

Detta är ett samlingsdokument med alla de TEN2 som gått i kursen under sedan den grundades 2014 och fram t.o.m. augusti 2022. (Detta med undantag för de specialutformade tentor som gavs på distans då campus var stängt av Coronaskäl under vårterminen 2020. Dessa ligger i ett separat dokument.)

Hur kan detta material användas?

Tentor är *examinationsmaterial*, inte *undervisningsmaterial*. Frågorna är konstruerade för att kontrollera om den skrivande behärskar materialet, inte för att lära ut det. Att försöka läsa in materialet från tentorna kan, om man har otillräckliga förkunskaper, ha mer negativ än positiv effekt.

Tentor är däremot bra som *diagnosmaterial*; de kan tala om för en vad man kan och vad man ännu inte kan. Går en fråga bra så tyder det på att man behärskar det delområdet. Går den dåligt så behöver man läsa in sig. Och då ska man ta hjälp av kursmaterial och lärare; inte memorera facit! Exempel på vad du kan göra:

- Identifiera vad uppgiften handlade om.
- Leta rätt på beskrivningen av motsvarande föreläsning i studiehandledningen.
- Läs igenom det kursmaterial som handlar området ifråga. Försök identifiera om problem som du har i själva verket beror på kunskapsluckor från tidigare delar i kursen. (Det går exempelvis inte att lösa olikheter om man inte behärskar algebraiska omskrivningar.) Om så är fallet: backa, och fixa kunskapsluckorna först.
- Räkna de rekommenderade uppgifterna. Om du redan har räknat alla rekommenderade uppgifter, ta några av de orekommenderade uppgifterna istället.
- Be läraren om hjälp om det ändå inte fungerar. (Lärare kan ofta identifiera exakt vad det är som är problemet.)

Tentornas innehåll

Kursens innehåll definieras i kursplanen, och specificeras i detalj i form av listorna på **Du ska kunna förklara vad följande betyder** och **Du ska kunna göra följande**, och av de **rekommenderade uppgifterna**. Det finns ett samlingsdokument med dessa listor på Canvas. Tentornas innehåll är stickprover plockade ur dessa punktlistor, och urvalet är gjort för att få så många olika områden som möjligt representerade.

Några råd angående tentaskrivande

- Se till att vara utsövd och ha ätit! Att plugga hela natten innan brukar man bara bli bakom av. Planera tiden så att du inte känner att du måste sitta uppe innan tentan.
- Ha gärna med dig något att äta och dricka. (Kringsittande brukar dock inte uppskatta krasande saker som knäckebröd...) Observera att nötter av allergiskäl är förbjudna.
- Titta igenom samtliga frågor innan du börjar jobba. Börja med den som verkar lättast. Om flera verkar lika lätta, börja med den som ser ut att gå fortast.
- Gör upp en tidsbudget. Om tentan har t.ex. 8 frågor och skrivtiden är 3 timmar kan du börja med att anslå 15 minuter per fråga. Om du blir klar med en fråga innan tiden är ute så börja på nästa, men om du fortfarande inte är nära svar efter 15 minuter så börja på nästa fråga ändå.

(Två vanliga problem är att man blir sittande med en fråga som man kört fast på och plötsligt upptäcker att man har 5 minuter på sig att göra resterande 7 frågor på tentan, och att man hoppar mellan frågorna och inte får klar någon av dem. Det här kan förhindra båda dessa saker.)

Sista timmen kan sedan anslås till kontroller.

- Kontrollera alla svar som går att kontrollera. Kan ett problem lösas på flera sätt, ta om tiden tillåter och prova två olika. (Det ska bli samma svar oavsett hur man gör!)
- Om du inte alls förstår en uppgift, strunta i den och lägg tiden på att få de andra uppgifterna korrekta istället.
- Om en fråga är obegripligt formulerad eller du misstänker att det är tryckfel så be att få kontakta examinator.
- Var inte sparsam med papper, MDH bjuder! Slösa inte tid med att sudda ut en felaktig beräkning, ta ett nytt papper istället. Skriv aldrig på båda sidorna av pappret; det gör att man tappar överblicken!

Kom ihåg att börja varje ny uppgift på ett nytt papper.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

Demo

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3. 17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Någon person, som nås på ett eller annat telefonnummer

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Detta är en demonstration av hur TEN2 kommer att vara upplagd. ”Formelsamlingen” kommer alltid att finnas med. Däremot är det inte säkert att den behövs.

1. Förklara, exempelvis med hjälp av enhetscirkeln:

- (a) $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ för alla vinklar α . (1p)
- (b) $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ för alla vinklar α . (1p)
- (c) $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ för alla vinklar α som uttrycket är definierat för. (1p)

2. Vi har talen $z = 2 - 3i$ och $w = -4 + 5i$. Beräkna

- (a) $z + w$ (1p)
- (b) $z \cdot w$ (1p)
- (c) z/w (1p)

3. En av lösningarna till ekvationen $z^3 - 3z^2 + 9z + 13 = 0$ är $z = 2 + 3i$. Bestäm de övriga lösningarna. (3p)

4. Vi studerar funktionen f , där $f(x) = \log_2(-x^2 - 5x)$.

- (a) Bestäm $f(-1)$. (1p)
- (b) Vad är definitionsmängden för f ? (2p)
- (c) Lös ekvationen $f(x) = -1$. (2p)

Var god vänd!

5. (a) Lös olikheten $|x - 1| > 2|x - 2|$. För full poäng måste det finnas med en fullständig beräkning av lösningen. (3p)
- (b) Rita kurvorna $y = |x - 1|$ och $y = 2|x - 2|$ i samma koordinatsystem och förklara hur man kan se svaret till föregående fråga i bilden. (2p)
6. (a) I en triangel är en vinkel $2\pi/3$, motstående sida har längden $\sqrt{3}$ längdenheter och en av de anslutande sidorna har längden 1 längdenhet.
Bestäm övriga sidor och vinklar i triangeln. (3p)
- (b) Lös ekvationen $\sin x = 1/2$ fullständigt. (2p)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

14.30-17.30 2014.11.05

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3. 17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Anna Fedyszak-Koszela, som nås på telefon 073–409 85 83.

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

1. Skriv som *en* logaritm (på maximalt förenklad form)

$$2 \ln(x^2 - 1) - 4 \ln(x + 1) \quad (3p)$$

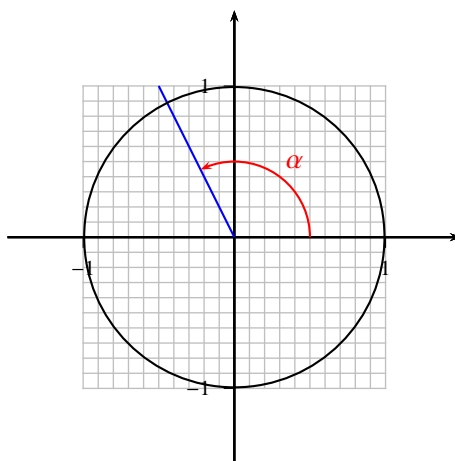
2. (a) Markera talet $z = -3 - 3i$ i det komplexa talplanet. (1p)

- (b) Skriv z på polär form. (2p)

3. (a) Om man skriver att $\log_a b = c$, exakt vad menar man? (Vi vill alltså ha definitionen av logaritm-begreppet.) (1p)

- (b) Exakt vad menas med det *komplexa konjugatet* till ett komplext tal z ? (Vi vill ha definitionen.) (1p)

- (c) Läs av tangensvärdet för den i nedanstående enhetscirkel markerade vinkeln α så noga som möjligt. Tala om vad det var som du tittade på för att avgöra det. (1p)



Var god vänd!

4. (a) I en triangel är en vinkel $\alpha = \pi/4$, motstående sida har längden $a = 5$ cm och en av de närliggande sidorna har längden $b = 7$ cm. Bestäm längden på den tredje sidan c . (Svaret blir inte ett heltal.) (4p)
- (b) Rita en (någorlunda) korrekt bild på hur triangeln ser ut. (1p)
5. (a) Rita kurvan $y = |x^2 - 3x - 4|$. Ta ett tillräckligt stort område för att man ska kunna förstå hur den del av kurvan som du *inte* ritat ser ut. (2p)
- (b) Lös ekvationen $|x^2 - 3x - 4| = 6$. För full poäng måste en fullständig beräkning av lösningen finnas med. (3p)
6. (a) Lös ekvationen $\sin x + 2 \sin x \cos x = 0$ fullständigt. (4p)
- (b) Markera lösningarna i en enhetscirkel eller på en tallinje. (1p)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2015.01.14 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3. 17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

1. Förenkla följande uttryck maximalt:

$$\lg 20 - 2 \lg 4 + \lg 80$$

($\lg x$ är samma sak som $\log_{10} x$.) (3p)

2. Lös ekvationen $|x - 3| + x = 5$. (3p)

3. Lös nedanstående ekvation fullständigt:

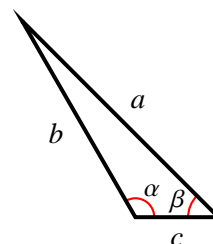
$$(\log_2 x)^2 - \log_2 x - 2 = 0$$

Tips: använd substitution. (3p)

4. I den avbildade triangeln är vinkeln $\alpha = 120^\circ$, vinkeln $\beta = 45^\circ$ och sidan $a = 3\sqrt{6}$ cm. (Bildens ritning är i halv skala.)

(a) Bestäm längden på sidan b . (2p)

(b) Bestäm längden på sidan c . (Svaret blir inte särskilt snyggt, men det går att räkna ut.) (3p)

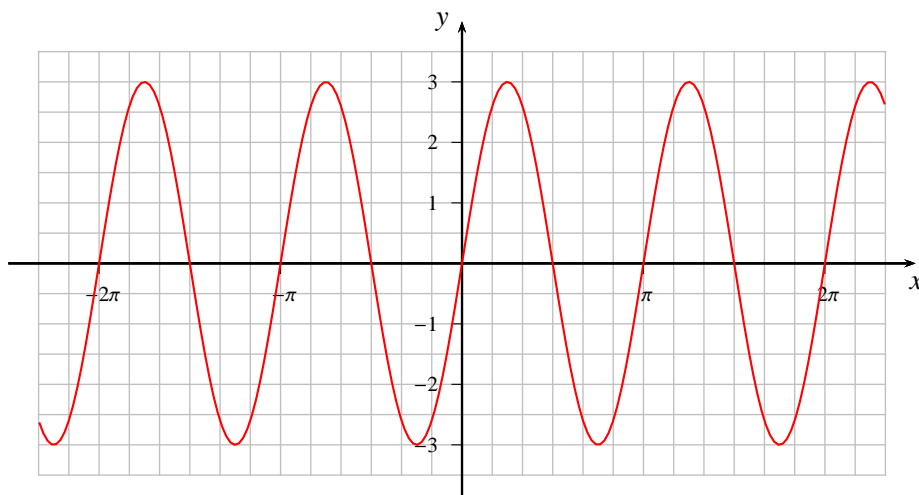


Var god vänd!

5. Talet z uppfyller att $|z| = 4$ och att $\arg z = -5\pi/6$.

- (a) Markera talet z i det komplexa talplanet. För poäng måste bilden vara helt korrekt. (1p)
- (b) Skriv talet z på rektangulär form (det vill säga på formen $a + bi$). (2p)
- (c) Beräkna z^2 . (Polär och rektangulär form går lika bra.) (2p)

6. Här är kurvan $y = f(x)$.



- (a) Skriv upp en formel för funktionen f . Förklara också hur du resonerar för att få fram formeln. (3p)
- (b) Rita kurvan $y = |f(x)|$. (Går att göra även om man inte löst (a)-uppgiften.) (1p)
- (c) Den kurva som du ritade på (b)-uppgiften, vilken periodlängd har den? (1p)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2015.03.25 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3. 17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

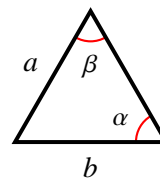
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

1. I den avbildade triangeln har sidan a längden $5\sqrt{2}$ cm och sidan b längden $5\sqrt{3}$ cm. Vinkeln α är 45° . Bestäm vinkeln β .

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!

(3p)



2. Lös ekvationen $|x - 1| + |x - 3| = x$ fullständigt. (3p)

3. Zainab har funnit att en ekvation har lösningen $x = n \cdot 120^\circ$, $x = 180^\circ + n \cdot 360^\circ$.

Maha har fått svaret $x = \pm 120^\circ + n \cdot 360^\circ$, $x = n \cdot 180^\circ$ på samma fråga.

Kan de ha rätt båda två? Motivera nog! (3p)

4. (a) Beräkna $(\log_2 8)^2$ (1p)

- (b) Beräkna $\log_2(8^2)$ (1p)

- (c) Om man skriver ” $\log_2 8^2$ ” (utan några parenteser), menar man då uttrycket i (a) eller uttrycket i (b)? (1p)

- (d) Lös ekvationen $\log_2 x^2 = 4$. (2p)

Var god vänd!

5. Vi har talet $z = -2 + 3i$.

(a) Markera talet z i det komplexa talplanet. (1p)

(b) Markera i figuren

• $\operatorname{Re} z$ • $\operatorname{Im} z$ • $|z|$ • $\arg z$

Markeringarna ska vara så pass tydliga att en person som inte läst komplexa tal skulle kunna besvara motsvarande frågor för ett annat tal baserat på din bild. (2p)

(c) Vi har också talet $w = -5 + 6i$. Beräkna $\frac{z}{w}$. (2p)

6. (a) För vinkeln α gäller att $\sin \alpha = 15/17$ och att $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Bestäm $\cos \alpha$. Svaret ska vara maximalt förenklat. (2p)

(b) För vinkeln β gäller att $\tan \beta = 2$ och att $\pi < \beta < \frac{3}{2}\pi$. Bestäm $\sin \beta$. (3p)

(Vi har inte tagit upp någon uppgift som ser exakt ut så här i undervisningen, men den går att lösa med hjälp av de saker som vi *har* tagit upp.)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2015.06.12 08.30–11.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3. 17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

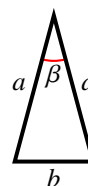
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

1. (a) Förklara vad som menas med *absolutbeloppet* av ett reellt tal a . (1p)
(b) Förklara vad som menas med *tangensvärdet* för en vinkel β . (1p)
(c) Förklara vad som menas med *två-logaritmen* för ett tal c . (1p)

2. (a) Rita kurvan $y = |x - 2| - 1$ (2p)
(b) Rita kurvan $y = ||x - 2| - 1|$ (1p)

3. Lös ekvationen $x^{3-\lg(x)} = 10^2$. (” $\lg(x)$ ” är samma sak som ” $\log_{10}(x)$ ”). (3p)

4. (a) Vi har en likbent triangel. Spetsvinkeln β är 30° , och basen b har längden 2 cm. Bestäm längden på de övriga sidorna. Räkna exakt. (Svaret blir inte särskilt snyggt, men det går att räkna ut.) (3p)
(b) Bestäm $\sin 75^\circ$ exakt. (2p)



5. Vi har talet $z = -6 + 8i$.

- (a) Rita ett komplext talplan och markera talet z i detta. (1p)

Beräkna

- (b) \bar{z} (1p)

- (c) $\frac{1}{z}$ (2p)

- (d) $|z|$ (1p)

Var god vänd!

