UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Maestria en Ciencia de Datos.

Metodos Estadisticos Multivariados
Reporte Estadistico

MET.Rosa Isela Hernández Zamora

Alumnos: Jesus Emmanuel Ramos Davila
Marco Antonio Obregon Flores
Matricula: 1439401, 1723556

Fecha entrega: 03/28/2023

Indice

Introducción

El presente informe tiene como objetivo utilizar técnicas estadísticas multivariadas para analizar un conjunto de datos que contiene múltiples mediciones realizadas a un motor síncrono de imán permanente (PMSM). En específico, se utilizarán el análisis de componentes principales (PCA) y el análisis de factores para reducir la dimensionalidad del conjunto de datos y descubrir patrones y relaciones entre las variables. Estas técnicas se aplicarán en R Studio, utilizando los conocimientos adquiridos en el curso de Métodos Estadísticos Multivariados. El conjunto de datos contiene 13 variables distintas, incluyendo la temperatura del refrigerante del motor, la velocidad del motor, el par del motor y la corriente en el eje d del motor, entre otros. El análisis de componentes principales permitirá simplificar el conjunto de datos encontrando mezclas de variables que describen la mayor parte de la variación en los datos, mientras que el análisis de factores buscará reducir la dimensionalidad de los datos para explicar el máximo de información contenida en ellos.

El análisis del motor síncrono de imán permanente es importante para entender su funcionamiento y optimizar su rendimiento. El objetivo del análisis multivariado es identificar patrones y relaciones entre las variables, lo que puede llevar a descubrir factores importantes que afectan el rendimiento del motor.Al reducir la dimensionalidad de los datos mediante el uso de técnicas como el análisis de componentes principales y el análisis de factores, se puede obtener una mejor comprensión de la estructura subyacente de los datos y reducir la complejidad de la información. Esto puede permitir una mejor visualización de los patrones y relaciones, lo que puede conducir a una mejor identificación de los factores clave que afectan el rendimiento del motor. Además, la reducción de la dimensionalidad también puede ayudar a simplificar el análisis y mejorar la eficiencia del procesamiento de datos.

Los datos utilizados en este análisis son reales y fueron obtenidos de Kirgiz, W. (2021). Electric Motor Temperature. Los datos se pueden encontrar en https://www.kaggle.com/datasets/wkirgsn/electric-motor-temperature y contienen mediciones realizadas a un motor síncrono de imán permanente (PMSM). Es importante destacar que no se eliminaron valores atípicos o faltantes en los datos.

Además, se estandarizaron los datos antes de realizar el análisis, lo que significa que se convirtieron todas las variables a la misma escala para que tengan una media de cero y una desviación estándar de uno. Esto se hizo para que las variables se puedan comparar directamente entre sí y para evitar que una variable tenga más peso en el análisis solo porque tiene valores más grandes.

En resumen, este informe utilizará técnicas estadísticas avanzadas para analizar un conjunto de datos complejo y encontrar patrones y relaciones entre las variables del motor síncrono de imán permanente.

Análisis descriptivo del conjunto de datos

Los registros corresponden a mediciones realizadas a un motor síncrono de imán permanente (PMSM), los cuales fueron muestreados a una frecuencia de 2 Hz. El conjunto de datos contiene múltiples sesiones de medición, las cuales se pueden distinguir por el identificador de perfil (profile_id) y tienen una duración variable de entre una y seis horas. En total, se registraron 185 horas de operación del motor.

El dataset utilizado en este análisis contiene un total de 1,330,816 mediciones realizadas al motor síncrono de imán permanente. Este es un conjunto de datos bastante grande que requiere técnicas estadísticas multivariadas avanzadas para su análisis y comprensión. La cantidad de mediciones en este conjunto de datos proporciona una gran cantidad de información sobre el comportamiento del motor, lo que puede ser útil para identificar patrones y relaciones complejas entre las variables y optimizar su rendimiento.

Cabe destacar que el motor es excitado por ciclos de conducción diseñados a mano, que establecen una velocidad de referencia y un par de referencia. Las corrientes y voltajes en coordenadas d/q son resultado de una estrategia de control estándar que intenta seguir la velocidad y el par de referencia, y las variables de velocidad y torque son las cantidades resultantes logradas por esa estrategia, derivadas de las corrientes y voltajes establecidos. La mayoría de los ciclos de conducción corresponden a caminatas aleatorias en el plano velocidad-par, con el fin de imitar ciclos de conducción del mundo real de manera más precisa que las excitaciones y rampas de subida y bajada constantes.

Table 1: Variables del conjunto de datos

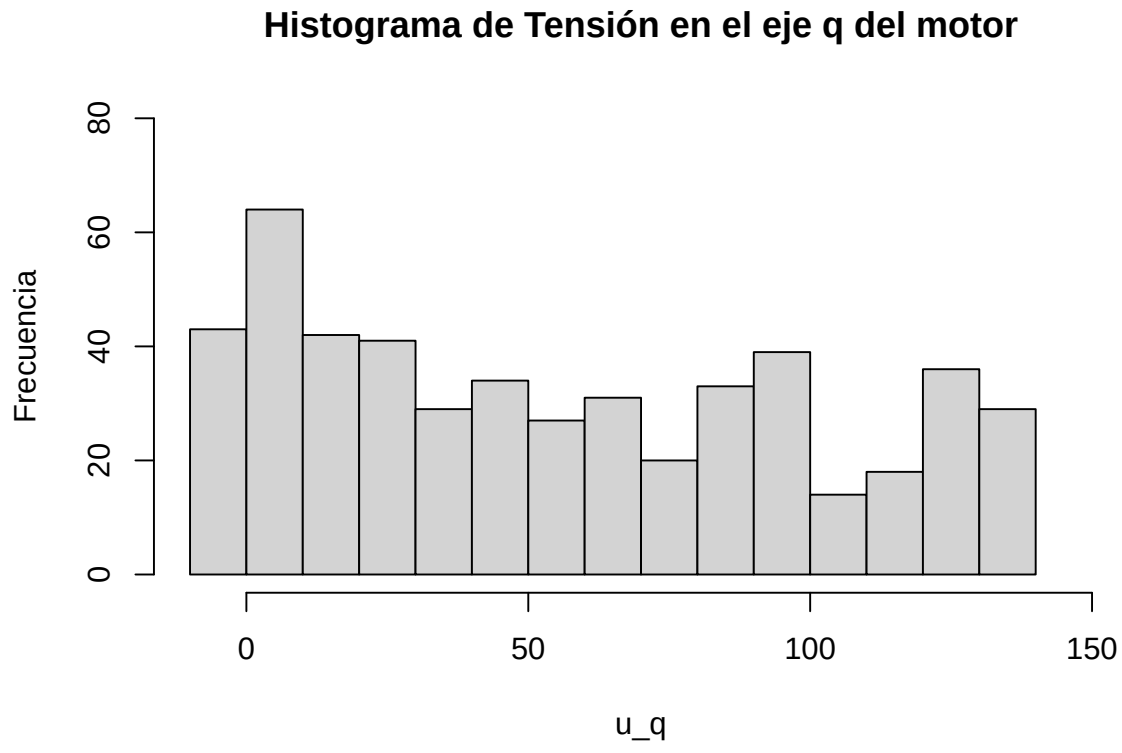
Variable	Descripción
u_q	Tensión en el eje q del motor
coolant	Temperatura del refrigerante del motor
stator_winding	Temperatura del devanado del estator del motor
u_d	Tensión en el eje d del motor
stator_tooth	Temperatura del diente del estator del motor
motor_speed	Velocidad del motor
i_d	Corriente en el eje d del motor
i_q	Corriente en el eje q del motor
pm	Temperatura del imán permanente del motor
stator_yoke	Temperatura del yugo del estator del motor
ambient	Temperatura ambiente durante la medición
torque	Par del motor
profile_id	Identificador de la sesión de medición

Análisis exploratorio

En esta sección se analizarán los histogramas y boxplot de las variables, para esta sección se incluirán pruebas de normal univariada y multivariada así como grafica de correlación de pearson a fin de encontrar cuales variables se relacionan más con otras. Para esta y demás secciones se omitirá una de las variables mostradas de la sección anterior la cual es **profile_id** la cual no es una medición de nuestros datos y solo identifica la observación.

