

Distribuciones

Ejercicio 4.



Distribuciones

Supongamos que el número de imperfecciones en un alambre delgado de cobre sigue una distribución de Poisson con una media de 2.3 imperfecciones por milímetro.

- Determine la probabilidad de 2 imperfecciones en un milímetro de alambre.
- Determine la probabilidad de 10 imperfecciones en 5 milímetros de alambre.
- Determine la probabilidad de al menos una imperfección en 2mm de alambre.

$$X \sim \text{Poisson} \cdot (\lambda = 2.3)$$

media

↳ # de imperfecciones por 1 mm.

$$\begin{aligned} a) P(X=2) &= \frac{e^{-2.3} \cdot (2.3)^2}{2!} = \frac{0.1 \times 5.29}{2} \\ &= 0.2645 \end{aligned}$$

$$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \lambda \\ \text{Var}(X) &= \lambda \end{aligned}$$

$$b) Y \sim \text{Poisson}(\lambda = 11.5)$$

↳ # de imperfeições por cada 5 mm de alambre.

$$2.3 \text{ imp.} \times \text{mm.} \Rightarrow \underbrace{2.3 * 5}_{11.5} \text{ imp.} \times 5 \text{ mm.}$$

$$P(Y=10) = \frac{e^{-11.5} * (11.5)^{10}}{10!} = \frac{1 \times 10^{-5} \times 4 \times 10^{10}}{3.6 \times 10^6}$$

$$= \frac{4}{36}$$

$$= 0.11$$

c) $Z \sim \text{Poisson} (\lambda = 4.6.)$

↳ de imperf. en 2 mm.

$$2.3 \text{ imp.} \times 1 \text{ mm} \Rightarrow \underbrace{2.3 \times 2 \text{ imp.} \times 2 \text{ mm.}}_{4.6.}$$

$$P(Z \geq 1) = 1 - P(Z < 1) = 1 - \underbrace{P(Z = 0)}_{0.99} = 0.99$$

$$P(Z=0) = \frac{e^{-4.6} \cdot (4.6)^0}{0!} = e^{-4.6} = 0.01$$