6. (a) Rita kurvan $y = \cos^2 x$ i ett graderat koordinatsystem. (2p)
- (b) Lös ekvationen $\cos x = \cos^2 x$ fullständigt. (3p)

Använd radianer i båda uppgifterna.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2015.08.19 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3. 17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

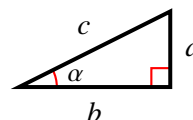
Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

1. (a) Räkna om 18° till radianer. Svaret ska vara maximalt förenklat. (1p)
(b) Räkna om $\log_9(16)$ till 3-logaritmer. Svaret ska vara maximalt förenklat. (2p)

2. I den avbildade triangeln är kateten b 6 cm lång och för vinkeln α gäller att $\tan \alpha = 2/3$.



- (a) Rita en måttrektig bild av triangeln. (Använd skrivningsomslaget eller legitimationen som linjal om du inte har någon linjal med dig.) (2p)
(b) Hur lång är hypotenusan c ? Svara exakt! (1p)

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttrektig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!

3. Skriv som *en* logaritm (på maximalt förenklad form)

$$2 \lg(x + 5) + \lg(x) - \lg(x^2 + 5x) \quad (3p)$$

4. (a) Lös ekvationen $2 \cos \frac{1}{2}x = \sqrt{3}$ fullständigt. Svaret ska ges i radianer. (3p)
(b) Rita kurvan $y = 2 \cos \frac{1}{2}x$ i ett graderat koordinatsystem, och markera lösningarna till ekvationen på kurvan. Välj skala så att åtminstone två perioder av kurvan kommer med. (Tips: vrid pappret, så får du mera plats. $\sqrt{3} \approx 1,7$.) (2p)

Var god vänd!

5. Lös nedanstående ekvation:

$$\left| \frac{x}{x-2} \right| = x$$

För full poäng måste en fullständig beräkning av lösningen finnas med. (5p)

(Vi har inte tagit upp någon uppgift som ser exakt ut så här i undervisningen, men den går att lösa med hjälp av de saker som vi *har* tagit upp.)

6. Polynomet $x^4 + 3x^2 - 6x + 10$ har nollstället $-1 + 2i$. Bestäm alla nollställena till polynomet. (5p)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2015.11.04 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3.
17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

1. (a) Din kompis löser en ekvation så här:

$$\frac{\sin x}{\sin(\pi/6)} = 2 \Rightarrow \frac{\cancel{\sin} x}{\cancel{\sin}(\pi/6)} = 2 \Rightarrow \frac{x}{\pi/6} = 2 \Rightarrow x = 2 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

Förklara varför detta är fel. (1p)

(b) Lös ekvationen $\frac{\sin x}{\sin(\pi/6)} = 2$ på ett korrekt sätt. (2p)

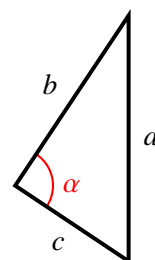
2. Funktionen f definieras enligt $f(x) = 2 + 4 \sin(2x)$.

(a) Rita kurvan $y = f(x)$. Gör ett tillräckligt stort koordinatsystem så att man kan se detaljerna. (2p)

(b) Vad har funktionen f för värdemängd? Motivera! (1p)

3. (a) I den avbildade triangeln är sidan a 6 cm, sidan b 4 cm och sidan c 3 cm. Bestäm cosinusvärdet för vinkeln α . (Du ska alltså inte ta fram själva vinkeln; den är inte en standardvinkel.)

OBS! Den avbildade triangeln är inte skalenlig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra! (2p)



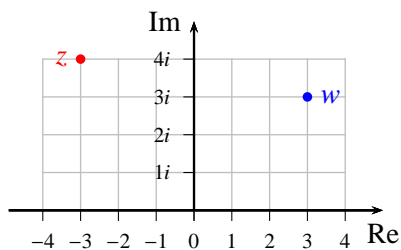
(b) Är vinkeln α spetsig (dvs. mindre än 90°), trubbig (dvs. större än 90°) eller rät? Motivera. (1p)

4. (a) Skissa kurvan $y = \log_2 x$. Koordinatsystemet måste vara graderat. (1p)

(b) Lös ekvationen $\log_2(x + 1) + \log_2(x - 1) = 3$. (4p)

Var god vänd!

5. I nedanstående komplexa talplan finns talen z och w markerade:



Beräkna eller läs ut ur bilden:

- (a) $z \cdot w$ (1p)
- (b) z/w (2p)
- (c) $|z|$ (1p)
- (d) $\arg(w)$ (1p)

Om du läser ut svaret ur bilden så skriv en förklaring till hur du såg det.

6. Lös ekvationen $|x - 1| - |x + 2| + |x - 3| = 3$. (5p)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

16.01.12 14.30–16.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3.
17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

1. (a) Skissa kurvan $y = \log_5(x)$. Koordinatsystemet måste vara graderat. (1p)
(b) Förenkla uttrycket $\log_5(75) - \log_5(0,12)$ maximalt. (2p)

2. (a) Förklara vad som menas med det *komplexa konjugatet* till ett komplext tal z . (1p)
(b) Skissa det område i det komplexa talplanet som ges av $|z + i| > 1$. (2p)

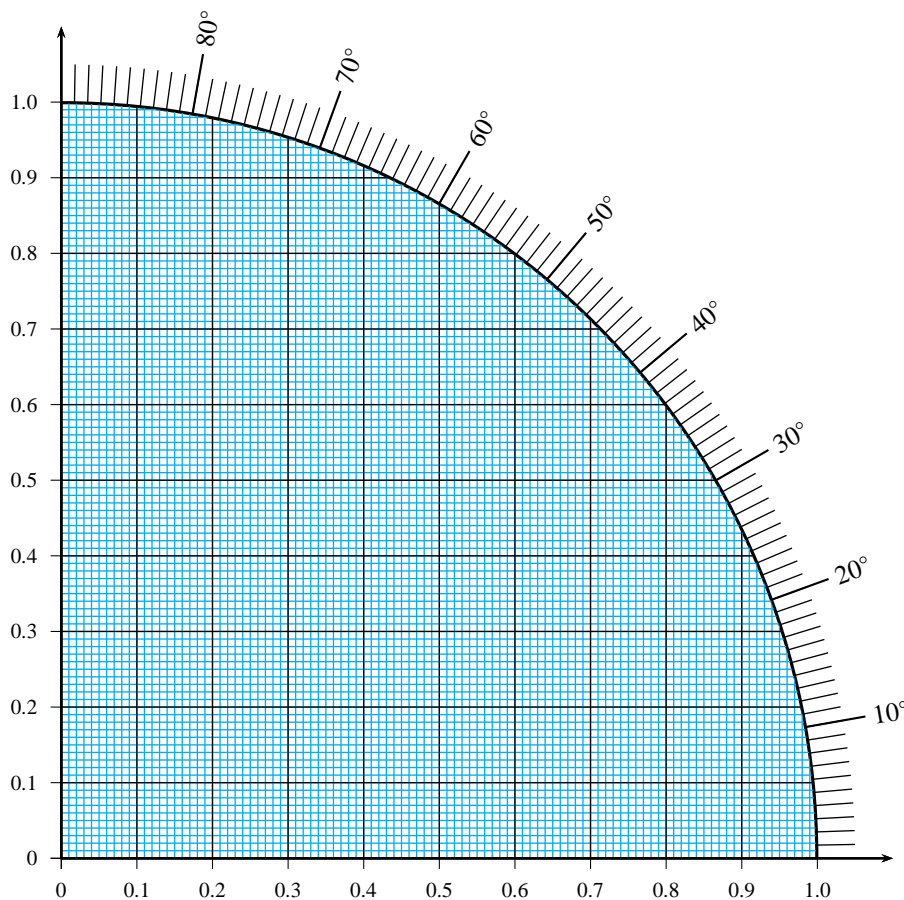
3. (a) Din kompis håller på och löser en cosinusekvation, och skriver

$$,, -\frac{1}{2} = \frac{2\pi}{3} ,,$$

Förklara för kompisens varför man inte får skriva så. (1p)

Var god vänd!

- (b) Här nedan avbildas första kvadranten av enhetscirkeln. Bestäm med hjälp av bilden och med två decimalers noggrannhet värdet på $\cos(20^\circ)$. (1p)



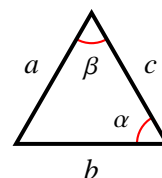
- (c) Bestäm på samma sätt $\sin(20^\circ)$ (1p)

4. (a) Skissa kurvan $y = \tan(x + \frac{\pi}{8})$. (2p)

- (b) Lös ekvationen $\tan(x + \frac{\pi}{8}) = -1$ (3p)

5. I den avbildade triangeln har sidan a längden 2 cm, sidan b har längden $\sqrt{2}$ cm och vinkeln α är 45° .

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



- (a) Bestäm vinkeln β . (2p)

- (b) Bestäm sidan c . (Svaret blir inte så snyggt, men det går att räkna ut.) (3p)

6. Lös ekvationen $|x(x - 4)| = 3x - 6$.

För full poäng fordras att lösningen klart visar att man har hittat *alla* ekvationens lösningar. (Uppgiften går att lösa med hjälp av det vi gått igenom i den här kursen, men den kan kräva viss kreativitet.) (5p)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2016.03.23 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3. 17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. Lös ekvationen $\tan(2x) = \sqrt{3}$. Svaret ska ges i radianer. (3p)

2. (a) Funktionen f definieras enligt $f(x) = |x + 3| + |x - 1| + |1 - x|$. Beräkna värdet på $f(-2)$. (1p)

(b) Din kompis håller på med att lösa ett absolutbeloppsproblem, och har skrivit följande:

$$|x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{om } x \geq 0 \\ -(x^2 - 1) & \text{om } x < 0 \end{cases}$$

Förklara för kompisens varför detta är fel, och vad det borde stå istället. (2p)

3. Visa att för alla v gäller $\cos 3v = 4 \cos^3 v - 3 \cos v$. (3p)

Du får, om du vill, utnyttja formlerna för dubbla vinkeln:

$$\begin{aligned} \sin(2\alpha) &= 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) & \cos(2\alpha) &= \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \\ & & &= 2 \cos^2(\alpha) - 1 \\ & & &= 1 - 2 \sin^2(\alpha) \end{aligned}$$

4. (a) Skissa kurvan $y = \log_4(x)$. Koordinatsystemet måste vara graderat. (1p)

(b) Lös ekvationen $\log_4(3 - x) + \log_4(-3 - x) = 2$. (4p)

Var god vänd!

5. Vi har de komplexa talen $z = -2 + \frac{1}{2}i$ och $w = 1,5 + 2i$.

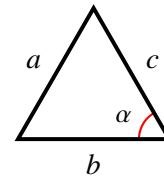
(a) Rita ett komplext talplan och markera z och w i det. (1p)

(b) Beräkna $|z - w|$. (2p)

(c) Beräkna $\left| \frac{z}{w} \right|$. (2p)

6. I den bredvidstående triangeln är längden på sidan $a = 6$ cm, längden på sidan $b = 5$ cm och längden på sidan $c = 2$ cm.

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



(a) Bestäm cosinusvärdet för vinkeln α . (Obs! Du ska inte ta fram själva vinkeln, det är ingen standardvinkel.) (2p)

(b) Förklara hur du kan vara helt säker på att sinusvärdet för vinkeln α är positivt. (1p)

(c) Bestäm sinusvärdet för vinkeln α . (2p)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2016.06.10 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3. 17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. (a) Skissa kurvan $y = \tan(x)$. x -axeln ska gå åtminstone mellan -3π och 3π , och ha gradering. (1p)

- (b) Är det korrekt att skriva

$$\alpha = \beta \quad \Rightarrow \quad \tan(\alpha) = \tan(\beta)$$

eller är det fel? Motivera! (1p)

- (c) Är det korrekt att skriva

$$\tan(\alpha) = \tan(\beta) \quad \Rightarrow \quad \alpha = \beta$$

eller är det fel? Motivera! (1p)

2. Lös ekvationen $|1 + x| = 2x + 3$. (3p)

3. Lös ekvationen $\cos(x) = \frac{1}{2}$ i intervallet $3\pi < x < 6\pi$. (3p)

4. (a) Förklara skillnaden på $\frac{\log_a(x)}{\log_a(y)}$ och $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)$. (2p)

- (b) Vilket av ovanstående två uttryck är lika med $\log_a(x) - \log_a(y)$? (1p)

- (c) Lös ekvationen $\log_x(7) = -2$. (2p)

Var god vänd!

5. Vi har de två komplexa talen $z = 2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6}))$ och $w = 3 - 3i$.

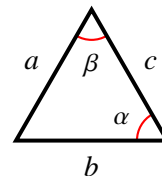
(a) Skriv z på rektangulär form. (1p)

(b) Skriv w på polär form. (2p)

(c) Beräkna z/w . Det går bra att svara både på rektangulär och på polär form. (2p)

6. I den bredvidstående triangeln är längden på sidan $a = \sqrt{6}$ cm, längden på sidan $b = \sqrt{12}$ cm och vinkeln $\alpha = 45^\circ$.

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



(a) Bestäm vinkeln β .

(b) Bestäm längden på sidan c .

Uppgiften poängsätts som en helhet.