Histogramas

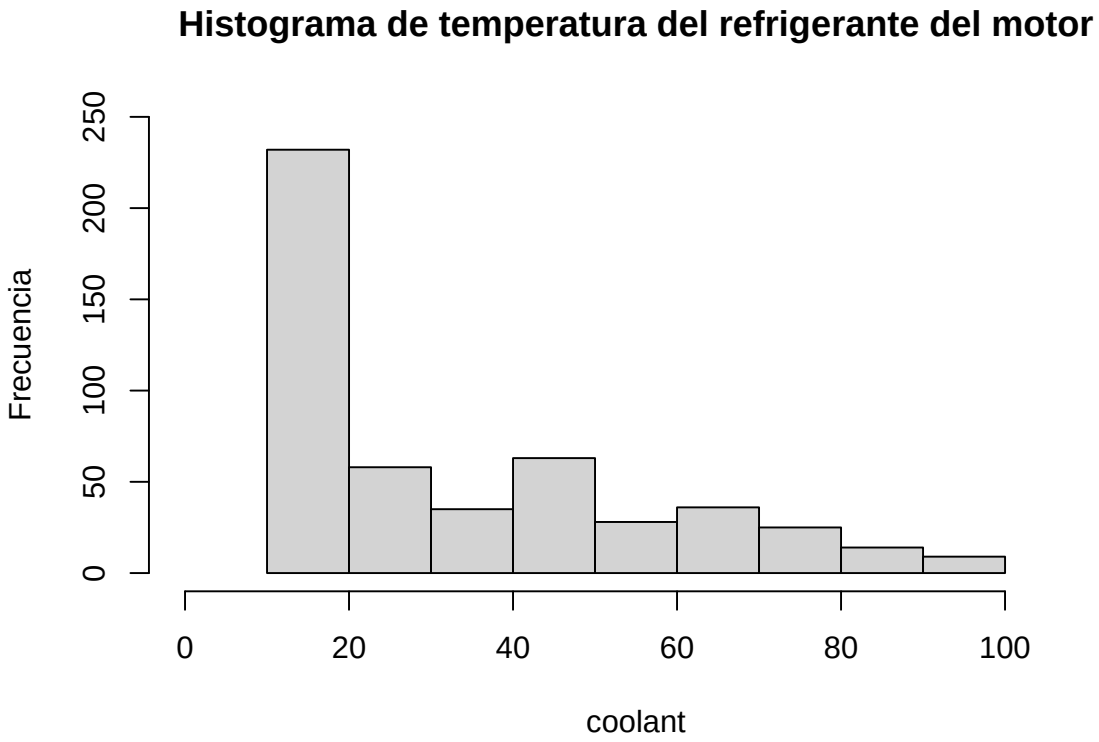
Histograma u_q (Tensión en el eje q del motor)



Observaciones: *podemos observar que no se muestra una curva como una distribución de tipo normal,*

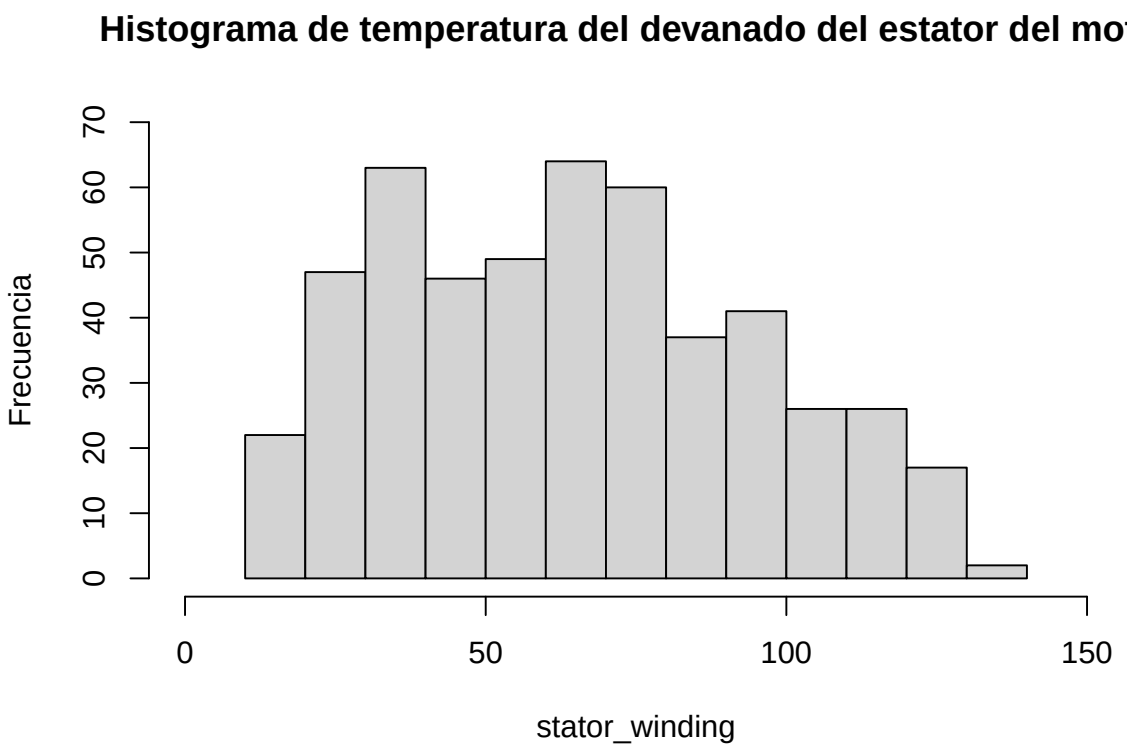
asemeja más a una distribución de tipo uniforme

Histograma coolant (Temperatura del refrigerante del motor)



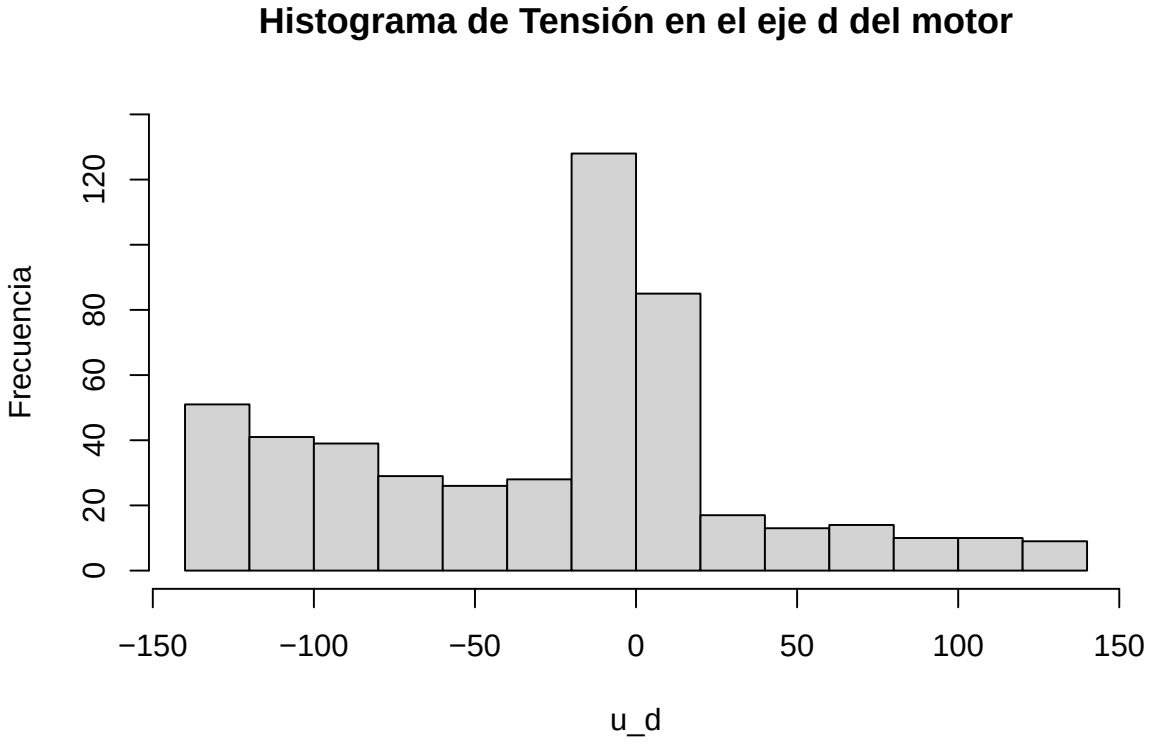
Observaciones: *podemos observar que no se muestra una curva como una distribución de tipo normal, asemeja más a una distribución de tipo exponencial*

