

# Analiza II.1\*

## Rozwiązanie zadania domowego nr. 12

KONRAD KACZMARCZYK

17 grudnia 2024

**Zadanie.** Dane jest 10 zbiorów. Ile nowych zbiorów można z nich skonstruować za pomocą (wielokrotnego) stosowania operacji: przecięcie, sumy, różnicy, i sym. różnicy?

Oczywistym jest że każdy element albo należy do zbioru albo nie, zatem dla każdego elementu w  $A_1 \cup \dots \cup A_{10}$  istnieje ciąg liter  $T, N$  mówiący czy zbiór należy do konkretnego zbioru np:  $TTTTTTTTTT$  odpowiada elementom zawierającym się w przecięciu wszystkich zbiorów, a  $TNNNNNNNNN$  odpowiada elementom zawierającym się tylko w  $A_1$  (zanaczmy że ciąg  $NNNNNNNNNN$  odpowiada zbiorowi pustemu).

Zauważmy że relacja  $\sim$  definiowana przez ten sam ciąg liter jest relacją równoważności względem operacji przecięcia, sumy itd. (co można pokazać dla każdej operacji z osobna), zatem możemy klasę równoważności traktować jako jeden element.

Czyli możemy sytuację uprościć do przypadku gdzie elementów jest  $2^{10} - 1$  (ile możliwych ciągów liter z zbiorem pustym), oraz postawić że wynik to  $2^{2^{10}-1}$  gdyż łatwo skonstruować dla dowolnego elementu singletony (wystarczy odpowiednia suma i przecięcie), a z nich skonstruować dowolny zbiór elementów.