(5p)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2016.08.18 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 24 poäng. 0–12 poäng: U. 13–16 poäng: 3.
17–20 poäng: 4. 21–24 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

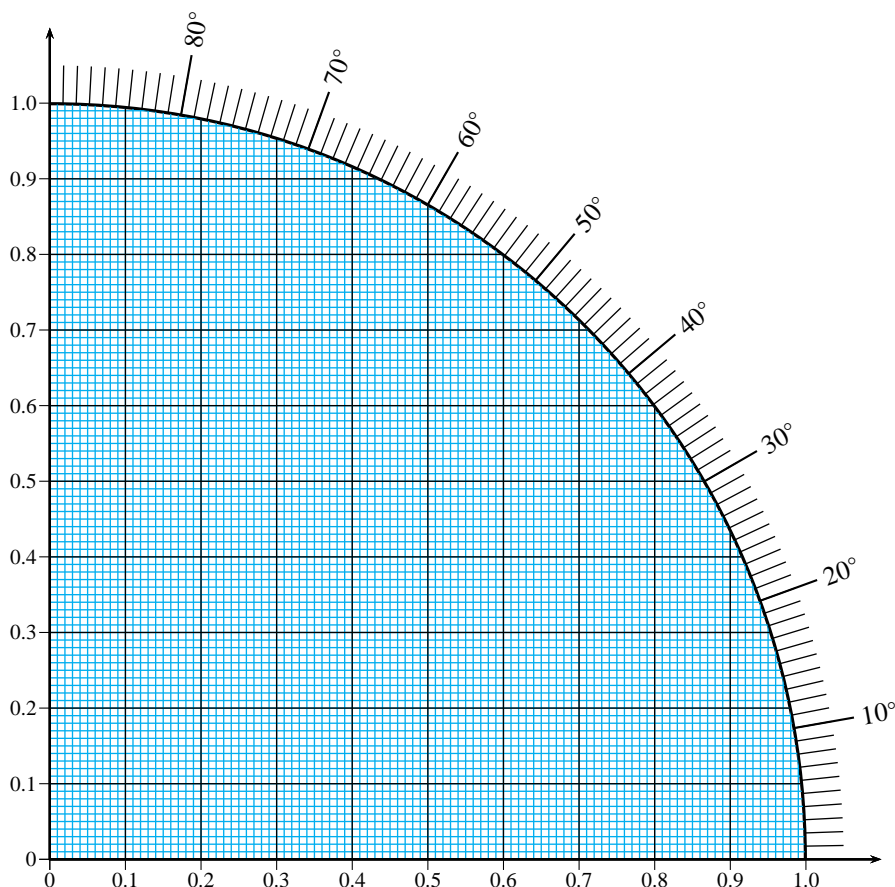
Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. (a) En vinkel α mellan 0° och 90° har sinusvärdet 0,3. Bestäm med bildens hjälp vinkeln α så noga du kan. (1p)



- (b) En vinkel β mellan 90° och 180° har cosinusvärdet $-0,6$. Bestäm vinkeln β så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)

Var god vänd!

2. Lös ekvationen $4 \sin^2(x) - 14 \sin(x) + 6 = 0$ (3p)

Tips: Använd substitution.

3. Om det komplexa talet z vet vi följande två saker:

(1) $\operatorname{Re}(z) = -5$

(2) $\arg(z) = -\frac{2\pi}{3}$

(a) Ange talet z på polär form.

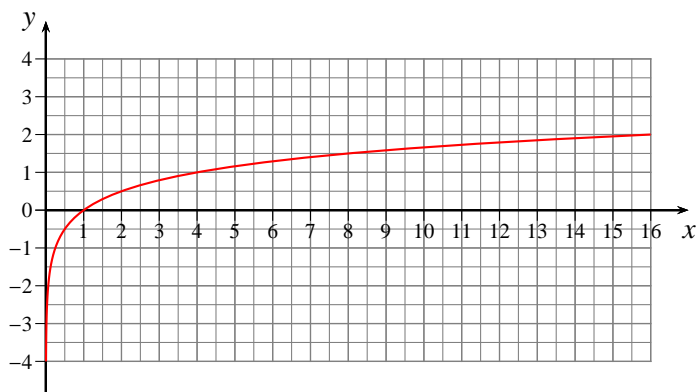
(b) Ange talet z på rektangulär form.

(Vi har inte tagit upp någon uppgift som ser exakt ut så här i undervisningen, men den går att lösa med hjälp av de saker som vi *har* tagit upp.)

Uppgiften poängsätts som en helhet. (3p)

4. (a) Om man skriver $y = \log_a(x)$, exakt vad menar man? (Vi vill alltså ha definitionen av logaritm.) (1p)

(b) Här är kurvan $y = \log_a(x)$:



Vad har a för värde, och hur avgör du det? (1p)

(c) Förenkla $\log_5(100) - 5 \cdot \log_5(2) + \log_5(8)$ maximalt. (3p)

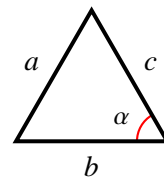
5. (a) Lös olikheten $|x + 2| > 4 \cdot |x - 4|$. (3p)

(b) Rita en figur som illustrerar lösningen, och förklara hur figuren ska tolkas. (Om du ritade en figur då du löste (a)-uppgiften så går det bra att markera den och skriva dit en förklarande text.) (2p)

Fortsättning på nästa papper!

6. I den bredvidstående triangeln är längden på sidan $a = \sqrt{20}$ cm, längden på sidan $b = 6$ cm och vinkeln $\alpha = 45^\circ$.

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



- (a) Bestäm längden på sidan c . (3p)
- (b) Rita upp triangeln. Ritningen vara så korrekt som det är möjligt att få den med hjälp av papper, penna och någon form av linjal. (Använd kanten på skrivningsomslaget om du inte har någon linjal med dig.)
- Obs! Detta är fullt möjligt att göra även om man inte lyckats lösa (a)-uppgiften! (2p)



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2016.11.02 14.40–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Daniel Andrén, som nås på telefon 021–15 17 32

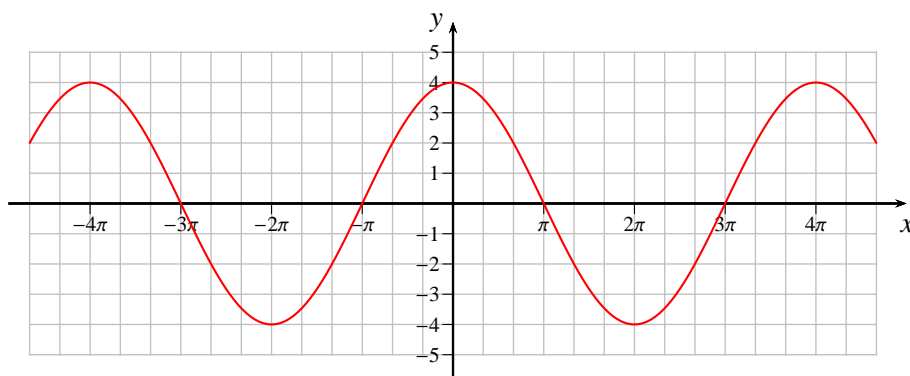
Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. Här är kurvan $y = f(x)$.



Skriv upp en formel för funktionen f . Förklara också hur du resonerar för att få fram formeln. (3p)

2. Vi har de två komplexa talen $z = \sqrt{2} \cdot (\cos(\frac{3\pi}{4}) + i \sin(\frac{3\pi}{4}))$ och $w = 2 \cdot (\cos(\pi) + i \sin(\pi))$.

(a) Rita ett komplext talplan, och markera z och w i detta. (1p)

(b) Beräkna $z \cdot w$. Svaret kan ges på antingen rektangulär eller polär form. (2p)

Var god vänd!

3. Visa att för alla v gäller $\sin 4v = 4 \sin v \cos v - 8 \sin^3 v \cos v$. (3p)

Du får, om du vill, utnyttja formlerna för dubbla vinkeln:

$\begin{aligned}\sin(2\cdot\alpha) &= 2\cdot\sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha) \\ \cos(2\cdot\alpha) &= \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \\ &= 2\cdot\cos^2(\alpha) - 1 \\ &= 1 - 2\cdot\sin^2(\alpha)\end{aligned}$
--

4. (a) Förenkla $\log_9(20) - \log_9(12) - \log_9(15)$ maximalt. (2p)

- (b) Lös olikheten $\log_2(x^2) \leq 0$. (3p)

(Uppgiften går att lösa med hjälp av de saker vi tagit upp i kursen, men kan fordra viss kreativitet.)

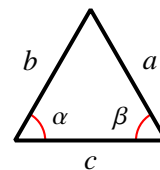
5. (a) Vad menas med *absolutbeloppet* av ett reellt tal x ? (1p)

- (b) Vad menas med *absolutbeloppet* av ett komplext tal z ? (1p)

- (c) Lös ekvationen $|x - \frac{1}{3}| = |x + \frac{1}{2}|$. (x är ett reellt tal.) (3p)

6. I bredvidstående triangel har sidan a längden $\sqrt{32}$ cm, sidan b har längden 5 cm och cosinusvärdet för vinkeln α är $\frac{3}{5}$.

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



- (a) Bestäm längden på sidan c .

- (b) Bestäm vinkeln β .

Uppgiften poängsätts som en helhet. (5p)

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2017.01.10 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

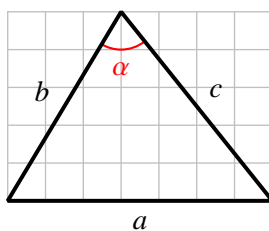
1. (a) Vi vet att $\frac{1}{2}\pi < \alpha < \pi$ och att $\sin(\alpha) = 0,3$. Vad är $\cos(\alpha)$? (1p)

(b) Vi vet att $0^\circ < \beta < 90^\circ$ och att $\tan(\beta) = 3$. Vad är $\sin(\beta)$? (2p)

2. Skriv som *en* logaritm: $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + \frac{2}{3} \ln(x^2 - 1)^{3/4}$ (3p)

(Du kan utgå från att alla deluttryck är definierade. ”ln” är logaritmen i basen e.)

3. Här har vi en triangel:



Rutorna är 5×5 mm, och triangelns hörn ligger exakt där linjerna skär varandra. Bestäm $\cos(\alpha)$. Räkna exakt.

Observera att du ska ta fram *cosinusvärdet*, inte själva vinkeln! (Om du inte kan lösa problemet exakt så ger en god approximativ uppskattning delpoäng.) (3p)

Var god vänd!

4. Vi har de två komplexa talen $z = -2i$ och $w = -4 + 3i$. Bestäm

- (a) \bar{z} (1p)
 (b) $\frac{z}{w}$ (2p)
 (c) $|w|$ (1p)
 (d) $\arg(z)$ (1p)

Beräkning eller motivering krävs för poäng.

5. (a) Skissa kurvan $y = \tan(\frac{1}{2} \cdot x)$. x -axeln ska gå åtminstone mellan -3π och 3π , och ha gradering. (1p)
 (b) Lös ekvationen $\tan(\frac{1}{2} \cdot x) = -\sqrt{3}$. (3p)
 (c) Förklara hur man med hjälp av bilden i (a) kan se att svaret på (b) är rimligt. (1p)

Använd radianer i samtliga deluppgifter.

6. (a) Din kompis håller på att lösa ekvationen

$$|x - 2| = |3 \cdot x + 4| - 5$$

och har falluppdelat beräkningen så här:

Fall 1:

$$\begin{aligned} x - 2 &= (3 \cdot x + 4) - 5 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Fall 2:

$$\begin{aligned} x - 2 &= -(3 \cdot x + 4) - 5 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Fall 3:

$$\begin{aligned} -(x - 2) &= (3 \cdot x + 4) - 5 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Fall 4:

$$\begin{aligned} -(x - 2) &= -(3 \cdot x + 4) - 5 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Förklara för kompisens vad som är fel med det här. Du ska inte förklara vad man ska göra istället; det är nästa uppgift, utan du ska klargöra vad som är problematiskt. (2p)

(b) Lös ekvationen

$$|x - 2| = |3 \cdot x + 4| - 5$$

på ett snyggt och tydligt sätt, så att kompisens ser hur man ska göra. (3p)

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
 För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.
 (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
 För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2017.06.07 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. Vi har de komplexa talen $z = 7 - 3i$ och $w = 5i$. Beräkna, och förenkla maximalt:

(a) $z \cdot w$ (1p)

(b) z/w (2p)

2. Bestäm värdet på $\cos(15^\circ)$.

För full poäng fordras ett exakt svar, men du kan få delpoäng för en bra approximation (det vill säga: en ungefärlig uppskattning). (3p)

3. Lös ekvationen

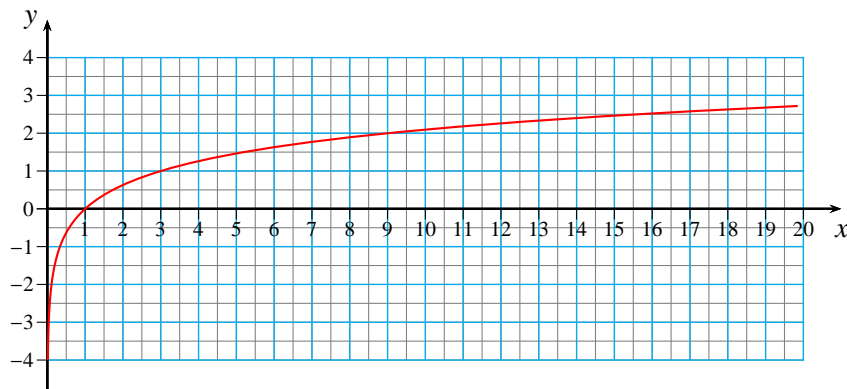
$$|x - 1| + |x - 2| = 3 \quad (3p)$$

4. (a) Rita kurvan $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ i ett graderat koordinatsystem. x -axeln ska gå åtminstone mellan -3π och 3π , och kurvan ska ritas med omsorg. (1p)

(b) Lös ekvationen $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$. (3p)

(c) Förklara hur man med hjälp av den ritade kurvan kan se att de beräknade lösningarna är korrekta. (1p)

5. (a) Här är kurvan $y = \log_a(x)$:



Vad har a för värde, och hur avgör du det?

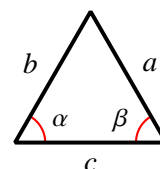
(1p)

- (b) Lös ekvationen $\log_2(2 - x) + \log_2(4 - x) = 3$

(4p)

6. I bredvidstående triangel har sidan a längden $\sqrt{18}$ cm, sidan b har längden 5 cm och cosinusvärdet för vinkeln α är $4/5$.

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttiktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



- (a) Bestäm längden på sidan c .

- (b) Bestäm vinkeln β .

Uppgiften poängsätts som en helhet.

(5p)

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa?