Histograma stator_winding (Temperatura del devanado del estator del motor)



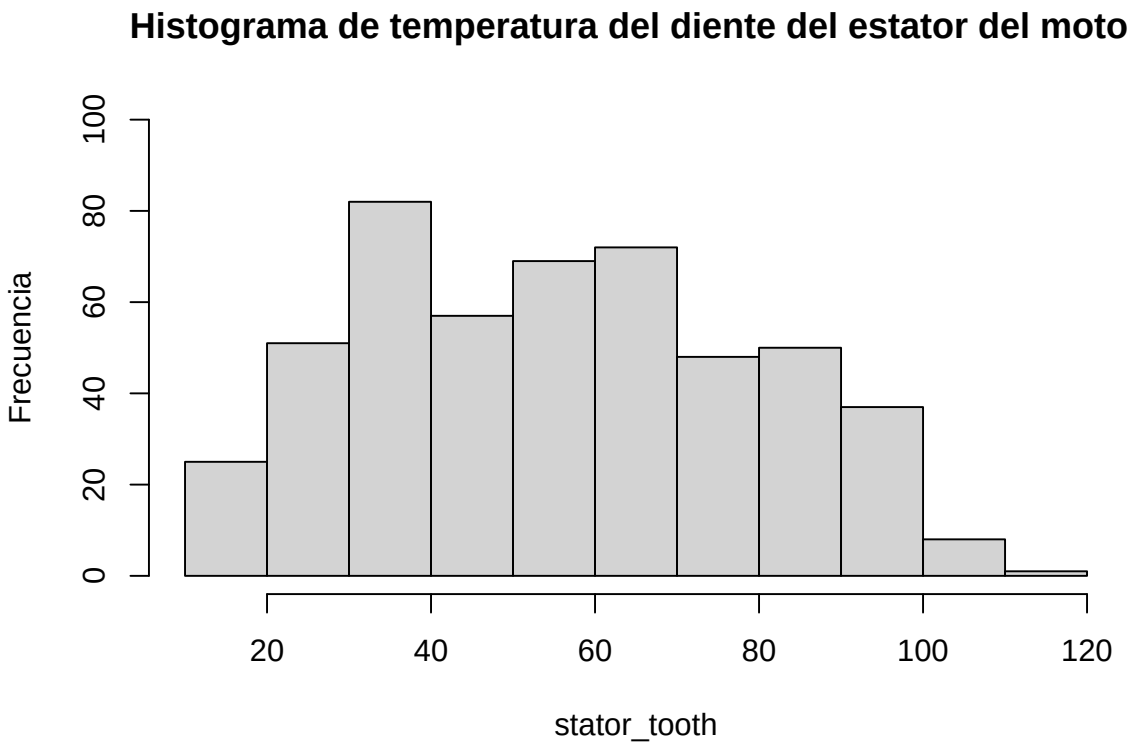
Observaciones: *Se observa en la grafica que esta variable podria seguir una distribucion de tipo normal, de cualquier manera se realizaran pruebas de normalidad univariada a fin de observar cual variable sigue una distribucion de tipo normal.*

Histograma u_d (Tensión en el eje d del motor)



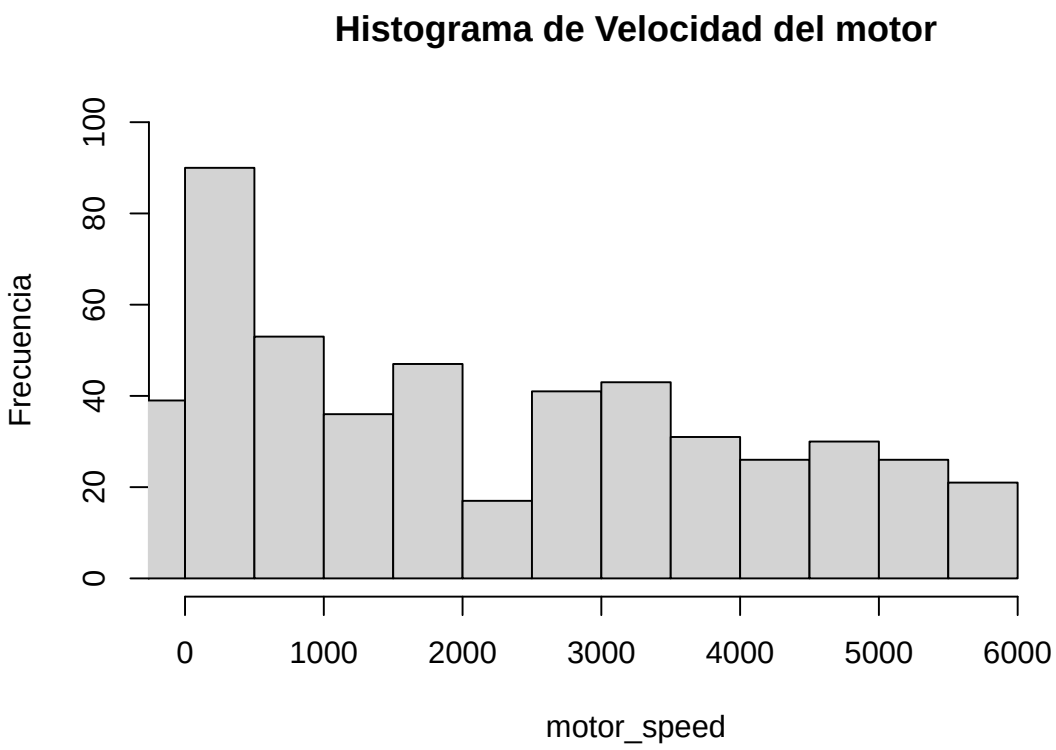
Observaciones: *Podemos observar que no se muestra una curva como una distribución de tipo normal, se observa solo 2 barras con una gran cantidad de observaciones, se revisara en la sección de* ***vector de promedios*** *donde se ubican la media de los datos para esta variable.*

Histograma stator_tooth (Temperatura del diente del estator del motor)



