Distribuciones

Ejercicio 8

Distribuciones

$$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{k}}{k!}$$

Una empresa electrónica observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de estos fallos es 8:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que falle un componente en 25 horas?
b) ¿Y de qué fallen no más de dos componentes en 50 horas?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que fallen por lo menos 10 en 125 horas?

a) $X \sim \text{Poisson}.\ (\lambda = 2.)$

↳ # medio de fallos en 25 h.

En 100 h. en promedio fallen 8. comp.

En 25 h. en promedio fallen $\underbrace{8/4}_{2.}$ comp.

a) $P(X=1) = \dfrac{e^{-2} \cdot (2)^{1}}{1!} = 2 \cdot e^{-2} = \boxed{0.2707}$

b) $Y \sim \text{Poisson}(\lambda = 4)$

↳ # fallen en 50 h.

$\lambda = 4$

100 h. fallen 8 comp. en promedio
25 h. fallen 2 comp. " "
50 h. fallen 4 comp. " "

$P(Y \leq 2) = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2) = \boxed{0.2381}$

$$P(y=0) = \frac{e^{-4} \cdot (4)^0}{0!} = e^{-4} = \boxed{0.0183}$$

$$P(y=1) = \frac{e^{-4} \cdot (4)^1}{1!} = \boxed{0.0733}$$

$$P(y=2) = \frac{e^{-4} \cdot (4)^2}{2!} = \boxed{0.1465}$$

En 125h fallan 10 comp. en promedio.

c) $Z \sim \text{Poisson}\ (\lambda = 10)$.

$$P(Z \geq 10) = 1 - \underbrace{P(Z < 10)}_{P(Z \leq 9)} = 1 - \sum_{i=0}^{9} \frac{e^{-10} \cdot 10^i}{i!}$$