(1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2017.08.16 08.30–11.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

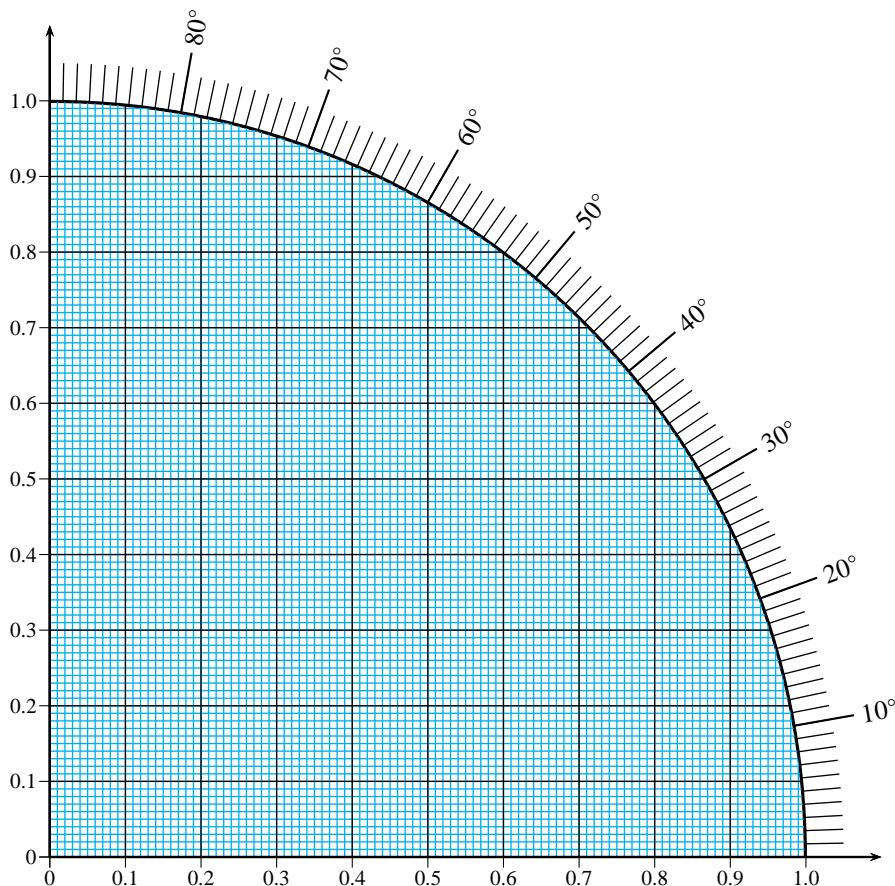
Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

1. (a) Bestäm med hjälp av bilden $\sin(10^\circ)$ så noga du kan.

(1p)



(b) En vinkel β mellan 270° och 360° har cosinusvärdet 0,4. Bestäm med bildens hjälp vinkeln β så noga du kan, och förklara hur du gör.

(2p)

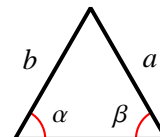
2. Lös olikheten $4 - |x + 1| > |x - 2|$ (3p)

3. Vi har det komplexa andragradspolynomet $z^2 + (2 - 8i) \cdot z - (23 + 2i)$. Ett av polynomets nollställen är $2 + 3i$. Vad är det andra nollstället?

(Uppgiften går att lösa med det vi gjort i kursen, men kan kräva viss kreativitet.) (3p)

4. I bredvidstående triangel är sidan a 6 cm, sida b 5 cm, och cosinusvärdet för vinkeln α är $-7/25$.

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



- (a) Bestäm sinusvärdet för vinkeln α . (2p)
 (b) Bestäm sinusvärdet för vinkeln β . (2p)
 (c) Är vinkeln β spetsig (mindre än 90°), trubbig (större än 90°) eller rät? Motivera! (1p)

5. (a) Om man skriver $y = \log_a(x)$, exakt vad menar man? (Vi vill alltså ha definitionen av logaritm.) (1p)

- (b) Vad är den *naturliga logaritmen* för något? (1p)

- (c) Lös ekvationen $2^x \cdot 4^{1-x} = 5^{2-x}$ (3p)

6. (a) Rita kurvan $y = \sin(3 \cdot x)$ i ett graderat koordinatsystem. Rita med omsorg! (1p)

- (b) Vad har $\sin(3 \cdot x)$ för period? Motivera! (1p)

- (c) Visa att för alla v gäller $\sin(3 \cdot v) = 3 \cdot \sin(v) - 4 \cdot \sin^3(v)$. (3p)

Du får, om du vill, utnyttja formlerna för dubbla vinkeln:

$\begin{aligned} \sin(2 \cdot \alpha) &= 2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \\ \cos(2 \cdot \alpha) &= \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \\ &= 2 \cdot \cos^2(\alpha) - 1 \\ &= 1 - 2 \cdot \sin^2(\alpha) \end{aligned}$
--

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2017.10.31 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

1. (a) Skissa kurvan $y = \log_3(x)$. Koordinatsystemet måste vara graderat. (1p)

(b) Bestäm $2 \cdot \log_3(81) - 3 \cdot \log_3(27)$ (2p)

2. Är följande implikationer sanna eller falska? (Motivering behövs ej.)

(a) $\cos(\alpha) = \cos(\beta) \Rightarrow \alpha = \beta$ (1p)

(b) $\ln(a) = \ln(b) \Rightarrow a = b$ (1p)

(c) $|a| = |b| \Rightarrow a = b$ (1p)

3. I en rätvinklig triangel har en av vinklarna sinusvärdet $\frac{8}{17}$ och den närliggande kateten har längden 30 cm. Bestäm längderna på triangelns övriga sidor.

(Om du inte kan ta fram det exakta svaret så ger ett ungefärligt svar delpoäng.) (3p)

4. Vi har de två komplexa talen $z = -4$ och $w = 6 \cdot (\cos(\frac{2\pi}{3}) + i \sin(\frac{2\pi}{3}))$.

(a) Skriv z på polär form. (2p)

(b) Skriv w på rektangulär form. (1p)

(c) Beräkna z/w . Det går bra att svara både på rektangulär och på polär form, men svaret ska vara maximalt förenklat. (2p)

Beräkning eller motivering krävs!

Var god vänd!

5. (a) Lös ekvationen $|1 + x| + 2 \cdot |3 - x| = 4$ (3p)
(b) Lös olikheten $|1 + x| + 2 \cdot |3 - x| > 4$ (2p)

6. Hitta de lösningar till ekvationen $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ som ligger i intervallet $[0, 2\pi]$. (5p)

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2018.01.10 14.40–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

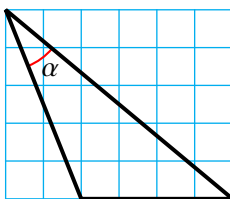
1. Vi har de komplexa talen $z = -6 + 10i$ och $w = 2,5 + 1,5i$. Beräkna

(a) $z \cdot w$ (1p)

(b) z/w (2p)

Svaren ska vara maximalt förenklade. Även ”slarvfel” räknas som fel.

2. Bestäm cosinusvärdet för vinkeln α i triangeln nedan. (Svaret är inte så snyggt, men det går att räkna ut.)



Om du inte kan bestämma värdet exakt så ger en god approximation delpoäng. (3p)

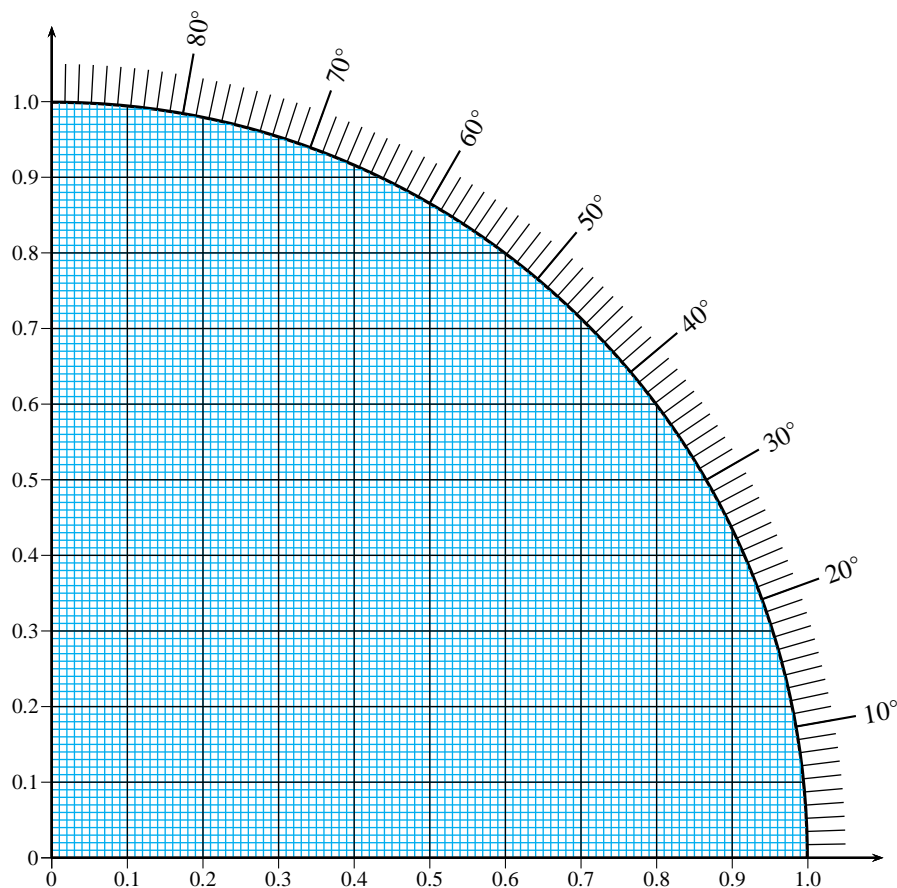
3. Bestäm följande tal. Om du inte kan bestämma ett tal exakt så ange ett intervall som det ligger i.

(a) $\log_5(625)$ (1p)

(b) $\log_{1/3}(27)$ (1p)

(c) $\log_2(1000)$ (1p)

Var god vänd!



4. (a) Bestäm med bildens hjälp $\cos(40^\circ)$ så noga du kan. (1p)
- (b) En vinkel β mellan 90° och 180° har sinusvärdet 0,45. Bestäm med bildens hjälp vinkeln β så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
- (c) En vinkel γ mellan 0° och 90° har tangensvärdet 3. Bestäm med bildens hjälp vinkeln γ så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
5. (a) Vad menas med absolutbeloppet av ett reellt tal x ? (Vi är ute efter definitionen.) (1p)
- (b) Vad menas med absolutbeloppet av ett komplext tal $z = a + bi$? (a och b är realdelen respektive imaginärdelen för z .) (1p)
- (c) Ett reellt tal är ju ett komplext tal med imaginärdelen 0. Om man ska beräkna beloppet, blir det någon skillnad om man gör det med hjälp av definitionen i uppgift (a) eller med definitionen i uppgift (b)? Förklara! (1p)
- (d) Lös olikheten $|x - 3| < 2$. (x är ett reellt tal.) (2p)
6. (a) Skissa kurvan $y = \sin^2(x)$ i ett graderat koordinatsystem. (2p)
- (b) Lös ekvationen $\sin^2(x) = 1$ fullständigt. (Går att göra även om du inte löst a-uppgiften.) (3p)
- Använd radianer i båda uppgifterna.

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

(a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

(b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2018.05.29 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

1. (a) Räkna om vinkeln 108° till radianer. Förenkla svaret maximalt. (1p)

(b) För vinkeln α gäller att $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ och att $\cos(\alpha) = 0,75$. Är α större än 45° eller mindre än 45° ? Motivera! (1p)

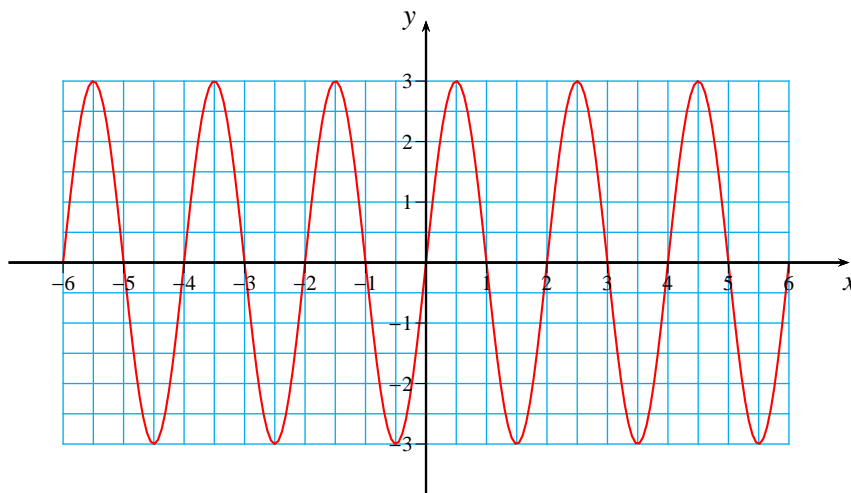
(c) Din kompis håller på med ett trigonometriskt problem, och skriver

$$-45^\circ = 315^\circ \quad \text{☠}$$

Förklara för din kompis varför det är fel att skriva så. (1p)

2. Lös ekvationen $(\ln(x))^2 = \ln(x^2)$. (3p)

3. Här är kurvan $y = f(x)$.



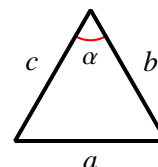
Skriv upp en formel för funktionen f . Förklara också hur du resonerar för att få fram formeln. (3p)

Var god vänd!

4. (a) Lös ekvationen $|6 - x| = 2 \cdot x + 3$. (3p)
- (b) Rita en illustration till lösningen. Förklara också vad illustrationen föreställer. (2p)

5. I bredvidstående triangel är längden på sidan a $\sqrt{17}$ cm, sida b 5 cm, och vinkeln α är 45° .

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



- (a) Bestäm längden på sidan c . (3p)
- (b) Rita upp triangeln så exakt som möjligt. (Utnyttja rutnätet på pappret för mätning och kanten på skrivningsomslaget för att rita rakt om du inte har linjal med dig.) Detta går att göra även om man inte har löst (a)-uppgiften. (2p)

6. Vi har talet $z = -1 + \sqrt{3}i$.

- (a) Beräkna $\frac{1}{z}$. (2p)
- (b) Beräkna z^3 . (3p)

Svaret kan ges på valfri form.

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
- För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
- För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2018.08.13 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

1. En trigonometrisk ekvation har lösningsmängden

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + n \cdot 2 \cdot \pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

Skriv upp ekvationen. (Det finns flera möjliga svar, men ett av dem är betydligt enklare än de övriga.) Förklara hur du resonerar. (Du kan behöva använda din kreativitet.) (3p)

2. (a) Illustrera lösningsmängden till följande problem i det komplexa talplanet:

$$\operatorname{Re}(z) \geq -3,5 \quad (1p)$$

(b) Räkna om detta tal till polär form: $w = \frac{\sqrt{27}}{2} - \frac{9}{2}i$ (2p)

3. Visa att följande gäller för alla vinklar v : $\tan(\pi - v) = -\tan(v)$ (3p)

4. (a) Om man säger att $a = \log_2(b)$, exakt vad menar man? (Vi söker alltså definitionen av logaritm.) (1p)

(b) Skissa kurvan $y = \log_2(x)$ (1p)

(c) Bestäm värdet på $(\log_2(8))^2$ (1p)

(d) Bestäm värdet på $\log_2(8^2)$ (1p)

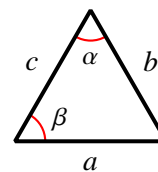
(e) Vilket av ovanstående uttryck är lika med $2 \cdot \log_2(8)$? (1p)

5. Lös följande ekvation: $|x^2 - 4| = -x^2 + 5 \cdot x - 1$. (5p)

Var god vänd!