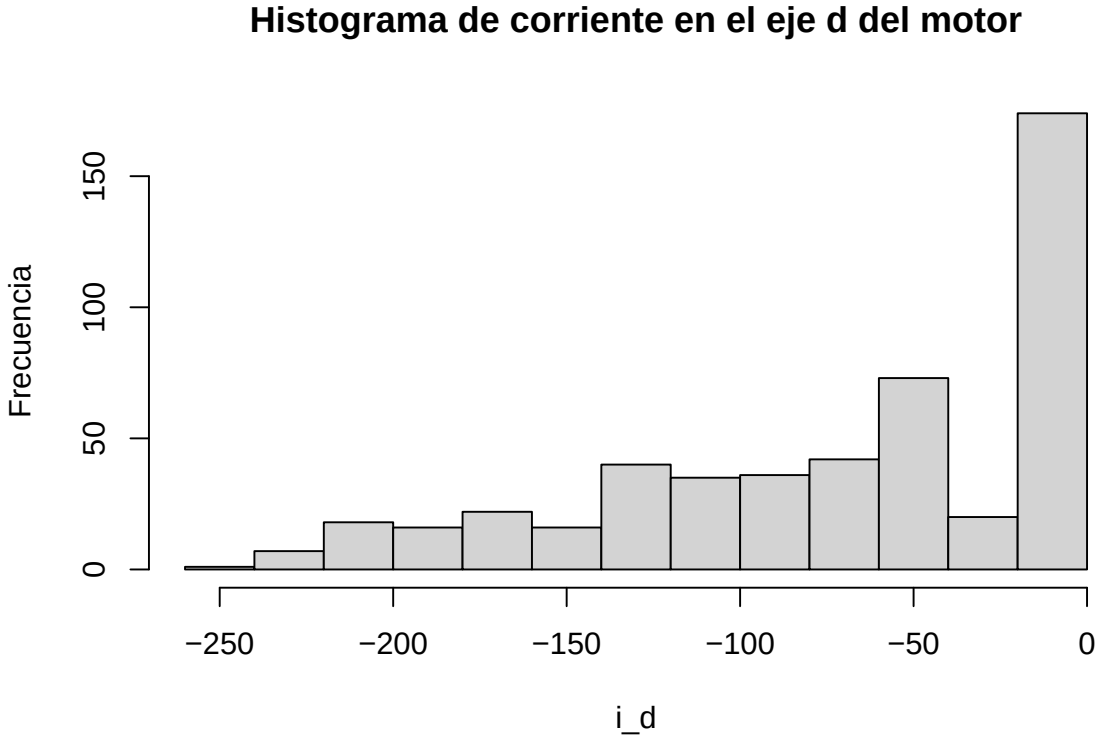
Observaciones: *Podemos observar que esta variable podría seguir una distribución de tipo normal dado los extremos y una forma un poco ligera de campana similar a la normal*

Histograma motor_speed (Velocidad del motor)



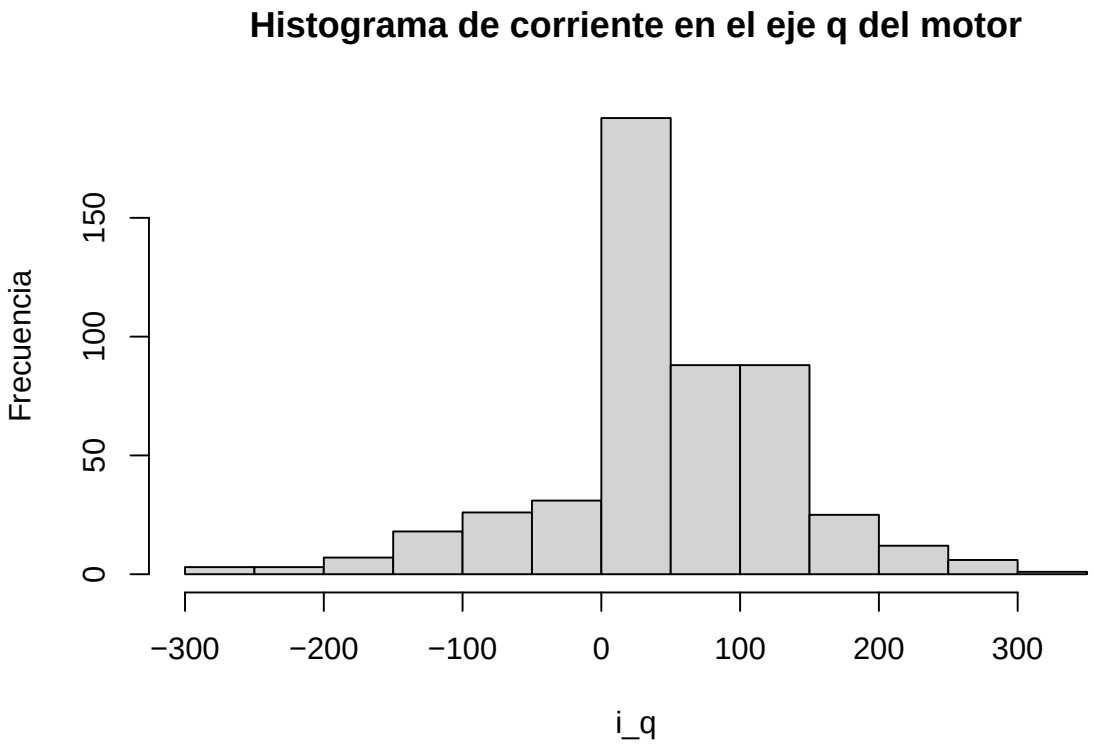
Observaciones: *Podemos observar que no se muestra una curva como una distribución de tipo normal*

Histograma i_d (Corriente en el eje d del motor)



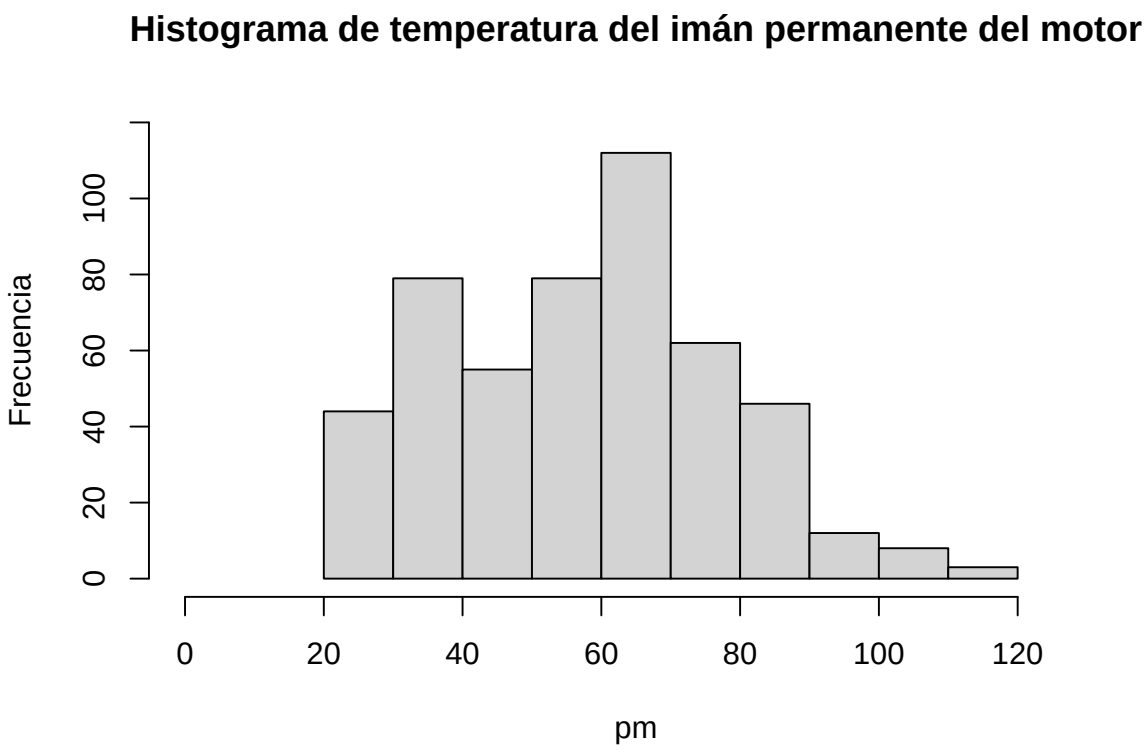
Observaciones: *Podemos observar que esta variable no sigue una distribución normal , se asemeja más a una distribución de tipo exponencial.*

