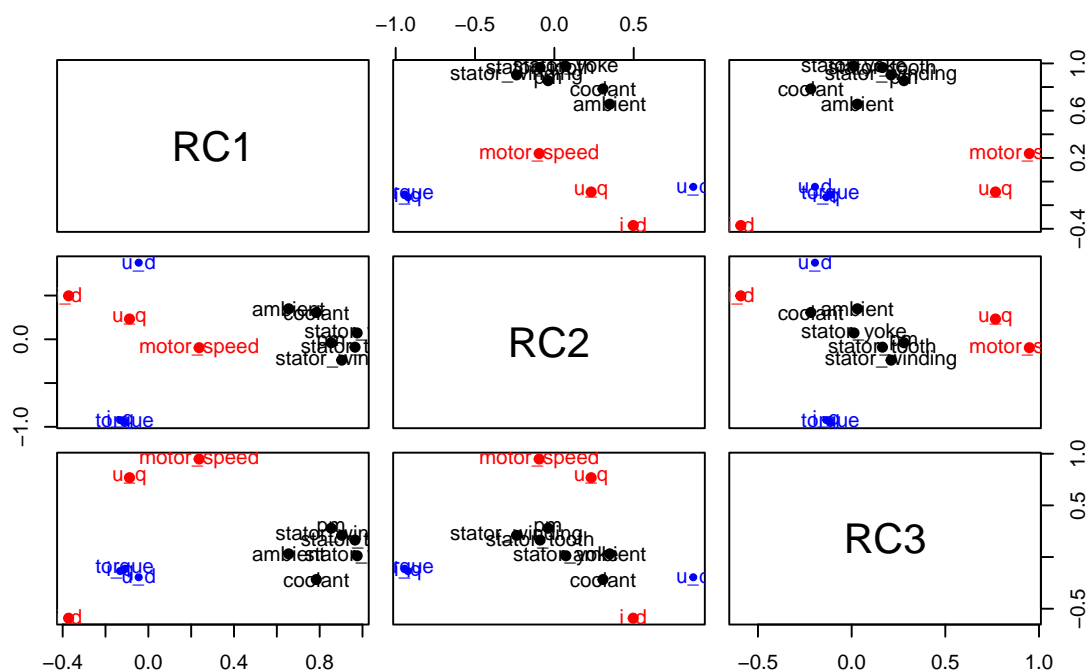
es muy baja. También observamos con el método de *varimax* de una manera muy clara los **variables dominantes para cada factor** los cuales son:

- **Factor 1 :** stator\_winding, stator\_tooth, pm, stator\_yoke, coolant, ambient
- **Factor 2 :** u\_d,i\_q,torque
- **Factor 3 :** u\_q,motor\_speed,i\_d,

## Paso 6: Representación gráfica

Representacion grafica de cada uno de las variables.

## Principal Component Analysis



**Observaciones:** Se puede observar una agrupación muy notoria en las variables “stator\_winding, stator\_tooth, pm, stator\_yoke, coolant, ambient”, mientras que motor\_speed y u\_q están cercanas entre ellas, también se observa que las variable torque y u\_d están muy cercanas, la única variable que está muy alejada de los grupos antes mencionados es la variable i\_d.

### Conclusiones

Se concluye que aunque no se cumplieron los supuesto de normal multivariada dadas las pruebas de hipótesis, se obtuvo una varianza acumulada de 82% usando 3 factores con lo cual se redujo la dimensión de variables de 12 variables a solo 3, Por otra estos factores mostraron **comunalidades muy altas** y **varianza no explicada muy baja**, Con respecto a las variables dominantes de cada factor estas quedaron de la siguiente forma:

- **Factor 1** : stator\_winding, stator\_tooth, pm, stator\_yoke, coolant, ambient
- **Factor 2** : u\_d, i\_q, torque
- **Factor 3** : u\_q, motor\_speed, i\_d

**Nota:** Dados las variables dominantes para cada factor daremos un nombre que haga sentido a los factores.

- **Factor 1** : ‘Componentes del motor’
- **Factor 2** : ‘Variables eléctricas y de torque’
- **Factor 3** : ‘Variables de velocidad y corriente directa’

### Análisis de Componentes Principales

El análisis de componentes principales (PCA) es un método estadístico que sirve para simplificar y resumir un conjunto de datos con muchas variables. En vez de usar todas las variables originales, el PCA encuentra mezclas de estas variables que capturan la mayor parte de la variación en los datos.

Estas mezclas se llaman “componentes principales” y se usan para describir el conjunto de datos de una manera más sencilla y comprensible.