6. I bredvidstående triangel är längden på sidan a $\sqrt{8}$ cm, längden på sida b $\sqrt{5}$ cm, och sinusvärdet för vinkeln α är $2/\sqrt{5}$.

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



- (a) Bestäm vinkeln β .
- (b) Bestäm längden på sidan c .

Uppgiften bedöms som en helhet.

(5p)

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2018.11.06 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

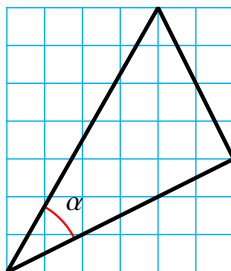
Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. Bestäm cosinusvärdet för vinkeln α i den nedan avbildade triangeln:



(3p)

2. Lös följande ekvation: $\tan(x) = \tan^2(x)$ (3p)

3. Du vet att $\sin(\beta) = 3/5$ och att $0^\circ < \beta < 90^\circ$. Vad är $\sin(2\beta)$? (Kan du inte ta fram ett exakt svar så försök ta fram ett ungefärligt.) (3p)

4. $z = 2,5 + 6i$, $w = 3 - 3i$. Bestäm på maximalt förenklad form

(a) $\operatorname{Im}(w)$ (1p)

(b) $\frac{z}{w}$ (2p)

(c) $|z|$ (1p)

(d) $\arg(w)$ (1p)

Även ”slarvfel” räknas som fel.

Var god vänd!

5. (a) Skriv som en absolutbeloppsolikhet av typ $|x - d| < e$:

$$-\frac{4}{3} > x > -\frac{8}{3} \quad (2p)$$

- (b) Illustrera ovanstående på tallinjen. (1p)

- (c) Förklara i stora drag hur man ska arbeta då man löser ett problem som innehåller flera olika absolutbeloppsuttryck. Tänk dig att du sitter på högskolebussen och förklarar för en kurskamrat som missat föreläsningen. Lagom mängd text är (med normalstor handstil) ungefär en halv sida. (2p)

6. (a) Skissa kurvan $y = \log_4(x)$. (1p)

- (b) Lös ekvationen $\log_4(1 - x) + \log_4(4 - x) = 1$ (4p)

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2019.01.16 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

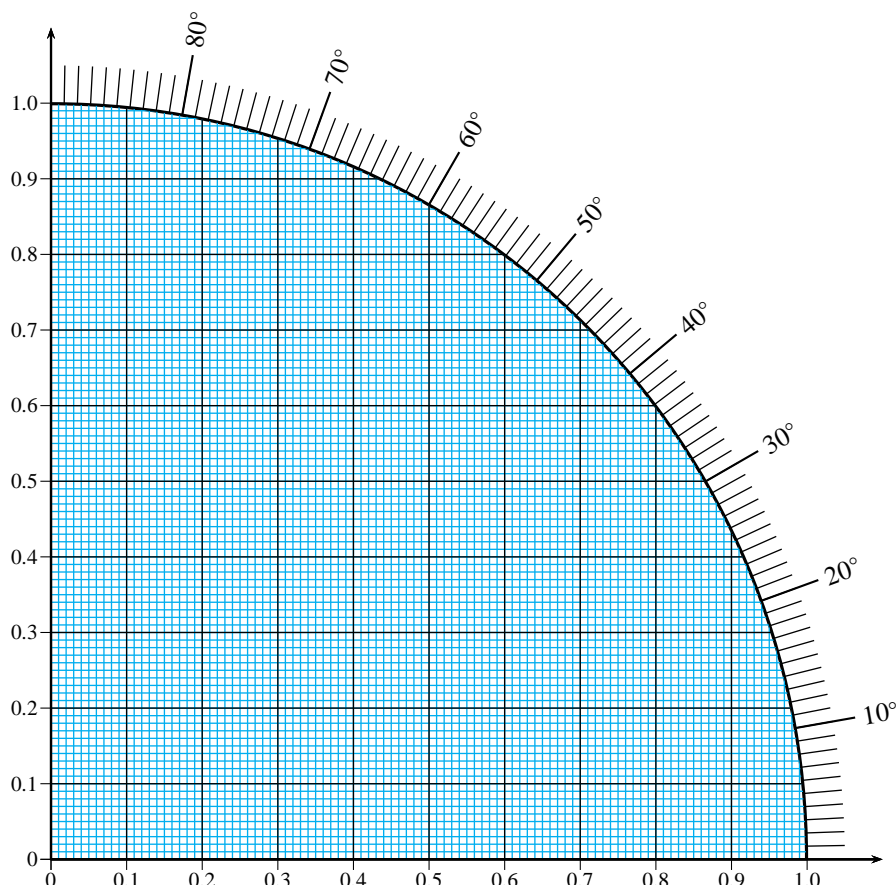
Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1.



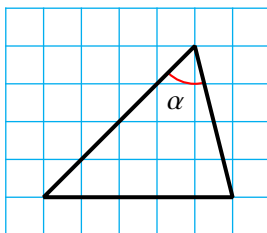
(a) Bestäm med bildens hjälp $\cos(25^\circ)$ så noga du kan. (1p)

(b) En vinkel β mellan 0° och 90° har tangensvärdet 4. Bestäm med bildens hjälp vinkeln β så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)

2. Ett av nollställena till $p(z) = z^3 + z^2 - 7z + 65$ är $2 - 3i$. Bestäm samtliga nollställena. (3p)

3. Förenkla $\frac{\log_5(81)}{4} - \log_5(30) + \frac{\log_5(8)}{3}$ maximalt. (3p)

4. Du och din kompis har fått i uppdrag att bestämma sinusvärdet för vinkeln α i den nedan avbildade triangeln:



- (a) Ni börjar planera arbetet:

”Vi kan nog lösa den om vi tänker lite,” säger kompisens.

”OK,” säger du.

”Vi kan börja med att sätta namn på sidorna. Den i botten, som står emot vinkeln α , får heta a , och så får den till höger heta b och den till vänster heta c ,” säger kompisens.

”OK,” säger du.

”Det verkar smart att mäta i rutlängder, för sidan a är 2,5 cm, och decimaler är jobbigt att räkna med,” säger kompisens.

”OK,” säger du.

☠ ”Och då har sidan b längden 4 rutor, för den går upp fyra steg,” säger kompisens.

”STOPP!” säger du.

Förklara för kompisens varför det där sista var fel. (Det räcker inte att bara säga hur det ska vara, utan du måste förklara varför detta inte stämmer.) (1p)

- (b) Bestäm längden på sida b exakt. (1p)

- (c) Bestäm sinusvärdet. (3p)

(Full poäng för exakt svar, delpoäng för god approximation.)

5. (a) Förklara vad som menas med *absolutbeloppet* av ett reellt tal x . (Vi söker alltså definitionen.) (1p)

- (b) Förklara vad som menas med *absolutbeloppet* av ett komplext tal z . (Vi söker alltså definitionen.) (1p)

- (c) Förklara vad som menas med *argumentet* för ett komplext tal z . (Vi söker alltså definitionen.) (1p)

- (d) Lös olikheten $|x - \frac{1}{2}| < \frac{1}{4}$. Utgå från att x är reell. (2p)

6. (a) Lös ekvationen $\cos(3 \cdot x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, med bivillkoret att $\pi < x < 2\pi$. (4p)
- (b) Rita en illustration som har med lösningen att göra. (Om du gjorde en medan du löste (a)-uppgiften så går det bra att peka på den.) (1p)
7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:
- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.
- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2019.03.29 08.30–11.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. Lös ekvationen $|x - 2| = \frac{|x|}{2}$. (3p)

2. För vilka värden på a har ekvationen $\sin(x) = a$, $x \in [0, 3\pi)$ precis

(a) ingen lösning?

(b) en lösning?

(c) två lösningar?

(d) tre lösningar?

(e) fyra lösningar?

(f) minst fem lösningar?

Motivera! Uppgiften bedöms som en helhet. (3p)

3. Det komplexa talet z uppfyller följande två saker: $\operatorname{Im}(z) = -3$ och $|z| = 6$. Vad är talet z ? (3p)

4. (a) Vad har tangensfunktionen för period? (1p)

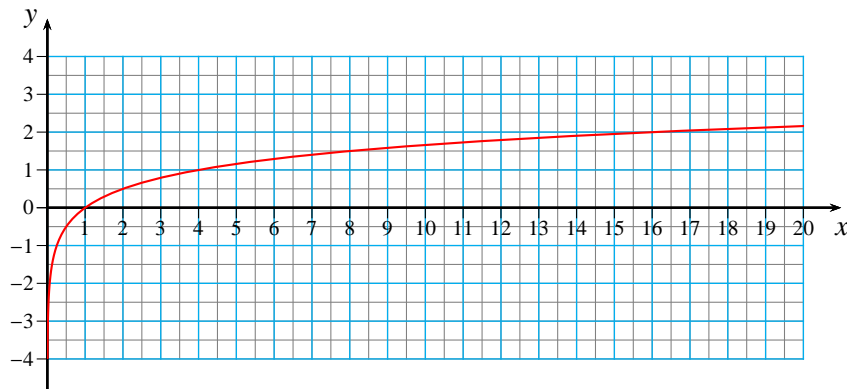
(b) Rita en vinkel med tangensvärdet $\frac{2}{3}$. (2p)

(c) Vinkeln α uppfyller att $\pi/2 < \alpha < \pi$ och att $\sin(\alpha) = \frac{3}{7}$. Bestäm $\tan(\alpha)$.
(Svaret är inte så snyggt, men det går att räkna ut.) (2p)

Var god vänd!

5. (a) Om man säger att $y = \log_a(x)$, exakt vad menar man? (Vi söker alltså definitionen av logaritm.) (1p)

(b) Här är kurvan $y = \log_a(x)$:



Vad har a för värde, och hur avgör du det? (1p)

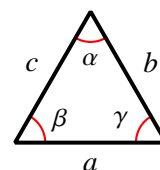
- (c) Förklara vad det är för skillnad på $\log_a(\frac{x}{y})$ och $\frac{\log_a(x)}{\log_a(y)}$.

(Förklaringen ska vara sådan att en kurskamrat kan förstå den.) (2p)

- (d) Vilket av de två uttrycken ovan är lika med $\log_a(x) - \log_a(y)$? (1p)

6. I den avbildade triangeln har sidan a längden $2\sqrt{2}$ cm, längden på sidan b är 4 cm och vinkeln α är 30° . Bestäm övriga sidor och vinklar i triangeln. (Der är inte alla värdena som är så vackra, men de går att räkna ut.)

OBS! Den avbildade triangeln är inte skalenlig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra! (5p)



7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2019.06.04 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. (a) Du och din kompis pluggar tillsammans, och tittar på definitionen av absolutbelopp:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{om } x \geq 0 \\ -x & \text{om } x < 0 \end{cases}$$

”Men minus x är ju negativt!” säger kompisen. ”Var det inte meningen att belopp skulle vara positiva?”

Förklara för kompisen var hen har tänkt fel. (Det är meningen att kompisen ska förstå förklaringen!) (1p)

- (b) Lös olikheten $|x + 2,5| > 0,5$. (2p)

2. En triangel är ritad i ett ortonormerat koordinatsystem. Hörn A har koordinaterna $(-1, -3)$, hörn B har koordinaterna $(2, -2)$ och hörn C har koordinaterna $(2, 3)$. Bestäm vinkeln vid hörn A .

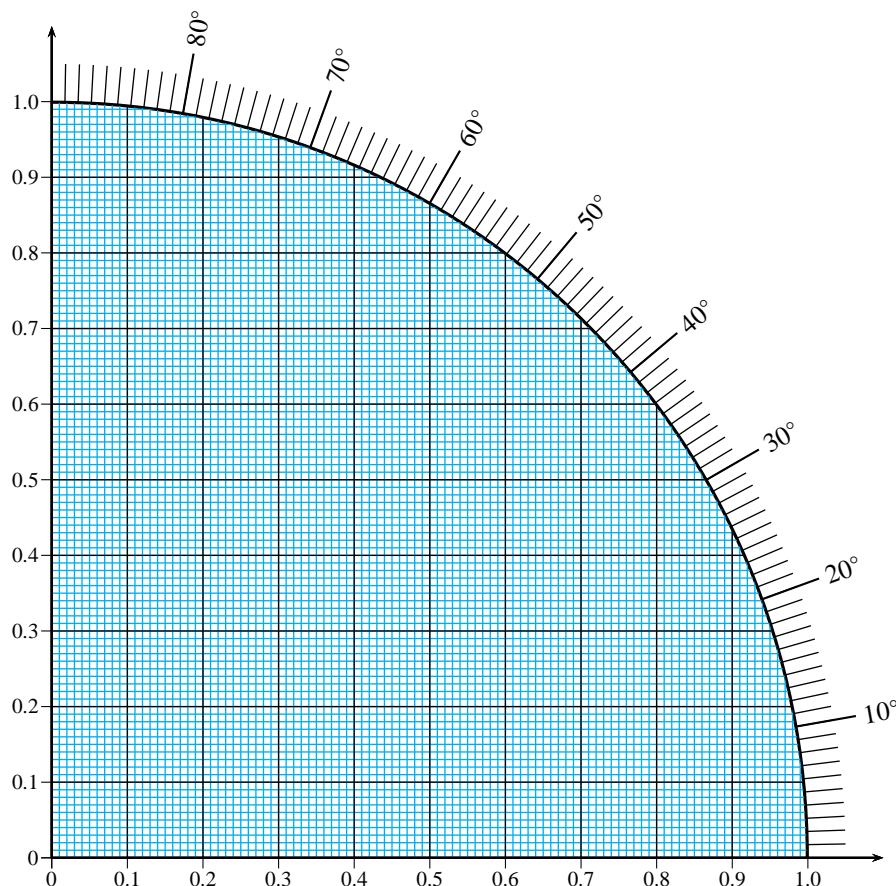
Uppgiften går att lösa med hjälp av det som tagits upp i kursen, men du kan behöva tänka självständigt. För full poäng krävs en beräkning eller annan matematisk motivering; delpoäng för korrekt svar erhållet utan detta. (3p)

3. Lös följande ekvation: $\log_{100}(5 - x) = \log_{100}(x - 4)$. (3p)

4. (a) Rita kurvan $y = 4 + 3 \cdot \sin(2 \cdot x)$. Rita med omsorg. Koordinatsystemet måste vara graderat. (2p)

- (b) Lös ekvationen $4 + 3 \cdot \sin(2 \cdot x) = 1$. (3p)

Var god vänd!