Histograma i_q (Corriente en el eje q del motor)



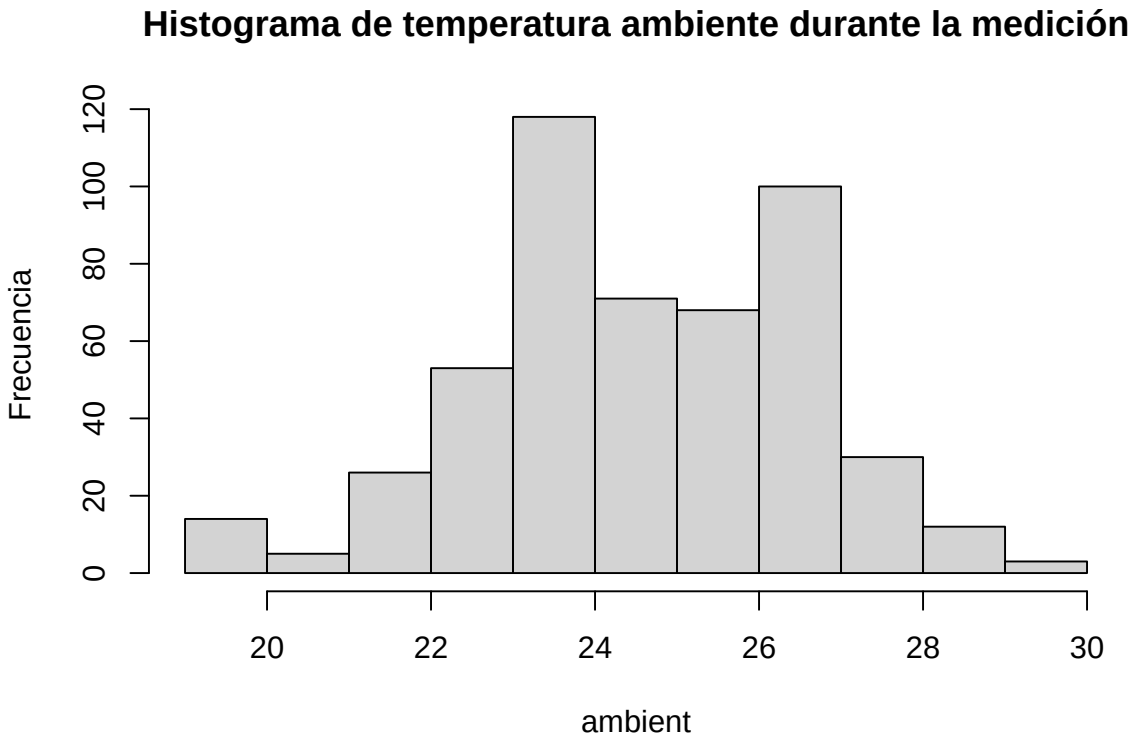
Observaciones: *Podemos observar que esta variable no sigue una distribución normal.*

Histograma pm (Temperatura del imán permanente del motor)



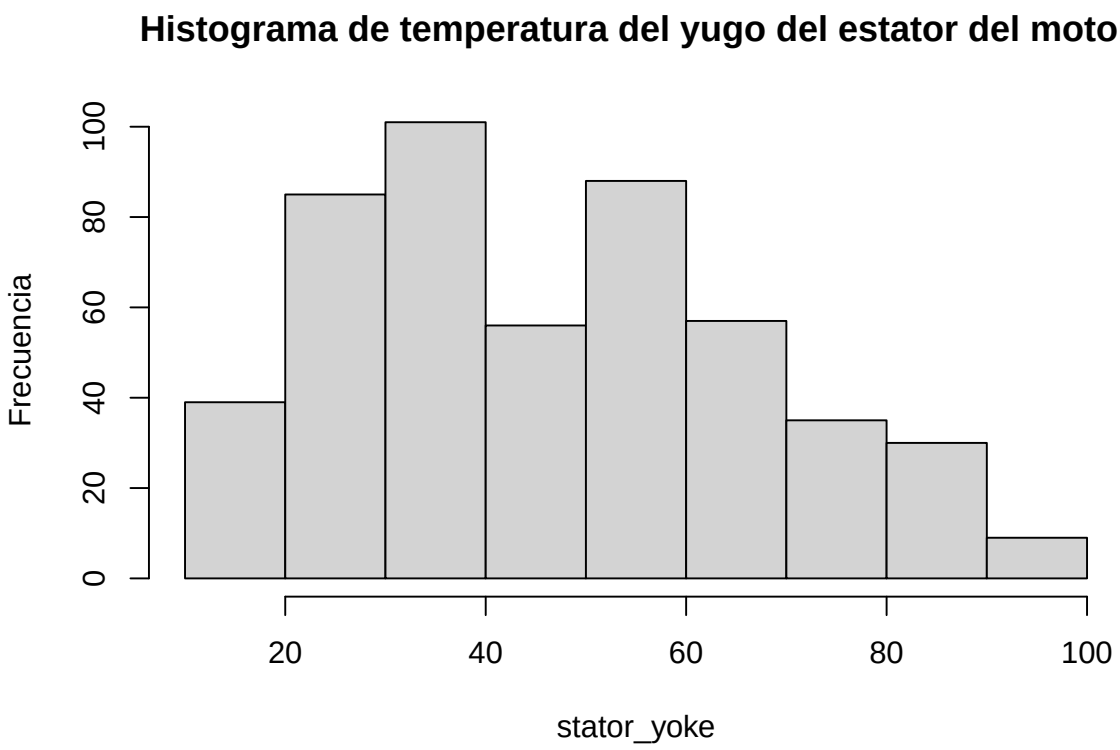
Observaciones: *Podemos observar que esta variable no sigue una distribución normal.*

Histograma ambient (Temperatura ambiente durante la medición)



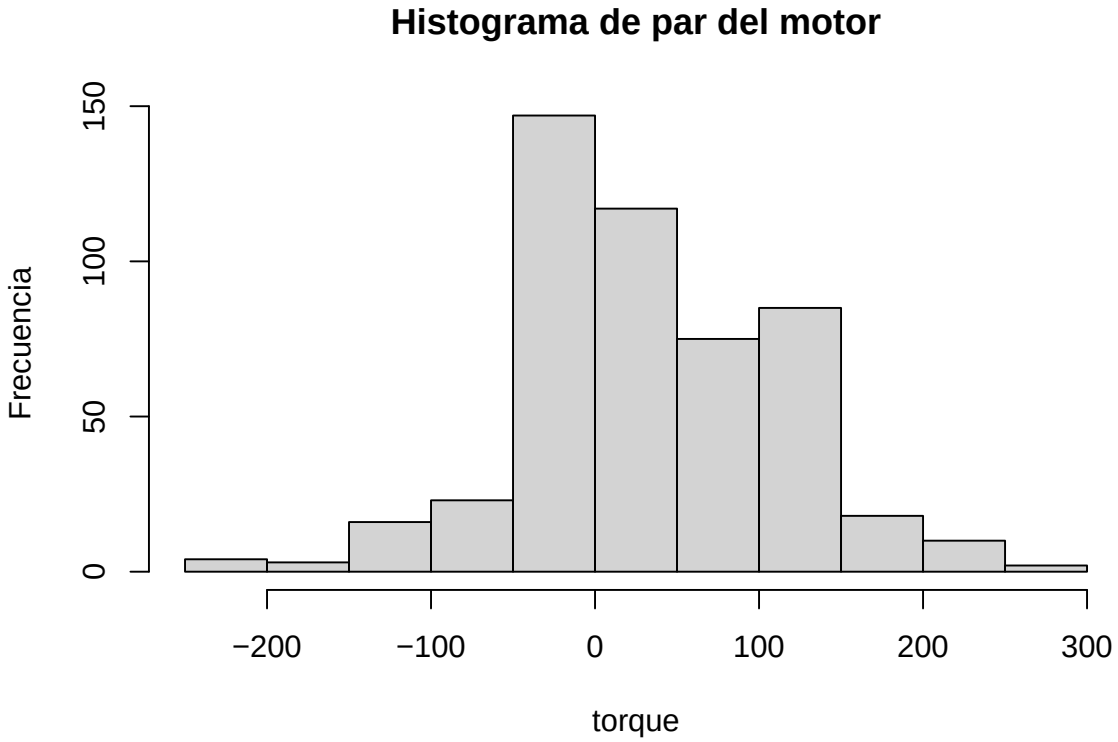
Observaciones: *Podemos observar que esta variable podría seguir una distribución de tipo normal dado los extremos.*

