

Matematyka dyskretna 2025

Notatki z ćwiczeń

KONRAD KACZMARCZYK

24 lutego 2025

§1 Ćwiczenia 1

§1.1 Zadania

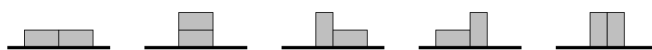
Zadanie 8. Dla jakich $n \in \mathbb{N}$ wszystkie elementy zbioru $\{0, 1, 2\}^n$ można ułożyć

- (a) w ciąg;
- (b) w cykl;

w taki sposób, aby każde dwa sąsiednie wyrazy różniły się dokładnie na jednej pozycji i to dokładnie o 1?

Zadanie 9. Układamy n identycznych tomów encyklopedii na półce — mogą stać pionowo lub poziomo, przy czym poziome tomy mogą leżeć jeden na drugim tworząc stosy. Ile jest różnych sposobów ustawienia tomów?

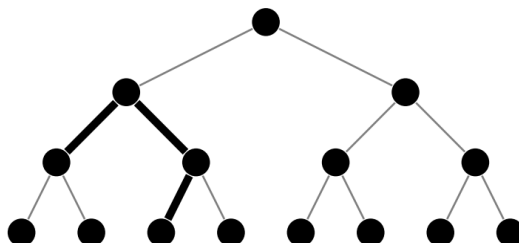
Przykładowo dla $n = 2$ poprawna odpowiedź to 5:



Zadanie 10. Niech B_n oznacza *pełne drzewo binarne* o wysokości n . Ciąg (B_n) jest zdefiniowany rekurencyjnie następująco: B_0 składa się wyłącznie z korzenia, a dla $n \geq 1$ korzeń B_n ma dwóch synów, z których każdy jest korzeniem B_{n-1} .

- (a) Wyznacz sumę głębokości wszystkich węzłów w B_n .
- (b) Wyznacz sumę długości wszystkich ścieżek w B_n .

Na rysunku B_3 z zaznaczoną ścieżką o długości 3.



Zadanie 11. Niech $\langle x_n \rangle_{n \geq 0}$ będzie ciągiem zadany przez $x_0 = 1$, $x_1 = 2025$ oraz

$$x_{n+2} = 4050x_{n+1} - (2025^2 + 1)x_n \quad \text{dla } n \geq 0.$$

Rozstrzygnij, czy wszystkie wyrazy ciągu $\langle x_n \rangle$ są dodatnie.