5. (a) Bestäm med bildens hjälp $\sin(55^\circ)$ så noga du kan. (1p)
- (b) En vinkel β mellan 180° och 270° har cosinusvärdet $-0,9$. Bestäm med bildens hjälp vinkeln β så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
- (c) En vinkel γ mellan 0° och 90° har tangensvärdet $1/5$. Bestäm med bildens hjälp vinkeln γ så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)

6. $z = 20 - 20i$, $w = 30 + 40i$. Bestäm på maximalt förenklad form

- (a) $z \cdot w$ (1p)
- (b) $\frac{w}{z}$ (2p)
- (c) $\arg z$ (1p)
- (d) $|w|$ (1p)

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2019.08.16 08.30–11.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. Ange det exakta värdet på följande, och förklara kort hur du tänkte. (En bild är en fungerande förklaring.)

(a) $\sin(-60^\circ)$ (1p)

(b) $\cos(\frac{5\pi}{4})$ (1p)

(c) $\tan(330^\circ)$ (1p)

2. (a) Funktionen f definieras enligt $f(x) = |x+1| - 2 \cdot x - |x-3|$. Rita kurvan $y = f(x)$.

(b) Lös ekvationen $|x+1| - 2 \cdot x - |x-3| = -2$.

Uppgiften bedöms som en helhet. (3p)

3. Förklara på valfritt sätt varför sambandet $\cos(\alpha) = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ gäller för alla vinklar α . (3p)

4. (a) Utgå från att a , b och c är reella tal större än 1, och att a är större än b .

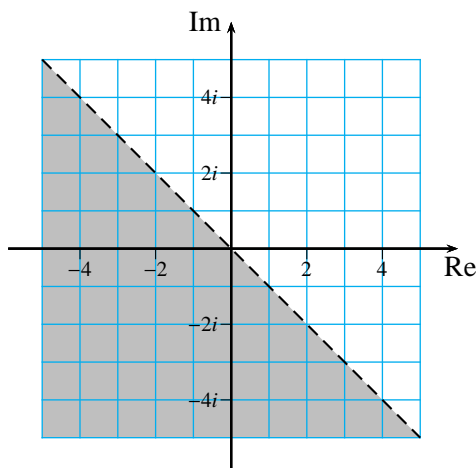
Vilket tal är störst, $\log_a(c)$ eller $\log_b(c)$? Motivera! (2p)

(b) Förenkla $\log_{100}(15) - 3 \cdot \log_{100}(3) + \log_{100}(18)$ maximalt. (3p)

Var god vänd!

5. (a) Skriv talet $3 \cdot (\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))$ på rektangulär form. (1p)
- (b) Skriv talet $-5i$ på polär form. (1p)
- (c) Illustrera lösningsmängden till följande problem i det komplexa talplanet:

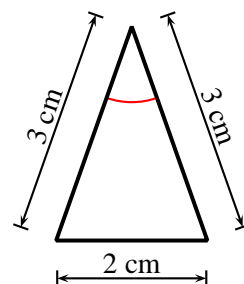
$$\operatorname{Im}(z) < \frac{4}{3}$$
 (1p)
- (d) Skriv en ekvation eller olikhet, där lösningsmängden motsvarar det gråmarkerade området i bilden: (2p)



6. (a) Du och din kompis ska bestämma tangensvärdet för den markerade vinkeln i triangeln. Din kompis säger:

☠ "Det är enkelt. Tangens är motstående genom närliggande, så det blir $\frac{2}{3}$."

Förklara för din kompis varför det där inte är rätt. (Det räcker inte att säga "för man ska göra så här istället", utan du måste klargöra varför kompisens förslag inte fungerar.) (1p)



- (b) Kompisen måste nu gå, men du lovar att skriva ut en korrekt lösning av uppgiften, med så mycket förklaringar att kompisen kan förstå den. Gör det! (4p)
- För full poäng måste lösningen vara korrekt, och verka möjlig för en kurskamrat att förstå. (Det räcker inte att läraren kan förstå den!)

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
- För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
- För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2019.11.05 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Thomas Westerback, som nås på telefon 021–10 70 08

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. Vi har talen $z = 4 \cdot (\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$ och $w = -4i + 4$.

(a) Skriv z på rektangulär form. (1p)

(b) Skriv w på rektangulär form. (1p)

(c) Beräkna $z \cdot w$ på valfri form. (1p)

2. Ange för vilka tal följande är sant:

(a) $\log_2(x^2) = 2 \cdot \log_2(x)$ (1p)

(b) $|y| > y$ (1p)

(c) $z = \bar{z}$ (1p)

Endast svar erfordras.

3. Lös ekvationen $\sin^2(x) = \frac{3}{4}$ (3p)

4. (a) Förklara vad som menas med *beloppet* av ett reellt tal x . (Vi vill alltså ha definitionen.) (1p)

(b) Förklara vad som menas med fem-logaritmen för ett reellt tal x . (1p)

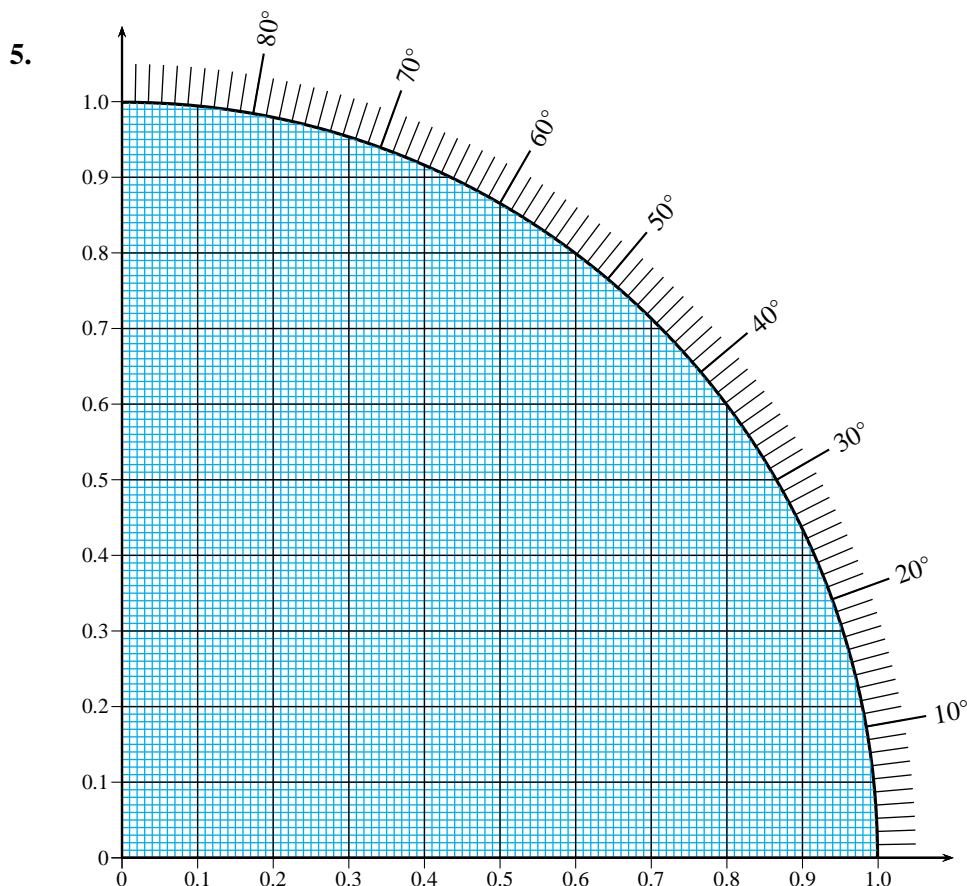
(c) Lös ekvationen $\log_5(x) = 2$. (1p)

(d) Lös ekvationen $\log_5(|y|) = 2$. (1p)

(e) Lös ekvationen $|\log_5(z)| = 2$. (1p)

Samtliga deluppgifter går att lösa med hjälp av det vi gått igenom i kursen, men en del av dem kan kräva att du funderar lite själv på hur du ska tillämpa kunskaperna.

Var god vänd!

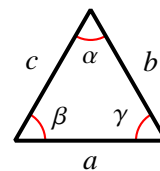


- (a) Vinkeln α uppfyller $\sin(\alpha) = 0,25$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Bestäm med bildens hjälp α så noga du kan. (1p)
- (b) Bestäm med bildens hjälp $\cos(230^\circ)$ så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
- (c) Vinkeln γ uppfyller $\tan(\gamma) = 0,5$, $180^\circ < \gamma < 270^\circ$. Bestäm med bildens hjälp γ så noga du kan och förklara hur du gör. (2p)

6. I bredvidstående triangel har sidan a längden 4 cm, sidan b längden $\sqrt{8}$ cm, och vinkeln α är 135° . Bestäm övriga sidor och vinklar i triangeln.

Det är inte alla värdena som är så vackra, men de går att räkna ut. Kan du inte ta fram exakta svar så ger approximativa delpoäng.

OBS! Den avbildade triangeln är inte skalenlig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra! (5p)





MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2 Skiss

2020.01.15 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Thomas Westerbäck, som nås på telefon 021–10 70 08

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. (a) Kan en ekvation av typen $\tan(x) = a$ (där $a \in \mathbb{R}$) vara olöslig?

- Om svaret är **ja**, ge ett exempel på en sådan ekvation.
- Om svaret är **nej**, förklara varför. (1p)

(b) Du och din kompis har löst en trigonometrisk ekvation. Du har kommit fram till att lösningsmängden är

$$x = \pi + n \cdot \frac{2\pi}{3}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Din kompis har kommit fram till att lösningsmängden är

$$x = \pi + n \cdot 2\pi \quad \vee \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + n \cdot 2\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Är det möjligt att ni har rätt båda två? Motivera! (2p)

2. Förenkla följande maximalt: $\log_2(0,9) + \log_2(0,75) - \log_2(2,7)$ (3p)

3. (a) Rita kurvan $y = 1 + 2 \cdot \sin(3 \cdot x)$. Rita med omsorg. Koordinatsystemet måste vara graderat. (2p)

(b) Vad har din kurva för amplitud? (1p)

Var god vänd!

4. Din kompis vill att du ska skriva ner de viktigaste definitionerna i komplextalsräkning, så att hen har något att plugga på under bussresan hem.

Förklara med ord och gärna bild vad som menas med följande:

- (a) Realdelen för z ;
- (b) Imaginärdelen för z ;
- (c) Absolutbeloppet av z ;
- (d) Argumentet för z ;
- (e) Komplexa konjugatet av z ;

då z är ett komplext tal. Förklaringarna ska vara sådana att de är användbara för kompiserna. (5p)

Uppgiften bedöms som en helhet.

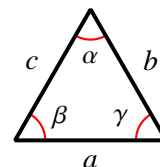
5. (a) Lös ekvationen $x + 6 = 2 \cdot |3 + x|$. (3p)

- (b) Lös olikheten $x + 6 > 2 \cdot |3 + x|$. (2p)

6. I bredvidstående triangel är måtten som följer: sidan a är 4 cm, sidan b är $\sqrt{12}$ cm och sidan c är 2 cm.

- (a) Bestäm vinkeln γ . (3p)

- (b) Är vinkeln α spetsig, trubbig eller rät? Motivera! (2p)



OBS! Den avbildade triangeln är inte skalenlig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2020.08.14 08.30–11.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. En vågkurva ser ut så här:

- Perioden är 3π ;
- Amplituden är 4.
- Det finns ett maximum vid $x = 0$.

Skriv en formel som ger en sådan kurva. (Tips: rita bild.)

(3p)

2. Ett av nollställena till $p(z) = z^3 + z^2 - 20z - 50$ är $-3 + i$. Bestäm samtliga nollställena.

(3p)

3. (a) Om man säger att $y = \log_a(x)$, exakt vad menar man? (Vi söker alltså logaritmens definition.)

(1p)

(b) Du behöver bestämma värdet på $\log_2(2000)$ med hjälp av en miniräknare, som tyvärr bara har 10-logaritmer. Hur ska du göra?

(2p)

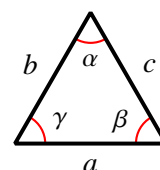
4. I bredvidstående triangel gäller följande: Sidan a är $\sqrt{8}$ cm, vinkeln α är 30° och vinkeln β är 45° .

(a) Bestäm samtliga sidor och vinklar i triangeln.

(4p)

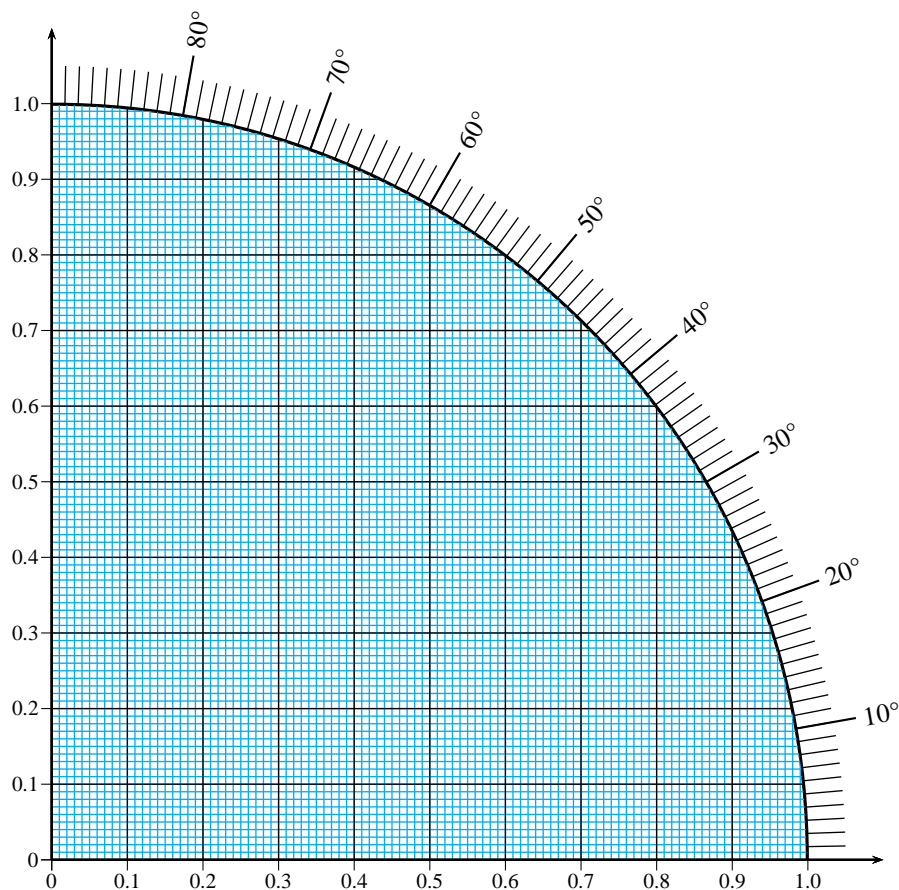
(b) Rita triangeln så exakt som du kan.

