

Distribuciones

Ejercicio 1



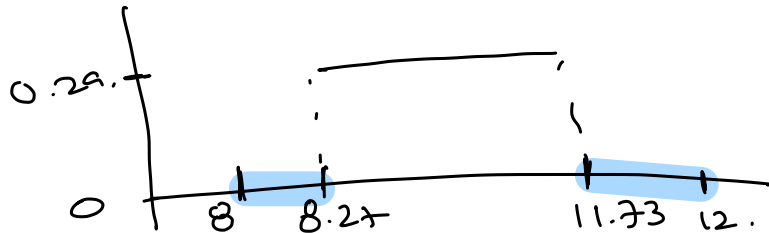
Distribuciones

Supongamos que el consumo familiar de un cierto producto se distribuye como una variable aleatoria de distribución uniforme, con esperanza igual a 10 y varianza unidad. Determina la probabilidad de que dicho consumo esté comprendido entre 8 y 12 unidades.

$X = \text{"\# de unidades consumidas"}$

$X \sim \text{Uniforme}(a, b)$

$$1 = P(8 < X < 12) = \int_8^{12} \frac{1}{b-a} dx = \int_8^{8.27} 0 dx + \int_{8.27}^{11.73} 0.29 dx + \int_{11.73}^{12} 0 dx$$



$$E(x) = 10.$$

$$\frac{b+a}{2} = 10$$

$$\boxed{b+a = 20.} \quad \text{I}$$

$$\downarrow$$

$$a = 20 - b.$$

$$a = 20 - 11.73$$

$$\boxed{a = 8.27}$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{11.73 - 8.27} = \frac{1}{3.46} = \boxed{0.29}$$

$$x \in [8.27, 11.73].$$

$$\text{Var}(x) = 1.$$

$$\frac{(b-a)^2}{12} = 1$$

$$(b-a)^2 = 12.$$

$$\boxed{b-a = \sqrt{12}.} \quad \text{II.}$$

$$\downarrow$$

$$b - (20 - b) = \sqrt{12}.$$

$$b - 20 + b = \sqrt{12}$$

$$2b = \sqrt{12} + 20.$$

$$b = \frac{\sqrt{12} + 20}{2}.$$

$$\boxed{b = 11.73}$$

$$\int_{8.27}^{11.73} 0.29 \, dx = 0.29 (11.73 - 8.27) = 0.29 \times 3.53 = \underline{1}.$$

Alt. via

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \, dx = \int_{8.27}^{11.73} 0.29 \, dx.$$