Histograma stator_yoke (Temperatura del yugo del estator del motor)



Observaciones: *Podemos observar que esta variable podría seguir una distribución de tipo normal dado los extremos.*

Histograma torque (Par del motor)



Observaciones: *Podemos observar que esta variable podría seguir una distribución de tipo normal*

dado los extremos.

Vector de Promedios

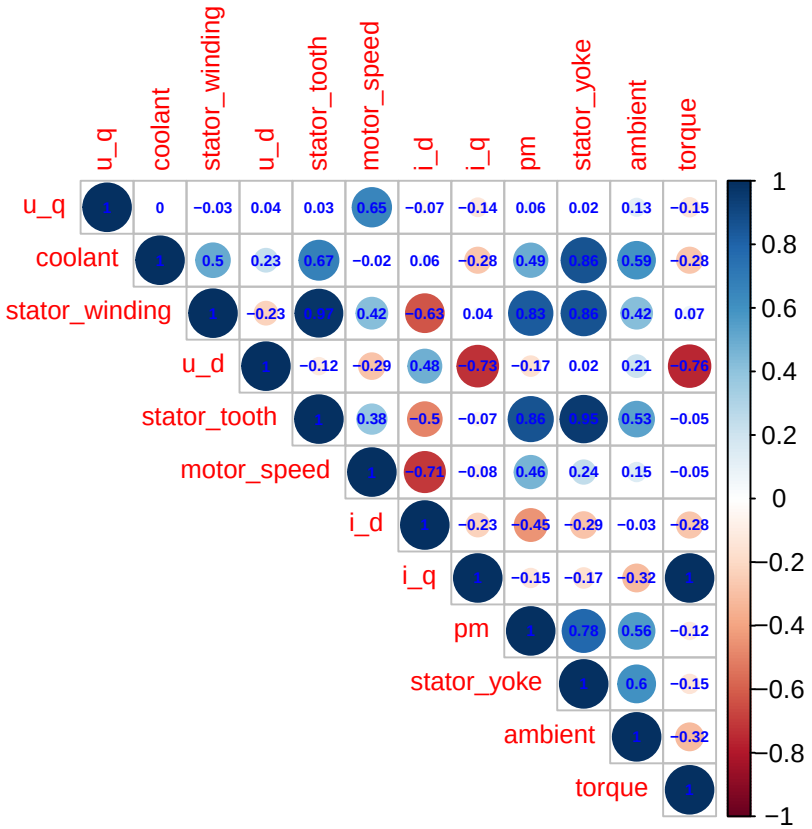
Antes de realizar una estandarizacion de los datos , procederemos a obtener el vector de promedios de cada una de las variables

Table 2: Medias del conjunto de datos

Variable	Promedio
u_q	55.6
coolant	35.5
stator_winding	64.7
u_d	-27.5
stator_tooth	55.7
motor_speed	2254.6
i_d	-69.5
i_q	40.3
pm	57.8
stator_yoke	47.2
ambient	24.5
torque	33.4

Observaciones: *Se observa que la mayoría de los promedios de los datos se encuentran en un rango similar a excepción de la variable* ***motor_speed*** *la cual hace sentido ya que es la velocidad del motor.*

Matriz de Correlaciones



Observaciones: Se observa fuertes correlaciones tanto positivas como negativas, Las correlaciones mas notables mostradas en la grafica son:

Relacion	Coeficiente
coolant & stator_tooth	0.67
stator_winding & stator_tooth	0.97
stator_winding & i_d	-0.63
u_q & motor_speed	0.62
u_d & i_q	-0.73
motor_speed & i_d	-0.71
stator_tooth & pm	0.86
stator_winding & pm	0.83
coolant & stator_yoke	0.86
stator_winding & stator_yoke	0.86
stator_tooth & stator_yoke	0.95
pm & stator_yoke	0.78
coolant & ambient	0.59
stator_tooth & stator_yoke	0.95
pm & ambient	0.56
u_d & torque	-0.76
i_q & torque	1

Observaciones: Se observa una cantidad de fuertes correlaciones arriba de 0.70, tanto negativas como positivas. Una de las correlaciones más notorias es una correlación perfecta entre la variable **i_q y torque** las cual es de 1.

Prueba de Normalidad

Para esta sección haremos uso de la librería en R `nortest`, la cual aplicaremos para nuestra prueba de normalidad tanto univariada como multivariada.

Análisis de Componentes Principales

El análisis de componentes principales (PCA) es un método estadístico que sirve para simplificar y resumir un conjunto de datos con muchas variables. En vez de usar todas las variables originales, el PCA encuentra mezclas de estas variables que capturan la mayor parte de la variación en los datos. Estas mezclas se llaman "componentes principales" y se usan para describir el conjunto de datos de una manera más sencilla y comprensible.

Piensa que tienes muchos datos distintos sobre un motor eléctrico, como la temperatura, el torque, la velocidad, etc. Puede ser complicado saber cómo todos estos datos se relacionan entre sí y qué información es la más relevante. Si el análisis de componentes principales descubre que la temperatura y el torque están muy relacionados, entonces puede juntarlos en un nuevo componente principal que abarque ambas variables a la vez. Así, se puede disminuir el número de variables y hacer que los datos sean más sencillos de entender.

Análisis de Factores

El Análisis Factorial es, por tanto, una técnica de reducción de la dimensionalidad de los datos. Su propósito último consiste en buscar el número mínimo de dimensiones capaces de explicar el máximo de información contenida en los datos.

Para desarrollar el análisis de factores se realizaran pasos previos tales como estandarizar los datos , verificar si los datos cumplen la **normal multivariada**, revisar la **matriz de correlaciones** y realizar **supuestos e hipótesis**.