(1p)



OBS! Den avbildade triangeln är inte skalenlig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!

Var god vänd!



5. (a) Bestäm med bildens hjälp $\cos(20^\circ)$ så noga du kan. (1p)
- (b) Vinkeln β uppfyller $\tan(\beta) = -2$, $90^\circ < \beta < 180^\circ$. Bestäm med bildens hjälp β så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
- (c) Bestäm med bildens hjälp $\sin(-55^\circ)$ så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
6. Lös ekvationen $|x^2 - 16| = -6 \cdot x$ (5p)

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2020.11.03 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. (a) Rita kurvan $y = \log_5(x)$. (1p)

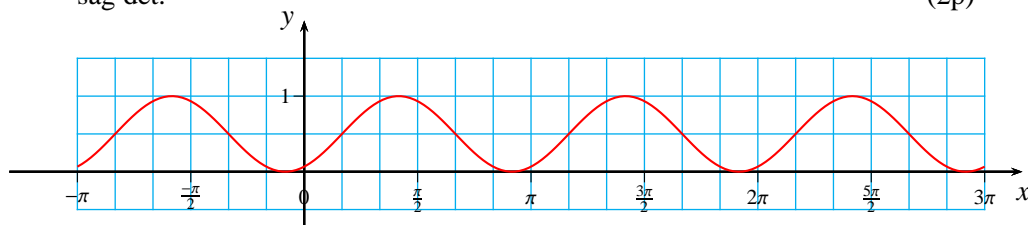
(b) Förenkla följande maximalt: $\frac{\log_5(125)}{\log_5(25)}$ (2p)

2. Vi vet att $\cos(\alpha) = 0,8$ och att $0 < \alpha < \pi/2$. Vad är $\cos(2\alpha)$?

Tips: använd additionsformlerna! (3p)

3. Lös ekvationen $4 - 2 \cdot x = |x| - |x - 2|$. (3p)

4. (a) Här är grafen för en funktion. Ange period och amplitud, och förklara hur du såg det. (2p)



(b) Anta att du har en gradskiva, en linjal och en passare och papper och penna, men inget annat, och behöver veta på ett ungefär vad sinusvärdet för en viss vinkel är. Hur kan du ta reda på det?

Skriv så att en medstudent skulle klara att följa dina instruktioner; rita gärna bild. (2p)

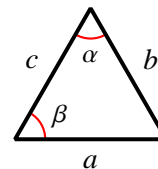
(c) Rita en triangel som har en vinkel med tangensvärdet $5/8$. Rita med omsorg; du kan använda kanten på omslaget som linjal om du inte har någon linjal med dig. (1p)

Var god vänd!

5. Ett av nollställena till $p(z) = z^4 - 8z^3 + 29z^2 - 72z + 180$ är $4 + 2i$. Faktorisera polynomet fullständigt. (5p)

6. I bredvidstående triangel har sidan a längden $2 \cdot \sqrt{3}$ cm, sidan b längden $3 \cdot \sqrt{2}$ cm, och vinkeln α är 45° .

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!



- (a) Bestäm vinkeln β . (3p)
- (b) Är sidan c längre eller kortare än sidan a ? Du behöver inte bestämma längden, men du måste motivera ditt svar. (2p)
7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:
- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.
- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2021.01.13 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. (a) Räkna om 600° till radianer. Svara maximalt förenklat. (1p)

(b) Din kompis tycker att 600° och -120° är samma vinkel, för man hamnar ju på samma ställe på enhetscirkeln, och det är samma trigonometriska värden. Förklara för din kompis vad det är för skillnad. (2p)

2. Lös följande ekvation: $\tan\left(\frac{x}{2}\right) = -\sqrt{3}$ (3p)

3. Punkterna (x, y) som uppfyller ekvationen $|x| + |y| = 1$ bildar en kurva. Rita kurvan. Uppgiften går att lösa med hjälp av det som vi gått igenom i kursen, men du kan vara tvungen att använda kunskaperna på ett kreativt sätt. (3p)

4. Vi har de två komplexa talen $z = 4 + 6i$, $w = 5 - 5i$.

(a) Beräkna $z - w$ (1p)

(b) Beräkna w/z (2p)

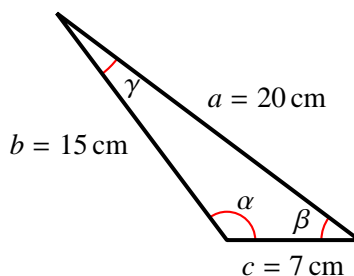
(c) Skriv w på polär form (2p)

OBS! Även ”slarvfel” kommer att klassas som fel vid bedömningen.

5. (a) Skissa kurvan $y = \log_4(x)$. (1p)

(b) Lös ekvationen $2 \cdot \log_4(1 - x) = \log_4(5 - 2 \cdot x)$ (4p)

6. Vi studerar nedanstående triangel:



Bilden är inte full skala.

- (a) Bestäm $\cos(\alpha)$. (2p)
- (b) Bestäm $\sin(\alpha)$. (2p)
- (c) Vilken av vinklarna β och γ har störst cosinusvärde? Du behöver inte beräkna värdet, det räcker att du motiverar ditt svar med ord. (1p)
7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:
- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.
- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2021.06.01 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradsiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

1. Lös följande ekvation: $2 \cdot \sin(x/2) = 1$ (3p)

2. Lös följande olikhet: $|x^2 - 2| \geq 2$ (3p)

Tips: Rita problemet!

3. En triangel har hörn i punkterna (0, 0), (4, 3) och (−7, 1) i ett koordinatsystem. Vad är vinkeln i det hörn som ligger i origo? (3p)

Delpoäng för korrekt svar; för full poäng krävs en ordentlig motivering/beräkning.

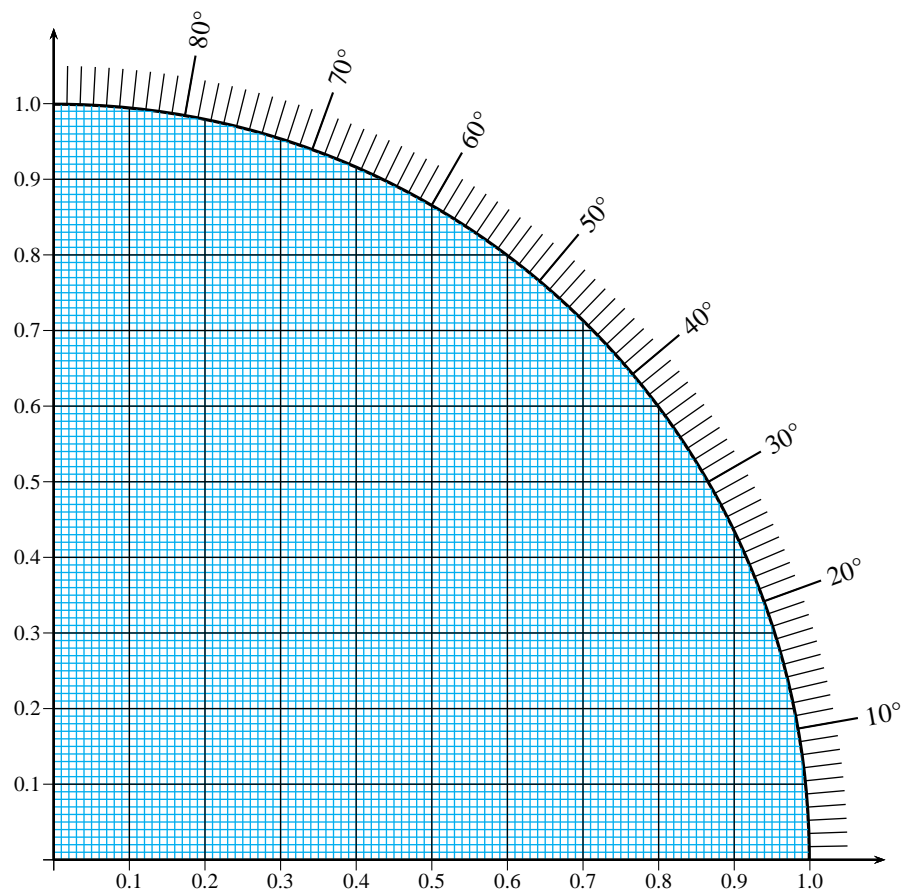
4. (a) Din kompis har kört fast på en logaritmuppgift, och ber om din hjälp.

Det står att jag ska säga vad 5-logaritmen för 100 är, och att om jag inte kan svara exakt så ska jag ange ett intervall som svaret ligger i. Hur ska jag tänka?

Förklara för kompisen hur man ska tänka, och vad svaret är. Försök vara så pass tydlig att kompisen sedan kan lösa sådana här problem på egen hand (istället för att komma och störa dig). (2p)

(b) Förenkla följande uttryck maximalt: $\log_5(0,45) - 2 \cdot \log_5(1,5)$ (3p)

Var god vänd!



5. (a) $\cos(\alpha) = 0,75$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Bestäm med bildens hjälp α så noga du kan. (1p)
 (b) Bestäm med bildens hjälp $\sin(115^\circ)$ så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
 (c) $\tan(\gamma) = 1/3$, $180^\circ < \gamma < 270^\circ$. Bestäm med bildens hjälp γ så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
6. (a) $z = 6 \cdot (\cos(-\pi/6) + i \sin(-\pi/6))$. Skriv z på rektangulär form. (1p)
 (b) $w = -2i$. Skriv w på polär form. (2p)
 (c) Beräkna z/w . Svarar på valfri form, men svaret ska vara maximalt förenklat. (2p)

Obs! Även "slarvfel" kommer att klassas som "fel" vid rättningen.

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:
- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
 För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.
- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
 För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2021.08.20 08.30–11.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

1. Ett av nollställena till $p(z) = z^3 + 6z + 20$ är $1 + 3i$. Bestäm samtliga nollställena. (3p)

2. Din kompis kommer till dig med följande problem:

Jag har lärt mig de trigonometriska värdena för standardvinklarna i första kvadranten. Men hur använder jag det för vinklar i andra kvadranten? Om jag behöver t.ex. $\sin(-45^\circ)$ eller $\cos(120^\circ)$, hur ska jag tänka?

Förklara för kompisens (gärna med hjälp av bild) hur man kan tänka. För full poäng ska förklaringen vara så pass tydlig att man kan hoppas att kompisens kommer att klara *alla* sådana här problem i fortsättningen, det räcker inte att man förklarar för just de här vinklarna. (3p)

3. (a) Om man skriver $y = \log_9(x)$, exakt vad menar man? (Vi söker alltså definitionen.) (1p)

- (b) Lös ekvationen $\log_9(x^2) = 2$ (2p)

4. (a) Skissa kurvan $y = 3 \cdot \sin(x/2) - 1$ i ett graderat koordinatsystem. (3p)

- (b) Vad är amplituden, och hur syns det i bilden? (1p)

- (c) Vad är perioden, och hur syns det i bilden? (1p)

Rita med omsorg, så att det går att se att detaljerna är rätt!

Var god vänd!

5. Lös följande ekvationer:

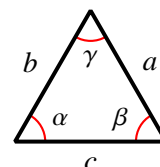
- (a) $|x + 1,5| + |x - 3| = 5$
- (b) $|x + 1,5| + |x - 3| = 4,5$
- (c) $|x + 1,5| + |x - 3| = 4$

Uppgiften bedöms som en helhet.

(5p)

6. I bredvidstående triangel är vinkeln $\alpha = 135^\circ$, vinkeln $\beta = 30^\circ$ och längden på sidan a är 6 cm. Bestäm

- (a) Storleken på vinkeln γ . (1p)
- (b) Längden på sidan b . (2p)
- (c) Längden på sidan c . (2p)



För full poäng fordras exakta svar, delpoäng för goda approximationer.

OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

(a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

(b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2021.11.02 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)\end{aligned}$$

1. (a) $45^\circ < \alpha < 90^\circ$. Är $\sin(2 \cdot \alpha)$ större eller mindre än $\sin(\alpha)$, eller går det inte att avgöra?
- (b) $45^\circ < \alpha < 90^\circ$. Är $\cos(2 \cdot \alpha)$ större eller mindre än $\cos(\alpha)$, eller går det inte att avgöra?
- (c) $1 < a < b$. Är $\log_a(10)$ större eller mindre än $\log_b(10)$, eller går det inte att avgöra?
- (d) $1 < x < y$. Är $\log_{10}(x)$ större eller mindre än $\log_{10}(y)$, eller går det inte att avgöra?
- (e) $x < y$. Är $|x|$ större eller mindre än $|y|$, eller går det inte att avgöra?

Motiveringar behövs ej, men se till att det är tydligt vad svaret är och vilken delfråga det hör till. 1–2 rätt: 1p; 3–4 rätt: 2p; 5 rätt: 3p. (3p)

2. Din kompis arbetar med en funktion f , som definieras som $f(x) = |x + 2| + |x - 3|$, och har problem med att det inte blir som i facit:

Jag använder beloppsdefinitionen så här:

$$|x + 2| = \begin{cases} x + 2 & x \geq 0 \\ -(x + 2) & x < 0 \end{cases} \quad |x - 3| = \begin{cases} x - 3 & x \geq 0 \\ -(x - 3) & x < 0 \end{cases}$$

och det sätter jag ihop till

$$f(x) = \begin{cases} (x + 2) + (x - 3) & x \geq 0 \\ -(x + 2) - (x - 3) & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 2 \cdot x - 1 & x \geq 0 \\ -2 \cdot x + 1 & x < 0 \end{cases}$$

men så står det inte i facit! Är det tryckfel, eller?

Förklara för kompisens var hen gör fel, och hur man ska göra istället. Det är viktigt att kompisens förstår var ”feltänket” låg. (3p)

Var god vänd!

