TEN1 2021-09-24
MAA140 Vektoralgebra grundkurs
Skrivtid: 3 timmar
Hjälpmedel: Inga behövs,
men gradskiva och passare är godkända.
Godkäntgräns: 15 p

Mälardalens högskola
Avdelningen för tillämpad matematik
Lars Hellström

Lösningarna ska presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Avsluta varje lösning med ett tydligt angivet svar!

1 Låt $z = 4 - 3i$. Beräkna och markera som punkter i det komplexa talplanet talen z, $\overline{z}$, iz, z/i, $|z|$, z^2 och $\dfrac{1+18i}{z}$. Se till att ha graderat axlarna och välj en lämplig skala! (6 p)

2 Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + 8y + 5z = 22 \\ 3x + 9y + 6z = 33 \\ x + 7y + 4z = 11 \end{cases}$ (6 p)

3 Finn alla komplexa lösningar z till ekvationen $z^3 = -64i$. Ge ditt svar på rektangulär form. (6 p)

4 Låt

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Beräkna följande uttryck eller förklara varför ett värde inte existerar:
(**a**) AB, (**b**) $A + B$, (**c**) BA, (**d**) A^T, (**e**) A^{-1}. (10 p)

5 Skriv om följande ekvationssystem på (**a**) standardform, och ange sedan (**b**) en matris V och vektor $\mathbf{h}$ sådana att systemet är ekvivalent med vektorekvationen $V\mathbf{x} = \mathbf{h}$, om $\mathbf{x} = (p, q, r, s, t)^{\mathrm{T}}$.

$$\begin{cases} q - 2t + 3p = 4s - 5 \\ 6r + 7q - 8t = 9 + p \\ -2s - 3q + 4 = 5r + 6s \\ 7s - 8t - 9 = q - 2r + 3 \end{cases}$$

(2 p)

Värden som kan vara bra att ha:

n	2^n	3^n	$(10+n)^2$	$\sqrt{n} \approx$	$\sqrt{10+n} \approx$
0	1	1	100	0,00	3,16
1	2	3	121	1,00	3,32
2	4	9	144	1,41	3,46
3	8	27	169	1,73	3,61
4	16	81	196	2,00	3,74
5	32	243	225	2,24	3,87
6	64	729	256	2,45	4,00
7	128	2187	289	2,65	4,12
8	256	6561	324	2,83	4,24
9	512	19683	361	3,00	4,36

θ	$\cos\theta$	$\sin\theta$
$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Lycka till!