Examen d'Automatique

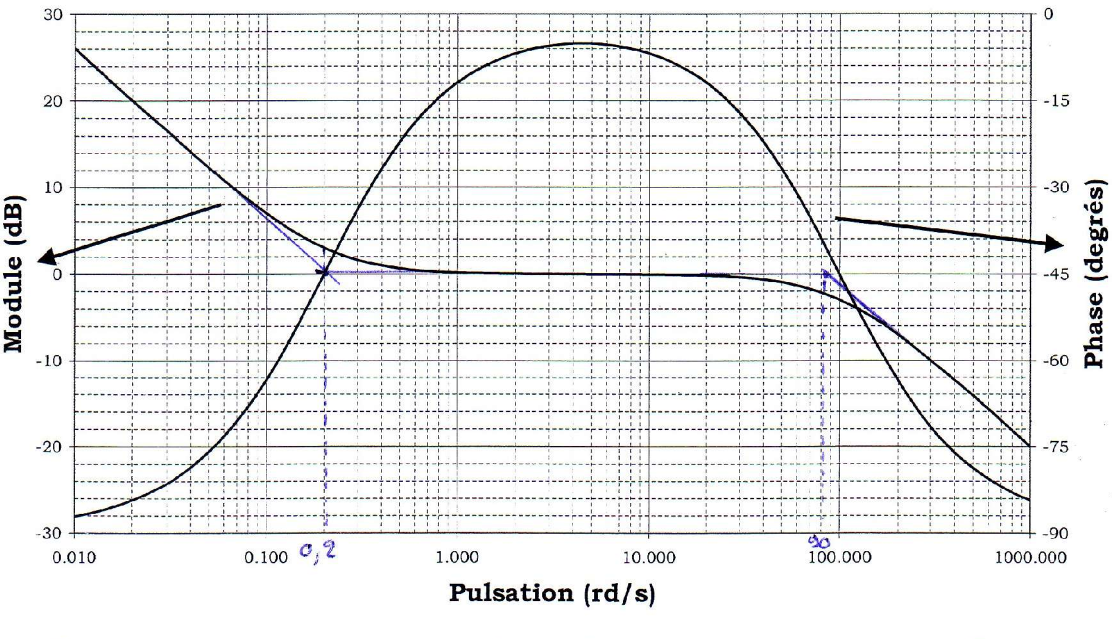
E. Mesnard

7 décembre 2005

Calculatrices et Documents de cours **autorisés**.
Durée : **2 heures**

Exercice 1 (4 points) Identification d'un système

On a effectué la mesure du module et de la phase de la fonction de transfert d'un système. Le tracé du diagramme de Bode correspondant est :



1) D'après ce diagramme, indiquer (en le justifiant) si le système est de type F1(p) ou de type F2(p).

$$F1(p) = K_s \frac{1}{p}\frac{1+\tau_1 p}{1+\tau_2 p}$$

$$F2(p) = K_s \frac{p}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

2) Déterminer K_s, τ_1 et τ_2 en précisant **très clairement** la méthode pratiquée pour obtenir chacun de ces paramètres.

Exercice 2 (8 points) Modélisation d'un système

Soit le système d'équations suivant, précisant le régime dynamique d'un système :

(a) $u(t) = A.\varepsilon(t)$

(b) $n = \dfrac{\omega_m(t)}{\omega_s(t)}$

(c) $v_e(t) = k'.\varphi_e(t)$

(d) $\varepsilon(t) = v_e(t) - v_s(t)$

(e) $v_s(t) = k'.\varphi_s(t)$

(f) $J\dfrac{d\omega_m}{dt} = M_m(t) - \lambda.\omega_m(t)$

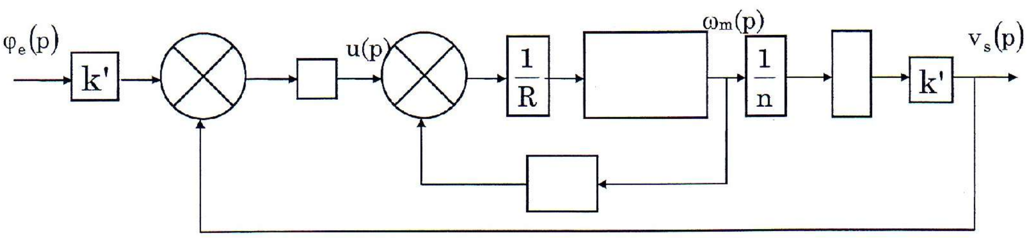
(g) $u(t) = k\omega_m(t) + R.i(t)$

(h) $M_m(t) = k.i(t)$

(i) $\omega_s(t) = \dfrac{d\varphi_s}{dt}$

1) Ecrire les équations (a) à (i) dans le domaine de Laplace, en supposant les Conditions Initiales nulles.

