

## Отчёт по теме 5.2

Грабовский А. С. группа 11916

### Вариант 1

#### Математический маятник

#### Модель с учетом сопротивления среды

#### (затухающий маятник)

##### Постановка проблемы (словесно-смысловая формулировка)

Рассматриваем маятник, состоящий из материальной точки массой  $m$ , подвешенной на невесомой нити (или на невесомом стержне) длиной  $L$ , причем эта материальная точка качается из стороны в сторону, как показано на рисунке 1.

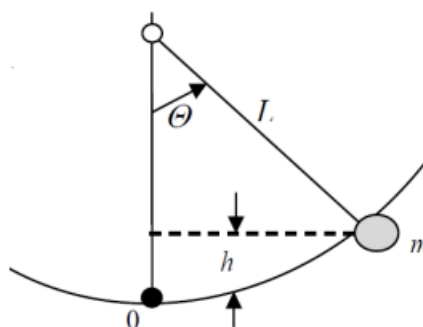


Рисунок 1

Рассматриваются колебания маятника с учетом сопротивления среды. Сила вязкого трения направлена против движения и пропорциональна скорости тела.

Предполагая, что в начальный момент времени  $t=0$  известны положение маятника и его начальная скорость, требуется определить положение и скорость маятника в произвольный момент времени  $t>0$ .

### Математическая модель:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \beta \frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{L} \sin\theta = 0$$

$$\theta(0) = \theta_0, \frac{d\theta}{dt}(0) = v_0$$

Где  $\beta$  — коэффициент затухания,  $\theta$  — угол, определяющий положение маятника

### Компьютерная модель:

Модель представлена на рисунке 2:

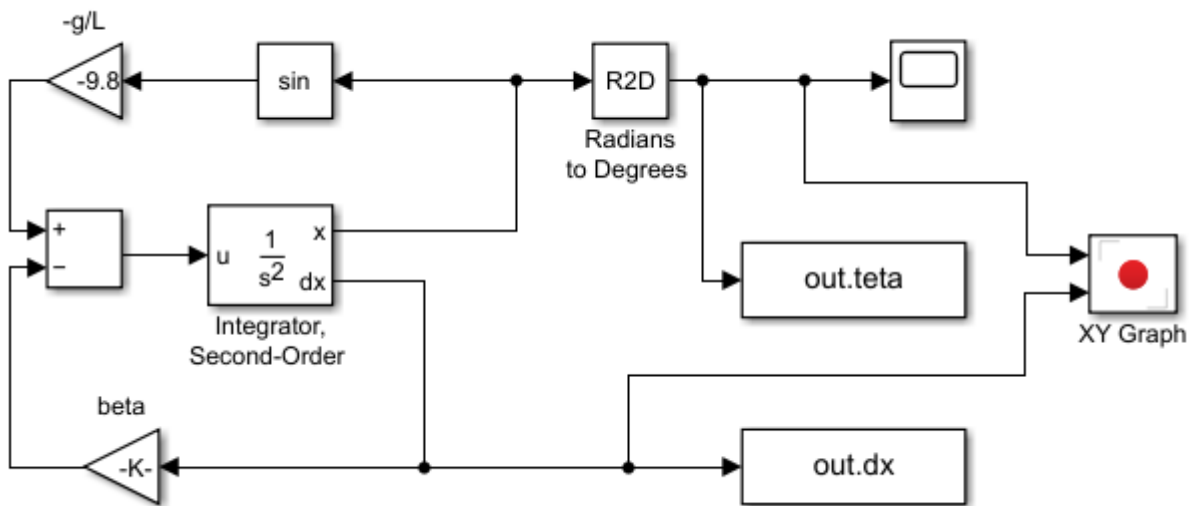


Рисунок 2 - Компьютерная модель

Начальный сигнал формируется в блоке «Integrator, Second-Order». Блок производит интегрирование второго порядка входного сигнала:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = u,$$

где  $u$  — является входным сигналом. Блок является динамической системой с двумя непрерывными состояниями:  $x$  и  $\frac{dx}{dt}$ .