Piensa que tienes muchos datos distintos sobre un motor eléctrico, como la temperatura, el torque, la velocidad, etc. Puede ser complicado saber cómo todos estos datos se relacionan entre sí y qué información es la más relevante. Si el análisis de componentes principales descubre que la temperatura y el torque están muy relacionados, entonces puede juntarlos en un nuevo componente principal que abarque ambas variables a la vez. Así, se puede disminuir el número de variables y hacer que los datos sean más sencillos de entender.

### Paso 1: Carga de datos y preprocesamiento

En este primer paso se procede a la carga de los datos, los cuales deben ser preprocesados para asegurar que el análisis posterior sea correcto. En el código se utiliza la función `read.csv` para leer el archivo de datos `measures_v2.csv`, y se utiliza la librería `dplyr` para eliminar la columna `profile_id`, que contiene identificadores únicos para cada observación y no aporta información relevante para el análisis.

```
##           u_q  coolant stator_winding           u_d stator_tooth motor_speed
## 1 -0.4506815 18.80517      19.08667 -0.350054592      18.29322 0.0028655678
## 2 -0.3257370 18.81857      19.09239 -0.305803001      18.29481 0.0002567817
## 3 -0.4408640 18.82877      19.08938 -0.372502625      18.29409 0.0023549714
## 4 -0.3270257 18.83557      19.08303 -0.316198707      18.29254 0.0061046658
## 5 -0.4711501 18.85703      19.08253 -0.332272142      18.29143 0.0031328229
## 6 -0.5389726 18.90155      19.07711  0.009147473      18.29063 0.0096361237
##           i_d           i_q           pm stator_yoke  ambient  torque
## 1 4.419137e-03 0.0003281022 24.55421      18.31655 19.85069 0.1871008
## 2 6.058724e-04 -0.0007853527 24.53808      18.31495 19.85067 0.2454175
## 3 1.289587e-03 0.0003864682 24.54469      18.32631 19.85066 0.1766153
## 4 2.558433e-05 0.0020456610 24.55402      18.33083 19.85065 0.2383027
## 5 -6.431678e-02 0.0371837765 24.56540      18.32666 19.85064 0.2081967
## 6 -6.136352e-01 0.3367473483 24.57360      18.32386 19.85063 0.4762178
```

### Paso 2: Estandarización de datos

Antes de realizar el análisis de componentes principales, es necesario estandarizar los datos. En este paso se utiliza la función `fn_std` para estandarizar los datos de cada variable, es decir, se resta la media y se divide por la desviación estándar. Luego se aplica esta función a cada columna del dataframe `df` utilizando la función `apply`, y se muestran los primeros registros de los datos estandarizados.

```
##           u_q  coolant stator_winding           u_d stator_tooth motor_speed
## [1,] -1.238978 -0.7998120      -1.648158 0.3928195      -1.681116 -1.184127
## [2,] -1.236150 -0.7991969      -1.647958 0.3935209      -1.681047 -1.184129
## [3,] -1.238756 -0.7987288      -1.648063 0.3924637      -1.681078 -1.184127
## [4,] -1.236179 -0.7984168      -1.648285 0.3933561      -1.681145 -1.184125
## [5,] -1.239442 -0.7974315      -1.648302 0.3931013      -1.681194 -1.184127
## [6,] -1.240977 -0.7953882      -1.648491 0.3985128      -1.681229 -1.184124
##           i_d           i_q           pm stator_yoke  ambient  torque
## [1,] 1.058337 -0.4058548 -1.786836      -1.494243 -2.443385 -0.4008379
## [2,] 1.058278 -0.4058668 -1.787685      -1.494323 -2.443395 -0.4000818
## [3,] 1.058289 -0.4058541 -1.787337      -1.493755 -2.443403 -0.4009738
## [4,] 1.058269 -0.4058361 -1.786846      -1.493528 -2.443408 -0.4001741
## [5,] 1.057278 -0.4054549 -1.786248      -1.493737 -2.443412 -0.4005644
## [6,] 1.048818 -0.4022052 -1.785816      -1.493877 -2.443415 -0.3970897
```

Para validar las dimensiones del dataset en una tabla:

Filas	Columnas
1330816	12

### Paso 3: Análisis de componentes principales

El análisis de componentes principales (PCA) se utiliza para identificar patrones en los datos y reducir la dimensionalidad de los mismos. En este paso se utiliza la función `prcomp` para realizar el análisis de componentes principales sobre los datos estandarizados.

```
## Standard deviations (1, ..., p=12):
## [1] 2.20580098 1.77382168 1.31839690 0.94318021 0.76770930 0.58383387
## [7] 0.52207927 0.33680085 0.18901079 0.07615769 0.04278316 0.02535302
##
## Rotation (n x k) = (12 x 12):
##
##          PC1          PC2          PC3          PC4          PC5
## u_q      0.10700072  0.01661259  0.574460657 -0.595496339  0.2193584376
## coolant  0.31078520  0.21312209 -0.288548744 -0.309999643  0.3336760048
## stator_winding 0.41588420 -0.12735453 -0.094115390  0.200596971  0.1205939851
## u_d     -0.05306894  0.49366940  0.024871306  0.128221868  0.1853026530
## stator_tooth  0.43832602 -0.03926350 -0.122777788  0.063301863  0.1526011702
## motor_speed  0.24295909 -0.15374050  0.588758490 -0.007240699  0.0171154510
## i_d     -0.23488550  0.32097641 -0.257817655 -0.454883976  0.0721479240
## i_q     -0.06611979 -0.49905940 -0.226244621 -0.286189478  0.0116207365
## pm       0.39880295 -0.01336623 -0.003557004  0.112557069 -0.2957437807
## stator_yoke  0.42185478  0.06471435 -0.210672036 -0.094462485  0.2338878077
## ambient    0.25586599  0.22701419 -0.069899226 -0.340256158 -0.7877650919
## torque    -0.05489022 -0.51108550 -0.220475643 -0.249708688 -0.0002577344
##
##          PC6          PC7          PC8          PC9          PC10
## u_q     -0.001712885 -0.25182557 -0.15571150  0.40826759 -0.034208524
## coolant -0.066696030  0.52618574  0.33932067  0.10517559 -0.384147757
## stator_winding -0.094112782 -0.28808332 -0.41281209 -0.12599407 -0.593847224
## u_d     -0.540101985 -0.49343068  0.39049596 -0.11149535  0.003287108
## stator_tooth -0.001323098 -0.17394160 -0.25485258 -0.12150953  0.230889314
## motor_speed -0.008406877  0.21226641  0.24515612 -0.68091441  0.001735467
## i_d       0.471842392 -0.25741885 -0.12402040 -0.50159335 -0.077394267
## i_q     -0.208755737 -0.20460606  0.22349260 -0.10223947  0.032535497
## pm       0.531110752 -0.34274389  0.53864350  0.21520428 -0.063674866
## stator_yoke -0.013369836  0.03804004 -0.06317565 -0.02181754  0.658395937
## ambient   -0.333783659  0.07692902 -0.14410970 -0.06031060 -0.004827930
## torque   -0.187151797 -0.15801046  0.18010427 -0.05537057 -0.025896349
##
##          PC11          PC12
## u_q      0.002549219  3.396984e-03
## coolant -0.021003495  1.084474e-01
## stator_winding -0.008434708 -3.410545e-01
## u_d      0.042492461  1.260929e-02
## stator_tooth -0.041997105  7.738957e-01
## motor_speed  0.020184334 -3.269149e-02
## i_d       0.030348780 -2.051029e-02
## i_q     -0.681896572 -3.815568e-02
## pm       0.002829883 -2.381642e-02
## stator_yoke  0.060810404 -5.162995e-01
## ambient    0.002296022  3.480655e-05
## torque    0.725182231  5.251892e-02
```

Las desviaciones estándar (standard deviations) indican la variabilidad de los datos originales en cada una de las 12 dimensiones consideradas. La primera dimensión tiene la mayor variabilidad, con una

desviación estándar de 2.206, mientras que la última dimensión tiene la menor variabilidad, con una desviación estándar de 0.025.

La matriz de rotación (rotation) muestra las cargas de cada variable en cada una de las 12 componentes principales resultantes del PCA. Las cargas indican cuánto contribuye cada variable a cada componente principal y en qué dirección. Por ejemplo, la variable “u\_q” tiene una carga positiva en la primera componente principal y una carga negativa en la cuarta componente principal.

#### Paso 4: Selección de componentes principales

En este paso se seleccionan los componentes principales que explican más del 80% de la varianza en los datos. Primero se utiliza la función cumsum para calcular la suma acumulativa de las varianzas explicadas por cada componente principal, y luego se determina el número de componentes necesarios para alcanzar el 80% de la varianza explicada. En este caso, se obtiene que se necesitan 3 componentes principales.