Paso 1: Carga de Datos

```
## # A tibble: 1,330,816 x 12
##       u_q coolant stator_win~1      u_d stato~2 motor_~3      i_d      i_q    pm
##     <dbl>   <dbl>        <dbl>    <dbl>   <dbl>    <dbl>    <dbl>    <dbl> <dbl>
##  1 -0.451    18.8         19.1 -0.350      18.3  2.87e-3  4.42e-3  3.28e-4  24.6
##  2 -0.326    18.8         19.1 -0.306      18.3  2.57e-4  6.06e-4 -7.85e-4  24.5
##  3 -0.441    18.8         19.1 -0.373      18.3  2.35e-3  1.29e-3  3.86e-4  24.5
##  4 -0.327    18.8         19.1 -0.316      18.3  6.10e-3  2.56e-5  2.05e-3  24.6
##  5 -0.471    18.9         19.1 -0.332      18.3  3.13e-3 -6.43e-2  3.72e-2  24.6
##  6 -0.539    18.9         19.1  0.00915    18.3  9.64e-3 -6.14e-1  3.37e-1  24.6
##  7 -0.653    18.9         19.1  0.239      18.3  1.34e-3 -1.01e+0  5.54e-1  24.6
##  8 -0.758    19.0         19.1  0.395      18.3  1.42e-3 -1.29e+0  7.06e-1  24.6
##  9 -0.727    19.0         19.1  0.547      18.3  5.77e-4 -1.49e+0  8.17e-1  24.6
## 10 -0.874    19.0         19.1  0.579      18.3 -1.25e-3 -1.63e+0  8.98e-1  24.6
## # ... with 1,330,806 more rows, 3 more variables: stator_yoke <dbl>,
## #   ambient <dbl>, torque <dbl>, and abbreviated variable names
## #   1: stator_winding, 2: stator_tooth, 3: motor_speed
```

Paso 2: Estandarizar datos

```
##              u_q    coolant stator_winding        u_d stator_tooth motor_speed
## [1,] -1.27834410 -0.8311962    -1.43987472  0.4603935   -1.4450026  -1.2150662
## [2,] -1.29998946  0.3778941    -0.40021908  0.4642469   -0.2280093  -1.2150626
## [3,]  0.68739232  1.3867850     1.38311958 -1.1322555    1.5957661   1.4795303
## [4,]  0.08919665 -0.5129853     0.08196488 -1.1405594   -0.1277971  -0.2900407
## [5,]  0.93365153 -0.8302683    -1.35853668  0.4270964   -1.2968917  -0.1372255
## [6,] -0.94387184 -0.8088649    -0.87802889  0.2524234   -1.0398530  -1.0803338
##             i_d        i_q          pm stator_yoke    ambient     torque
## [1,]  1.0333025 -0.4371630 -0.09350299 -1.37623227  0.7425053 -0.3724405
## [2,]  1.0333128 -0.4371546  0.71427036 -0.04505362  0.9194281 -0.4450275
## [3,] -0.9582591  0.1539443  1.71937546  1.60801206  0.9222913  0.1856948
## [4,] -0.2317817  1.7182056 -0.41674479 -0.39157610 -0.7370514  1.6244578
## [5,]  1.0332965 -0.4371743 -1.20503791 -1.20390935 -0.3008730 -0.4487295
## [6,]  0.3984230  1.0283933 -1.35716354 -1.04509760 -0.8976195  0.9337019
```

Paso 3: Revisar de cumplimiento de normal multivariada

Para este cumplimiento de normal multivarida creamos nuestras hipótesis

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 ... \mu_k$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 ... \neq \mu_k$$

```
##            Test       HZ p value MVN
## 1 Henze-Zirkler 4.782402       0  NO
```

Para el cumplimiento de normal univariada creamos de igual manera nuestras hipótesis

Ho : los datos provienen de una distribución normal.

H1 : los datos provienen de otra distribución.

```
##                Test       Variable Statistic   p value Normality
## 1  Anderson-Darling      u_q         12.0822  <0.001      NO
## 2  Anderson-Darling    coolant       37.8195  <0.001      NO
```

```
## 3  Anderson-Darling stator_winding    3.6821  <0.001      NO
## 4  Anderson-Darling      u_d         13.2541  <0.001      NO
## 5  Anderson-Darling  stator_tooth     4.5108  <0.001      NO
## 6  Anderson-Darling  motor_speed     11.8267  <0.001      NO
## 7  Anderson-Darling      i_d         17.9452  <0.001      NO
## 8  Anderson-Darling      i_q          8.2897  <0.001      NO
## 9  Anderson-Darling       pm          2.6402  <0.001      NO
## 10 Anderson-Darling  stator_yoke      6.2023  <0.001      NO
## 11 Anderson-Darling    ambient        3.2206  <0.001      NO
## 12 Anderson-Darling     torque        8.5511  <0.001      NO
```

Observaciones: Se observa que no se cumplio con la prueba de normal multivariada dado su *p-valor* es **0** menor a alfa **0.05**, re rechaza **Ho** los datos **no provienen de una normal multivariada**, con respecto a las pruebas de **normalidad univariada** se observa que **ninguna variable** cumplio con normalidad dados sus *p-valores* cercanos al cero y menores a alfa **0.05** por lo tanto los datos siguen otro tipo de distribución.

Matriz de Correlaciones

Análisis incluido en la sección `Análisis exploratorio` - *subsección: Matriz de Correlaciones*

Paso 4: Prueba de esfericidad

Para esta prueba se usara la prueba de esfericidad de bartlett la cual sirve para identificar si la correlación entre pares de variables es cero o no.

Definimos nuestras hipótesis

Ho: La correlación entre cada par de variables es cero H1: La correlación entre cada par de variable diferente de cero

```
##
## Attaching package: 'psych'
```

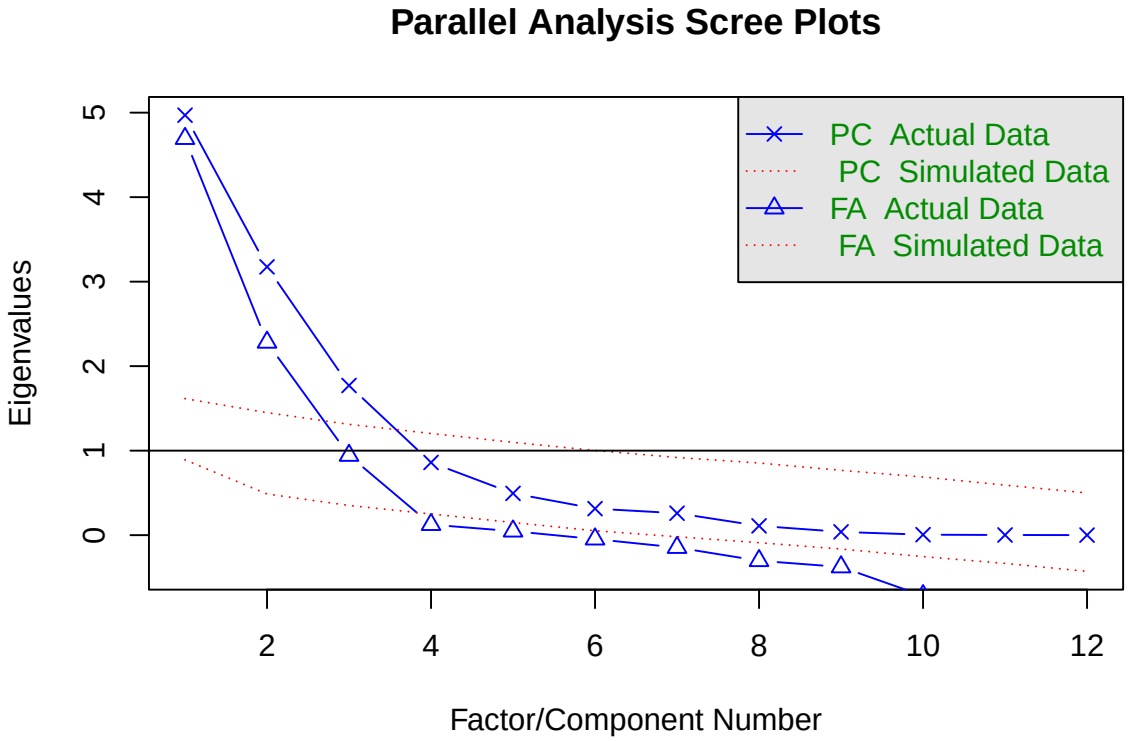
```
## The following objects are masked from 'package:ggplot2':
##
##     %+%, alpha
```

```
## $chisq
## [1] 2300.478
##
## $p.value
## [1] 0
##
## $df
## [1] 66
```

Observaciones: Dado que el *p_valor* es menor a alfa **0.05** , se rechaza Ho por lo tanto las correlaciones son diferente de 0.