Сигнал  $x$  попадает в блок «Trigonometric Function», который находит синус входа, полученный сигнал передаётся в блок «Gain», где умножается на  $-9.8$ , что соответствует  $-g/L$  в уравнении математической модели. После чего сигнал приходит на положительный вход блока «Subtract».

Сигнал  $\frac{dx}{dt}$  в блоке «Gain» умножается на коэффициент затухания. После чего сигнал приходит на отрицательный вход блока «Subtract».

В блоке «Subtract» производит вычитание входных параметров, после чего сигнал попадает в блок «Integrator, Second-Order».

Также сигнал  $x$  проходит через блок «Radians to Degrees», который переводит радианы в градусы, после чего попадает в блок «scope» для визуализации и в блок «To Workspace» для сохранения данных.

### Планирование эксперимента

1) Построить динамику колебания:

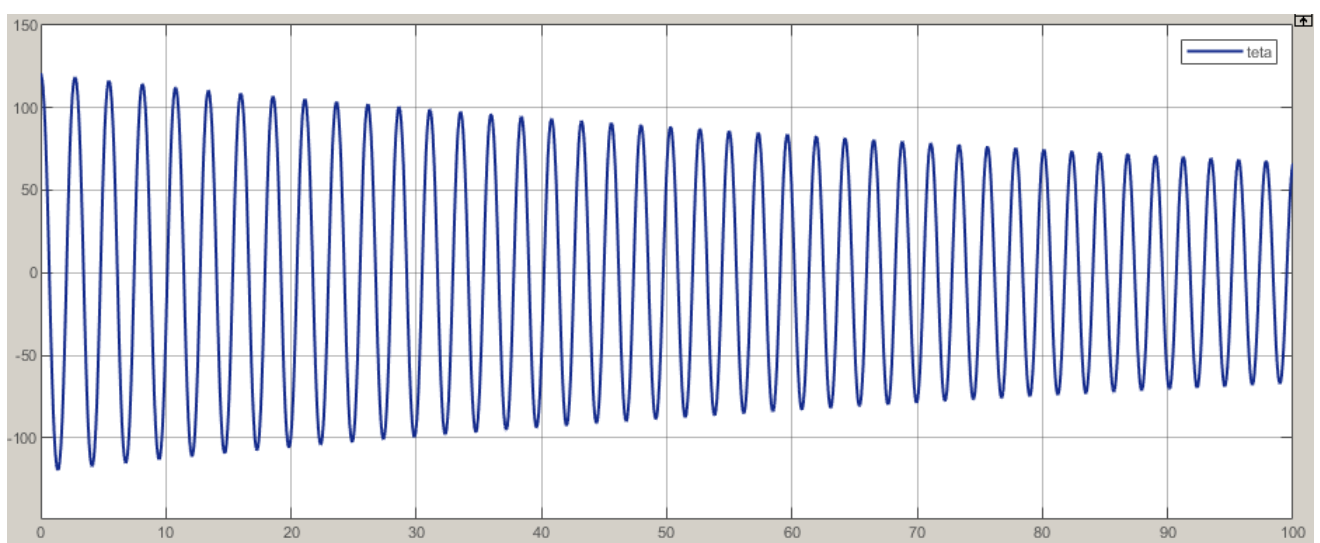
- $b = 0.01$ ;  $T = 100$
- $\theta_0 = \left[ \frac{2\pi}{3} + 0.01 \right]$
- $\dot{\theta}_0 = 0$

2) Построить фазовый портрет маятника:

- $b = 4.01$ ;  $T = 4$ ;
- $\theta_0 = \left[ \frac{-2\pi}{3} - 0.031, \frac{2\pi}{3} + 0.031 \right]$ ;  $\dot{\theta}_0 = 0$ ;
- $\theta_0 = [\pi - 0.0011]$ ;  $\dot{\theta}_0 = -1$ ;
- $\theta_0 = [-\pi + 0.0011]$ ;  $\dot{\theta}_0 = 1$ ;

