

Lösningarna ska presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Avsluta varje lösning med ett tydligt angivet svar!

- 1 Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -6 \\ 6 & 4 & -12 \\ 2 & 3 & -7 \end{pmatrix}$. Avgör vilka av följande vektorer som är egenvektorer till A , och vad de egenvektorerna har för egenvärden.

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u}_4 = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u}_5 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u}_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6 \text{ p})$$

- 2 Låt $A = (8, 1, 9)$, $B = (1, 1, 8)$ och $C = (3, 2, 9)$ vara tre punkter.
- Beräkna längderna av sidorna AB , AC och BC i triangeln ABC . (2 p)
 - Beräkna vinkeln vid B i triangeln ABC . (2 p)
 - Beräkna arean av triangeln ABC . (3 p)
 - Ange på parameterfri form ekvationen för det plan som innehåller punkterna A , B och C . (2 p)

3 Beräkna determinanten $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$. (6 p)

- 4 Låt $\mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$, $\mathbf{v}_2 = 6\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2 + 7\mathbf{e}_3$ och $\mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$, där $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ betecknar standardbasen i \mathbb{R}^3 . Bestäm skalärer $r, s, t \in \mathbb{R}$ sådana att $r\mathbf{v}_1 + s\mathbf{v}_2 + t\mathbf{v}_3 = 29\mathbf{e}_1 + 36\mathbf{e}_2 + 36\mathbf{e}_3$. (6 p)
- 5 Låt $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ vara vektorer med tre element. Vilka av de nedanstående likheterna är allmänt giltiga identiteter (räknelagar)?

- | | |
|--|---|
| (a) $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{u} \cdot \mathbf{w}$ | (e) $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u} \times \mathbf{v} + \mathbf{u} \times \mathbf{w}$ |
| (b) $(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})\mathbf{w} = \mathbf{u}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{w})$ | (f) $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \times \mathbf{w} = \mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$ |
| (c) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = -\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}$ | (g) $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = -\mathbf{v} \times \mathbf{u}$ |
| (d) $\ \mathbf{u}\ ^2 = \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$ | |

Svara "sant", "falskt", eller "vet inte" för var och en av dem. (Vid poängsättning förtar ett felaktigt svar sant/falskt ett annat korrekt svar sant/falskt, så den som inte har minst två rätt mer än hen har fel får noll poäng på denna fråga.) (3 p)

Fråga 5 är den sista. På nästa sida följer några tabeller.

Värden som kan vara bra att ha:

n	2^n	3^n	$(10+n)^2$	$\sqrt{n} \approx$	$\sqrt{10+n} \approx$
0	1	1	100	0,00	3,16
1	2	3	121	1,00	3,32
2	4	9	144	1,41	3,46
3	8	27	169	1,73	3,61
4	16	81	196	2,00	3,74
5	32	243	225	2,24	3,87
6	64	729	256	2,45	4,00
7	128	2187	289	2,65	4,12
8	256	6561	324	2,83	4,24
9	512	19683	361	3,00	4,36

θ	$\cos \theta$	$\sin \theta$
$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Lycka till!