


Variable Heatonia

Ejercicio 3.



Variable Aleatoria

Sea X una v.a. continua cuya función de densidad es la siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} 0.1x & , 0 < x < \sqrt{20} \\ 0 & , \text{en el resto} \end{cases}$$

Se pide:

- Comprobar que es una función de densidad.
- Obtener la probabilidad de que X tome valores entre 1 y 3.
- Obtener la función de distribución $F(x)$.

a) Se tienen que cumplir 2 condiciones:

$$1) f(x) \geq 0, \quad 0 < x < \sqrt{20}.$$

$$\boxed{0.1x \geq 0}$$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_0^{\sqrt{20}} 0.1x \cdot dx = 0.1 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{\sqrt{20}}$$

$$= 0.1 \frac{(\sqrt{20})^2}{2} - 0.1 \cdot \frac{0^2}{2}$$

$$= 0.1 * \frac{20}{2} - 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1.$$

0 < x < \sqrt{2}

$$b) \underline{P(1 < X < 3)} = \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 0.1x dx.$$

$$= 0.1 \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^3 = 0.1 \cdot \frac{3^2}{2} - 0.1 \cdot \frac{1^2}{2} = 0.1 \times \frac{9}{2} - 0.1 \times \frac{1}{2}$$

= 0.4

Func. de Distribució. (Def. tant per Disc. / contin.)

$$c) F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt.$$

↑
Solo per Continues.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_0^x 0.1t \cdot dt = 0.1 \frac{t^2}{2} \Big|_0^x$$

$$= 0.1 \frac{x^2}{2} - \cancel{0.1 \cdot \frac{0^2}{2}} = 0.1 \frac{x^2}{2}$$

$$F(x) = 0.05 x^2$$

Si $0 < x < \sqrt{20}$.

$$\downarrow$$

$$\frac{dF(x)}{dx} = 0.1x = f(x).$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \\ 0.05x^2 & \\ 1 & \end{cases}$$

$$\int_0^{\sqrt{20}} f(t) dt = 1$$

per $x \leq 0$.

per $0 < x < \sqrt{20}$.

per $x \geq \sqrt{20}$.



BONUS.

$$P(1 < X < 3) = P(X < 3) - P(X \leq 1)$$

$$P(1 < X < 3) = F(3) - F(1).$$

$$= 0.05 \cdot 3^2 - 0.05 \cdot 1^2$$

$$= 0.45 - 0.05 = 0.4.$$