Componente	Varianza_acumulada
1	0.4054632
2	0.6676668
3	0.8125143
4	0.8866467
5	0.9357615
6	0.9641667
7	0.9868806
8	0.9963335
9	0.9993106
10	0.9997939
11	0.9999464
12	1.0000000

#### Paso 5: Visualización de componentes principales

Finalmente, se muestran los primeros registros de los componentes principales utilizando la función head. Además, se utiliza la función pca1\$rotation para obtener la matriz de rotación, que contiene las cargas de cada variable en cada componente principal, y se muestran los primeros 3 componentes principales y sus respectivas cargas.

	PC1	PC2	PC3
-4.279881	0.5804482	-0.4075527	
-4.279713	0.5805494	-0.4062443	
-4.279425	0.5805816	-0.4078177	
-4.278972	0.5807450	-0.4065993	
-4.278651	0.5804482	-0.4084601	
-4.276867	0.5774260	-0.4090651	

	PC1	PC2	PC3
u_q	0.1070007	0.0166126	0.5744607
coolant	0.3107852	0.2131221	-0.2885487
stator_winding	0.4158842	-0.1273545	-0.0941154
u_d	-0.0530689	0.4936694	0.0248713
stator_tooth	0.4383260	-0.0392635	-0.1227778
motor_speed	0.2429591	-0.1537405	0.5887585
i_d	-0.2348855	0.3209764	-0.2578177
i_q	-0.0661198	-0.4990594	-0.2262446

	PC1	PC2	PC3
pm	0.3988029	-0.0133662	-0.0035570
stator_yoke	0.4218548	0.0647144	-0.2106720
ambient	0.2558660	0.2270142	-0.0698992
torque	-0.0548902	-0.5110855	-0.2204756

Los valores en la tabla indican cómo cada variable contribuye a cada una de las tres componentes principales.

La primera componente principal (PC1) está compuesta principalmente por las variables stator\_yoke, stator\_tooth, stator\_winding y pm, lo que indica que estas variables están altamente correlacionadas entre sí. Esta componente principal puede representar la cantidad de energía eléctrica que se está generando en el motor.

La segunda componente principal (PC2) está compuesta principalmente por las variables torque, i\_q e i\_d, lo que indica que estas variables también están altamente correlacionadas entre sí. Esta componente principal puede representar la carga mecánica en el motor.

La tercera componente principal (PC3) está compuesta principalmente por las variables coolant y motor\_speed, lo que indica que estas variables están altamente correlacionadas entre sí. Esta componente principal puede representar la eficiencia de enfriamiento del motor.

## Conclusiones

En esta sección se detalla las conclusiones de cada una de las secciones principales, tanto del Análisis exploratorio como de los métodos aplicados (Análisis de Factores y PCA)

### Análisis exploratorio.

En este análisis se observaron que las variables sus histogramas a manera de sospecha seguían una distribución de tipo normal, otras asemejaban otro tipo de distribución, al realizar la prueba de normalidad tanto univariada como multivariada concluimos que los datos no seguían una distribución normal multivariada y individualmente ninguna de las variables seguía una distribución de tipo normal dados sus p-valores para cada una de las pruebas. Con respecto a la gráfica de QQplot y de outliers se observó que las observaciones para QQplot no se ajustaban a la línea y la parte de los outliers la mitad de las observaciones de nuestro conjunto de datos se clasificaron como outliers.

### Análisis de Factores

En esta sección se revisó la matriz de correlaciones la cual se observaron correlación muy altas tanto positivas como negativas también se observaron variables independientes la cual su correlación entre variable fue 0, Con respecto a la prueba de esfericidad se establecieron las hipótesis correspondientes y se aplicó la prueba la cual se concluyó que las correlaciones entre las variables son diferentes de 0 dado su p-valor. Para la parte de el número óptimo de factores se aplicó una gráfica de codo la cual observamos que el número óptimo de factores se encontraba entre 3 y 4 factores, al aplicar el algoritmo de factores usando varimax para la rotación de vectores, se obtuvo una varianza explicada del **82%** la cual es un buen porcentaje, con respecto a los residuales RSMR los valores fueron muy bajos cercanos a 0, se mostraron communalidades alta y varianza explicada muy baja. **Concluimos para este método que pudimos reducir nuestro número de variables de 12 a solo 3 variables manteniendo un porcentaje muy bueno de varianza explicada, se revisó de acuerdo a las variables dominantes de cada uno de los factores y se dieron nombres que dieran sentido a estas nuevas variables.**

## Análisis de Componentes Principales

### Referencias

- Jolliffe, I. T. (2002). Principal component analysis. Springer.
- Kirgiz, W. (2021). Electric Motor Temperature. Recuperado el 10 de enero de 2023, de <https://www.kaggle.com/datasets/wkirgsn/electric-motor-temperature>