2) On souhaite modéliser ce système à l'aide d'un diagramme fonctionnel. Pour cela, compléter l'ébauche du diagramme fonctionnel donné ci-dessous. Justifier le contenu des boîtes. Préciser également les noms des signaux, les signes + et – des sommateurs.



3) Montrer que ce diagramme fonctionnel peut se ramener au diagramme suivant :

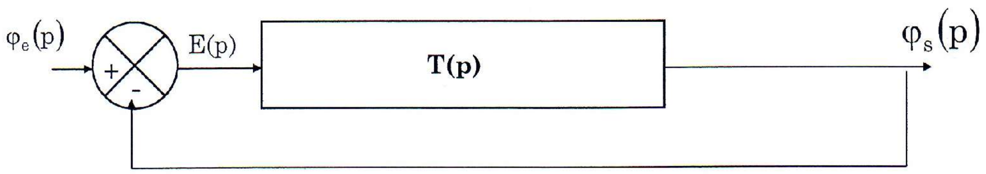


Diagramme dans lequel la fonction en Boucle Ouverte est : $T(p) = \dfrac{\varphi_s(p)}{E(p)} = G.\dfrac{A}{p(1+\tau p)}$

4) Montrer que la fonction de transfert en Boucle Fermée peut se mettre sous la forme :

$$A_{CL}(p) = \frac{\varphi_s(p)}{\varphi_e(p)} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\eta\omega_0 p + \omega_0^2}$$

Préciser les expressions de la pulsation propre du système non amorti ω_0 et de l'amortissement η en fonction de A, τ et G (A.N. : A = 20, τ=0,2 s et G=0,4).

En déduire la valeur du facteur de surtension (ou « de résonance ») Q_{dB} en **décibels (dB)**.

5) On souhaite maintenant estimer les performances du système régulé en terme de rapidité. Pour cela, on applique à l'instant initial (t=0, système à l'arrêt) un échelon d'entrée d'amplitude 7π.
La réponse $\varphi_s(t)$ est du type pseudo-périodique.

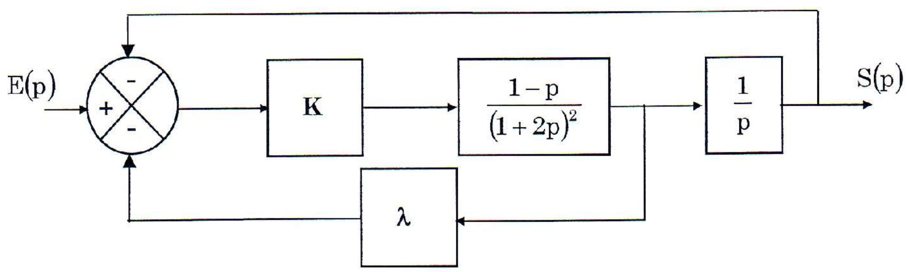
Afin de caractériser le premier dépassement, calculer son amplitude D1%, ainsi que l'instant t_{D1} auquel ce dépassement a lieu.

Calculer également le temps de réponse t_r à 1% à l'aide de la formule suivante (qui en donne une valeur approchée) :

$$t_r(x\%) \approx \frac{1}{\omega_0 \cdot \eta} Ln\left(\frac{100}{x}\right)$$

Exercice 3 (5 points) Modélisation et stabilité

1) Donner la fonction de transfert (sous une forme normalisée) du système qui est équivalente au modèle dont le diagramme fonctionnel est :



2) Indiquer les conditions de stabilité sur le paramètre K pour $\lambda=1$, puis pour $\lambda=2$ pour ce système. Préciser ce que vaut le gain critique.

Exercice 4 (3 points) Stabilité et régulation

1) Discuter de la stabilité en **Boucle Ouverte** du système dont la fonction de transfert est :
$T(p) = K.\frac{1}{p}.\frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\eta\omega_0 p + \omega_0^2}$, avec $\omega_0=1 rad.s^{-1}$ et $\eta=0.1$.

2) On souhaite maintenant étudier la stabilité de ce système T(p) en Boucle Fermée. La boucle fermée est à retour unitaire, et conduit à une nouvelle fonction de transfert que l'on nomme $A_{CL}(p)$.
Déterminer la condition sur K pour que le système $A_{CL}(p)$ soit stable.

3) Proposer un régulateur P.I.D pour ce système. Justifier.