


Variable Heatonie

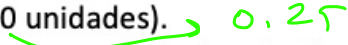
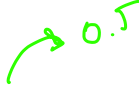
Ejercicio 9.



Variable Aleatoria

La función de distribución asociada a la producción de una máquina, en miles de unidades, es la siguiente:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ x(2-x) & , 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & , \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Calcula la función de densidad de la variable producción.
 - b) Calcula la media y varianza de la producción.
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que la producción sea inferior a 500 unidades? ¿Y la de que sea superior a 250 unidades).  0.25
 - d) Si el beneficio (en miles de euros) de la máquina viene dado, en función de la producción, por $B = 9X - 2$, calcule el valor esperado del beneficio.
-  0.5

a) La función de densidad $f(x)$ es la derivada de la Func. Distal $F(x)$

$$\frac{dF(x)}{dx} = \frac{d(x(2-x))}{dx} = 2 - 2x.$$

$$f(x) = \begin{cases} 2-2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b) \underline{E(x)} &= \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx = \int_0^1 x(2-2x) dx = \left(\cancel{\frac{2x^2}{2}} - \frac{2x^3}{3} \right) \Big|_0^1 \\ &= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Var}(X) &= E(X^2) - (E(X))^2 \\ &= 1/6 - (1/3)^2 = 1/18\end{aligned}$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) \cdot dx = \int_0^1 x^2 (2 - 2x) dx.$$

$$= \left(\frac{2x^3}{3} - \cancel{\frac{x^4}{2}} \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}.$$

$$c) P(X < 0.5) = \int_{-\infty}^{0.5} f(x) dx = \int_0^{0.5} (2-2x) dx.$$

$$= (2x - x^2)_0^{0.5} = 0.75$$

→ otra vía = $\int_{0.25}^1 (2-2x) dx$. ✓

$$P(X > 0.25) = 1 - P(X \leq 0.25) = 1 - \int_0^{0.25} (2-2x) dx.$$

$$= 1 - (2x - x^2)_0^{0.25} = 0.5625$$

$$d) \quad B = 9X - 2.$$

$$E(B) = E(9X - 2) = 9 \cdot E(X) - 2 = 9 \cdot \frac{1}{3} - 2 = 1.$$

$$E(B) = 1.$$

↓
Beneficio Esperado de 1000 €.