Distribuciones

Ejercicio 10

Distribuciones

El personal de una compañía usa una Terminal para realizar sus pedidos internacionales. Si el tiempo que cada comercial gasta en una sesión en la Terminal tiene una distribución exponencial con media 36 minutos, encontrar:

a) La probabilidad de que un comercial utilice la Terminal 30 minutos o menos.
b) Si un comercial ha estado 30 minutos en la Terminal, ¿cuál es la probabilidad de que pase al menos una hora o más en la Terminal?
c) El 90% de las sesiones terminan en menos de x_T minutos. ¿Cuánto vale x_T?

$X =$ "Tiempo empleado en minutos en usar una Terminal".

$$X \sim Exp.(\lambda) = Exp(1/36).$$

↳ # medio de ocurrencias del suceso por unidad de tiempo.

$$E(X) = 1/\lambda \rightsquigarrow \lambda = 1/E(X) = 1/36.$$

Densidad: $f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x}$ $\quad x \geq 0$ $\qquad E(x) = \frac{1}{\lambda}$

Distribución: $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ $\qquad Var(x) = \frac{1}{\lambda^2}$

$\quad\quad\quad\quad\quad\ \ \ \| $

$\quad\quad\quad\quad\ P(X \leq x)$

a) $P(X \leq 30) = F(30) = 1 - e^{-1/36 \cdot 30} = 1 - 0.44 = 0.56$

Otra vía:

$$= \int_0^{30} f(x)\, dx = \int_0^{30} \frac{1}{36} \cdot e^{-\frac{1}{36}x}\, dx = 0.56.$$

b) $P(X \geq 30+60 \mid X \geq 30) = P(X \geq 60)$

$= 1 - P(X < 60) = 1 - F(60) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{1}{36} \cdot 60}\right)$

$= e^{-\frac{60}{36}} = 0.19$

c) $P(X \leq x_T) = 0.90$

$0.9 = F(x_T) = 1 - e^{-\frac{1}{36} \cdot x_T} \Rightarrow 1 - 0.9 = \underbrace{0.1 = e^{-\frac{x_T}{36}}}$

$\ln(0.1) = -x_T/36$

$\boxed{x_T = 82.89} \Leftarrow -2.3 = -x_T/36$

Otra vía.

$$P(X \leq x_T) = \int_0^{x_T} f(x)\,dx = \int_0^{x_T} \frac{1}{36} \cdot e^{-1/36 \cdot x}\,dx = 0.9.$$

$$\boxed{x_T = 82.89}.$$