### Эксперимент

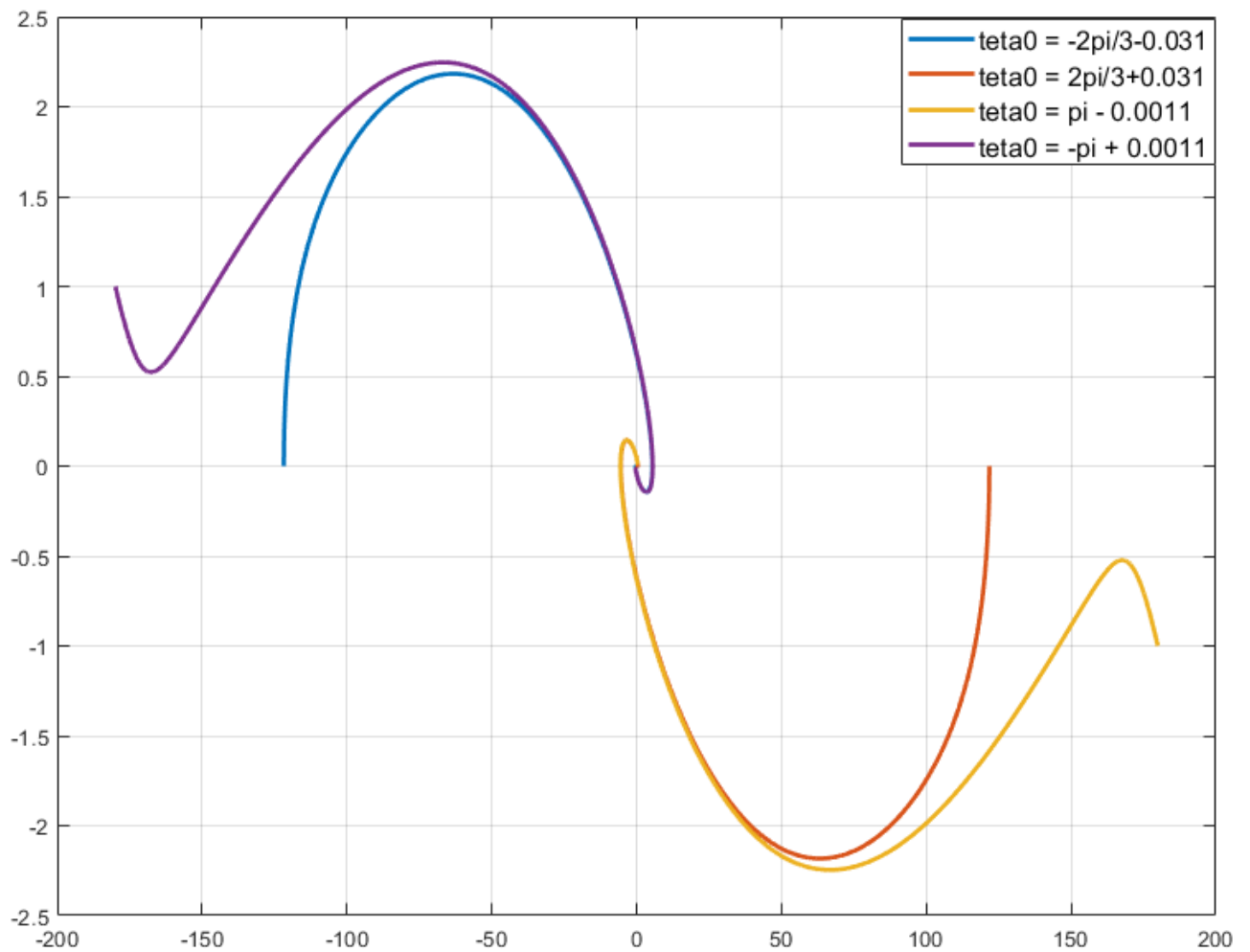
1) Построить динамику колебания:



$$\theta_0 = (2\pi)/3 + 0.01$$

На графике видно, что колебания с течением времени затухают.

2) Построить фазовый портрет маятника:



Особая точка (0,0) является фокусом. К ней стремятся все фазовые траектории при  $t \rightarrow \infty$

**Используемая литература:**

1. <https://docs.exponenta.ru/>
2. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Математический\\_маятник](https://ru.wikipedia.org/wiki/Математический_маятник)
3. <https://eluniver.ugrasu.ru/mod/folder/view.php?id=133214>