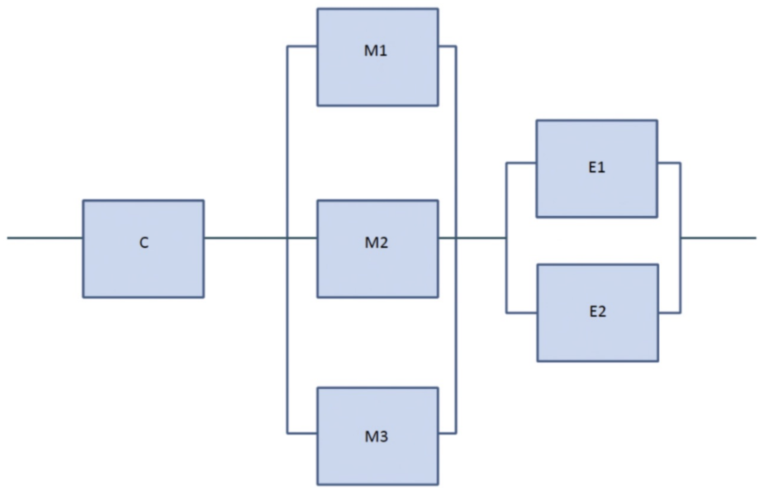
Examen

Ejercicio 2.

2. Supongamos que en un proceso industrial se sigue el esquema:



Según dicho esquema, para que una pieza se fabrique correctamente debe pasar por tres subprocesos diferentes: Chequeo previo (C), Montaje, que se podrá realizar a través de tres tipos diferentes de maquinaria (M1, M2 o bien M3), y Embalaje, que se podrá realizar en cajas de cartón o de metal (E1 o E2). Sabiendo que cada uno de estos subprocesos se pasa correctamente (o está operativo) con una probabilidad del 95% y que los subprocesos ocurren de forma independiente unos de otros.

a) Determine la probabilidad de que una pieza elegida al azar se fabrique correctamente.

b) Si una caja contiene 10 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que en la caja no halla ninguna pieza fabricada correctamente?

c) ¿Y la probabilidad de que halla al menos 1 pieza fabricada correctamente?

d) Sabiendo que en la caja hay al menos 1 pieza fabricada correctamente, ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 9 piezas fabricadas correctamente?

$C =$ "La fase de chequeo previo funciona".

M_i (M_1, M_2, M_3) : "Los subprocesos M_i funcionan".
$i = 1, 2, 3$

E_j (E_1, E_2) : "Los subprocesos E_j funcionan".
$j = 1, 2$

$$P(C) = P(M_i) = P(E_j) = 0.95 \quad , \; i = 1, 2, 3, \; j = 1, 2.$$

$$P(C^c) = P(M_i^c) = P(E_j^c) = 0.05.$$

* independencia entre C, M_i, E_j.

$A =$ "La pieza se fabrica correctamente"

$$P(A) = P(\underset{\to \text{chequeo}}{C} \cap \underbrace{(M_1 \cup M_2 \cup M_3)}_{\text{montaje}} \cap \underbrace{(E_1 \cup E_2)}_{\text{embalaje}})$$

$$P(A) = P\left(C \cap (M_1 \cup M_2 \cup M_3) \cap (E_1 \cup E_2)\right)$$

$$= P(C) \cdot P(M_1 \cup M_2 \cup M_3) \cdot P(E_1 \cup E_2)$$

$$= 0.95 \cdot 0.9999 \cdot 0.9975$$

$$= 0.9475$$

$$P(M_1 \cup M_2 \cup M_3) = 1 - P\left((M_1 \cup M_2 \cup M_3)^c\right) = 1 - P(M_1^c \cap M_2^c \cap M_3^c)$$

$$= 1 - P(M_1^c) \cdot P(M_2^c) \cdot P(M_3^c) = 1 - (0.05)^3$$

$$= \boxed{0.9999}$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$= P(E_1) + P(E_2) - P(E_1) \cdot P(E_2)$$

$$= 0.95 + 0.95 - (0.95)^2 = \boxed{0.9975}$$

inciso (a)

b) $X \sim \text{Binomial}(n = 10,\ p = 0.9475)$

↳ # de piezas correct. dentro de caja de 10.

Pieza.

fabricada correctamente: 1

fabricada incorr.: 0

$\boxed{\text{10 piezas}}$

$$P(X=0) = \underbrace{\binom{10}{0}}_{\frac{10!}{0!\,(10-0)!} = 1} \times \underbrace{0.9475^{0}}_{1} \times (1-0.9475)^{10-0}$$

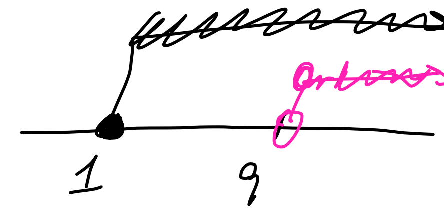
$$= (0.0525)^{10} = \boxed{1.6 \times 10^{-13}}$$

d) $P(X \geq 1) = 1 - P(X<1) = 1 - P(X=0)$

$$= 1 - 1.6 \times 10^{-13} \approx \boxed{1}$$

d) $P(X>9 \mid X \geq 1)$

$$= \frac{P(\{X>9\} \cap \{X \geq 1\})}{P(X \geq 1)}$$



$$= \frac{P(X>9)}{P(X \geq 1)} = \frac{0.5832}{1.} \approx 0.5831$$

$$P(X>9) = P(X=10) = \underbrace{\binom{10}{10}}_{\frac{10!}{\underbrace{10!(10-10)!}_{1}}} \cdot 0.9475^{10} \underbrace{(1-0.9475)^{10-10}}_{1.} = \boxed{0.5832}$$