Paso 5: Determinar numero de factores

Para determinar el número de factores, procederemos a realizar un Análisis de Componentes Principales (PCA), el cual nos sugerirá el número de factores a considerar.




```
## Parallel analysis suggests that the number of factors =  3  and the number of components =  3
```

Observaciones: Se puede observar que el numero factores optimo esta entre 3 y 4, Procedemos a obtener un resumen del análisis PCA para revisar cuanta varianza explicada es la que se tiene cuando se toman 3 o 4 componentes.

```
## Importance of components:
##                            PC1    PC2    PC3     PC4    PC5     PC6     PC7
## Standard deviation     2.2293 1.7819 1.3309 0.92737 0.7031 0.56018 0.50943
## Proportion of Variance 0.4142 0.2646 0.1476 0.07167 0.0412 0.02615 0.02163
## Cumulative Proportion  0.4142 0.6787 0.8263 0.89801 0.9392 0.96536 0.98698
##                            PC8     PC9    PC10    PC11    PC12
## Standard deviation     0.33131 0.19658 0.07310 0.04296 0.02463
## Proportion of Variance 0.00915 0.00322 0.00045 0.00015 0.00005
## Cumulative Proportion  0.99613 0.99935 0.99980 0.99995 1.00000
```

Observaciones: Se puede observar que al elegir 3 factores obtenemos 82% de la varianza explicada, la cual es un buen porcentaje, Procedemos a usar el algoritmo ahora rotando los ejes usando el metodo de 'varimax'.

```
## Principal Components Analysis
## Call: principal(r = R, nfactors = 3, rotate = "varimax")
## Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix
##                   RC1   RC2   RC3   h2    u2 com
## u_q             -0.09  0.23  0.77 0.65 0.349 1.2
## coolant          0.78  0.31 -0.22 0.76 0.244 1.5
## stator_winding   0.90 -0.24  0.21 0.92 0.084 1.3
## u_d             -0.04  0.88 -0.20 0.81 0.193 1.1
## stator_tooth     0.97 -0.09  0.16 0.97 0.034 1.1
## motor_speed      0.24 -0.10  0.95 0.97 0.035 1.1
```

```
## i_d            -0.37  0.50 -0.59 0.74 0.265 2.7
## i_q            -0.13 -0.92 -0.14 0.89 0.112 1.1
## pm              0.85 -0.04  0.28 0.81 0.192 1.2
## stator_yoke     0.98  0.07  0.01 0.96 0.044 1.0
## ambient         0.66  0.35  0.03 0.55 0.448 1.5
## torque         -0.11 -0.94 -0.11 0.91 0.086 1.1
##
##                        RC1  RC2  RC3
## SS loadings           4.70 3.10 2.11
## Proportion Var        0.39 0.26 0.18
## Cumulative Var        0.39 0.65 0.83
## Proportion Explained  0.47 0.31 0.21
## Cumulative Proportion 0.47 0.79 1.00
##
## Mean item complexity =  1.3
## Test of the hypothesis that 3 components are sufficient.
##
## The root mean square of the residuals (RMSR) is  0.07
##
## Fit based upon off diagonal values = 0.98
```

Observaciones: Se observa una varianza acumulada del 83%, con respecto a los **residuales RSMR** se observa un valor muy bajo de **0.07** cercano a cero. Con respecto a las cargas elegidas estas muestran comunalidades (

$$h_2$$

) altas y la varianza no explicada

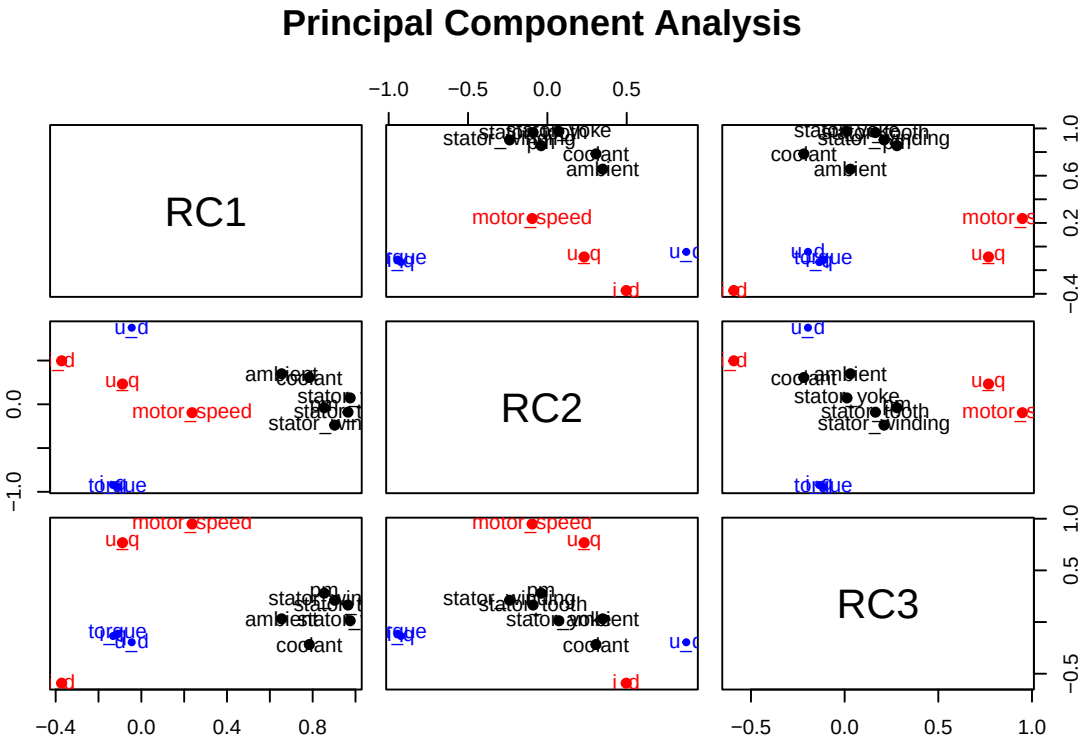
$$u_2$$

es muy baja. También observamos con el método de *varimax* de una manera muy clara los **variables dominantes para cada factor** los cuales son:

- **Factor 1** : stator_winding, stator_tooth, pm, stator_yoke, coolant, ambient
- **Factor 2** : u_d,i_q,torque
- **Factor 3** : u_q,motor_speed,i_d,

Paso 6: Representación gráfica

Representacion grafica de cada uno de las variables.



Observaciones: Se puede observar una agrupación muy notoria en las variables "stator_winding, stator_tooth, pm, stator_yoke, coolant, ambient", mientras que motor_speed y u_q están cercanas entre ellas, también se observa que las variable torque y u_d están muy cercanas, la única variable que está muy alejada de los grupos antes mencionados es la variable i_d.

Conclusiones

Se concluye que aunque no se cumplieron los supuesto de normal multivariada dadas las pruebas de hipótesis, se obtuvo una varianza acumulada de 82% usando 3 factores con lo cual se redujo la dimensión de variables de 12 variables a solo 3, Por otra estos factores mostraron **comunalidades muy altas** y **varianza no explicada muy baja**, Con respecto a las variables dominantes de cada factor estas quedaron de la siguiente forma:

- **Factor 1** : stator_winding, stator_tooth, pm, stator_yoke, coolant, ambient
- **Factor 2** : u_d,i_q,torque
- **Factor 3** : u_q,motor_speed,i_d,

Conclusiones

Referencias

Jolliffe, I. T. (2002). Principal component analysis. Springer.

Kirgiz, W. (2021). Electric Motor Temperature. Recuperado el 10 de enero de 2023, de https://www.kaggle.com/datasets/wkirgsn/electric-motor-temperature