3. Skriv som en enda logaritm på enklast möjliga form:

$$\log_7(49 - x^2) - 2 \cdot \log_7(7 + x)$$

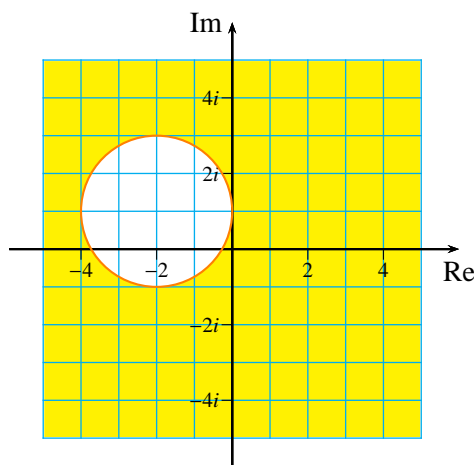
Utgå från att alla uttryck är definierade.

(3p)

4. (a) Rita kurvan $y = \tan(x + \frac{\pi}{2})$. x -axeln måste gå åtminstone från $x = -3\pi$ till $x = 3\pi$, och axlarna måste vara graderade. (2p)

- (b) Lös ekvationen $\tan(x + \frac{\pi}{2}) = -1$. (3p)

5. (a) Skriv en olikhet där lösningsmängden motsvarar det färgade området i bilden. (2p)



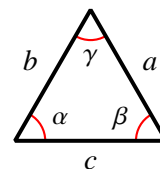
- (b) Förenkla $\frac{5 + 7i}{1 + 3i}$ maximalt. (2p)

- (c) Bestäm argumentet för talet $-4 + 4i$. (1p)

6. I bredvidstående triangel gäller att vinkeln $\alpha = 45^\circ$, motstående sida $a = \sqrt{10}$ cm och närliggande sida $b = 4$ cm

- (a) Det finns två möjliga värden på den tredje sidan c . Bestäm dem. (3p)

- (b) Bestäm $\sin(\beta)$. (Själva vinkeln behövs ej, utan det räcker med sinusvärdet.) (2p)



OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!

7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.



MÄLARDALENS HÖGSKOLA
ESKILSTUNA VÄSTERÅS

Akademien för utbildning, kultur och kommunikation

MAA121 Matematik grundkurs

TEN2

2022.01.11 14.30–17.30

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3.
19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragradsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

1. Rita ett komplext talplan. Låt en längdenhet motsvaras av 1 cm (dvs. 2 rutor). Rita in talet $z = -4 + 3i$ i talplanet. Visa sedan i bilden vad som menas med:

(a) $\operatorname{Re}(z)$

(b) $\operatorname{Im}(z)$

(c) $\arg(z)$

(d) $|z|$

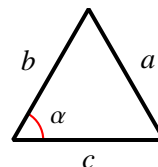
(e) \bar{z}

1–2 rätt: 1p, 3–4 rätt: 2p, 5 rätt: 3p.

(3p)

2. I bredvidstående triangel gäller att längden på sidan a är $\sqrt{19}$ cm, längden på sidan b är 2 cm och vinkeln α är 120° . Bestäm längden på sidan c .

(3p)



OBS! Den avbildade triangeln är inte måttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!

3. Lös ekvationen $|2 \cdot x - 3| = -|4 \cdot x + 5|$

(3p)

Var god vänd!

4. (a) Rita kurvan $y = \tan(x/3)$. x -axeln måste gå åtminstone från $x = -3\pi$ till $x = 3\pi$, och axlarna måste vara graderade. (2p)
- (b) Lös ekvationen $\tan(x/3) = 1/\sqrt{3}$. (3p)

5. (a) Om man skriver $y = \log_2(x)$, exakt vad menar man? (Vi söker alltså definitionen.) (1p)
- (b) Skissa kurvan $y = \log_2(x)$. Skissen ska vara så pass korrekt att en annan person skulle kunna avgöra vilken sorts logaritm det är meningen att bilden ska föreställa. (1p)
- (c) Din kompis kommer till dig, för att fråga om det kan vara läge att begära omprövning av en tenta.

Titta, jag skrev så här:

$$\log_2(x+1) - \log_2(x-1) = \frac{\log_2(x+1)}{\log_2(x-1)} \quad \text{☠}$$

I facit står det

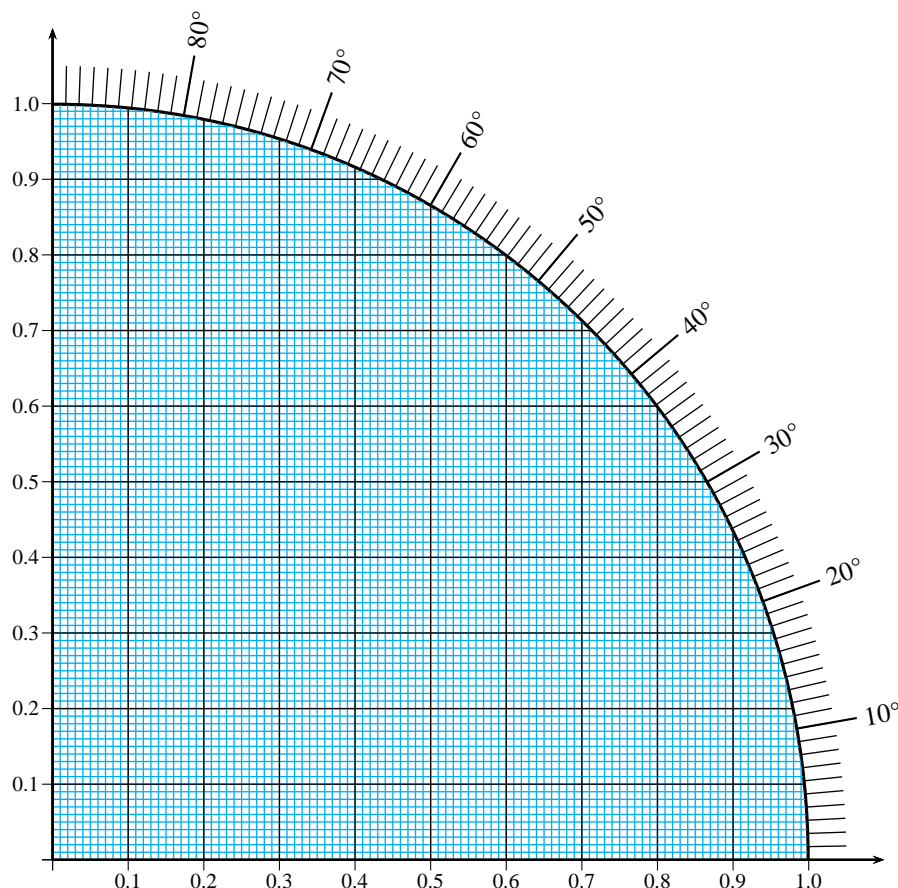
$$\log_2(x+1) - \log_2(x-1) = \log_2\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

men det är väl samma sak? Varför fick jag 0 poäng för det jag skrev?

Förklara för din kompis

- Vad det är för skillnad på uttrycken.
- Hur man kan vara helt säker på att kompisens omskrivning är **fel**.

Observera att kompisen ska förstå förklaringen. (Du behöver inte förklara varför den rätta varianten är rätt.) (3p)



6. (a) $\sin(\alpha) = 0,3$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Bestäm med bildens hjälp α så noga som du kan. (1p)
- (b) Bestäm med bildens hjälp $\cos(400^\circ)$ så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
- (c) $\tan(\gamma) = -4$, $-90^\circ < \gamma < 0^\circ$. Bestäm med bildens hjälp γ så noga du kan, och förklara hur du gör. (2p)
7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:
- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.
- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra "vad kom det där ifrån?" eller "vad var det som hände?".

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

1. Ange definitions- och värdemängd för följande funktioner:

- (a) Absolutbelopp
- (b) Tiologaritm
- (c) Sinus
- (d) Tangens

Det går bra att skriva svaret med ord, om du är osäker på den matematiska notationen här; det viktiga är att vi kan förstå exakt vad du menar.

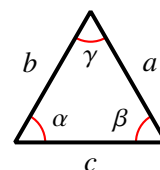
0–1 rätt: 0p; 2–4 rätt: 1p; 5–7 rätt: 2p; 8 rätt: 3p. (3p)

2. Förenkla $\log_4(72) - 2 \cdot \log_4(21) + \log_4(49)$ maximalt. (3p)

3. Lös ekvationen $|x + 2| + |x + 3| + |x + 4| = 5$ (3p)

4. I bredvidstående triangel gäller att vinkeln α är 150° , längden på sidan b är $\sqrt{3}$ cm och längden på sidan c är 4 cm.

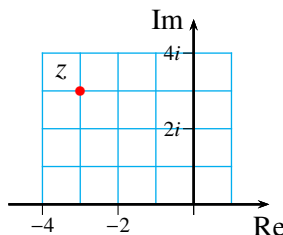
- (a) Bestäm längden på sidan a . (3p)
- (b) Bestäm sinusvärdena för vinklarna β och γ . (2p)



OBS! Den avbildade triangeln är inte måtttriktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!

Var god vänd!

5. Här är en bild av ett komplext talplan, och i det är ett tal z markerat.



- (a) Skriv z på rektangulär form. (1p)
- (b) Skriv z på polär form. (2p)
- (c) Vi har också talet $w = -4i$. Beräkna w/z . Svara på valfri form. (2p)
6. Din kompis, som suttit och pluggat integraler i kalkylkursen, kommer till dig med ett trigonometriskt problem. I en beräkning utnyttjas att

$$\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2 \cdot x)}{2}$$

Din kompis fattar inte hur det kommer sig att de där två uttrycken är lika, men vet att du är jättebra på trigonometri.

- (a) Visa att de två uttrycken är lika. Till hjälp kan du använda formlerna som finns här på tentapappret samt trigonometriska ettan. (3p)
- Om du inte klarar att visa att uttrycken är lika för *alla* värden på x så får du 1p om du visar att de är lika för åtminstone två olika vinklar.
- (b) Rita kurvan $y = \frac{1 + \cos(2 \cdot x)}{2}$. Rita mycket ordentligt, och se till att få med flera perioder. (2p)
7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:
- (a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)? (1p)
- För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.
- (b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa? (1p)
- För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.

Hjälpmedel: Endast skrivmaterial. (Gradskiva, linjal och passare är tillåtet.)

Poäng: Denna tentamen ger maximalt 26 poäng. 0–13 poäng: U. 14–18 poäng: 3. 19–22 poäng: 4. 23–26 poäng: 5.

Frågor kan ställas till: Hillevi Gavel, som nås på telefon 021–10 16 01

Övriga anvisningar: • Skriv läsbart. • Förklara alla resonemang som inte är trivialt uppenbara. **Svar utan uträkning eller motivering får 0 poäng** om det inte står att det inte behövs. • Se till att det framgår vad svaret på frågan är. • Om du inte kan lösa en uppgift fullständigt men har några idéer, skriv då ner dem. Det kan ge delpoäng. • **Vid hantering av andragsuttryck får ”pq-formeln” inte användas.**

Formelsamling:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

1. För vinkeln α gäller att $\tan(\alpha) = 2$ och att $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Bestäm

(a) $\sin(\alpha)$ (b) $\cos(\alpha)$ Uppgiften bedöms som en helhet. (3p)

2. Din kompis sitter och räknar extentor, och håller på med följande uppgift från junitentan:

$$\boxed{\text{Lös ekvationen } |x + 2| + |x + 3| + |x + 4| = 5}$$

Kompisen har skrivit:

$$\boxed{\text{Fall 1:}} (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 5 \quad \boxed{\text{Fall 2:}} -(x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 5$$

$$\boxed{\text{Fall 3:}} (x + 2) + (x + 3) - (x + 4) = 5 \quad \boxed{\text{Fall 4:}} -(x + 2) + (x + 3) - (x + 4) = 5$$

$$\boxed{\text{Fall 5:}} (x + 2) - (x + 3) + (x + 4) = 5 \quad \boxed{\text{Fall 6:}} -(x + 2) - (x + 3) + (x + 4) = 5$$

$$\boxed{\text{Fall 7:}} (x + 2) - (x + 3) - (x + 4) = 5 \quad \boxed{\text{Fall 8:}} -(x + 2) - (x + 3) - (x + 4) = 5$$

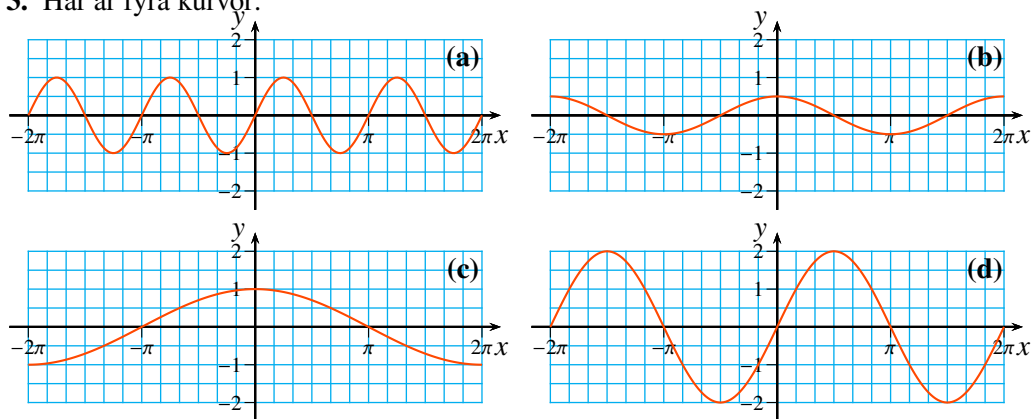
”Det här bli ju hur mycket som helst att göra!” klagar kompisen. ”Hur är det meningen att man ska hinna det här innan tiden är slut?”

Förklara för kompisen:

- På vilket sätt hen resonerar fel i falluppdeleningen.
- Hur det är man ska göra. (Du behöver inte lösa själva ekvationen, det är det bara bra om kompisen gör själv.)

För full poäng måste förklaringen vara begriplig för en ”kompis” med denna missuppfattning. Delpoäng om det verkar som att du själv förstår. (3p)

3. Här är fyra kurvor:



Här är åtta formler:

(i) $y = \sin(\frac{1}{2} \cdot x)$ (ii) $y = \frac{1}{2} \cdot \sin(x)$ (iii) $y = \sin(2 \cdot x)$ (iv) $y = 2 \cdot \sin(x)$

(v) $y = \cos(\frac{1}{2} \cdot x)$ (vi) $y = \frac{1}{2} \cdot \cos(x)$ (vii) $y = \cos(2 \cdot x)$ (viii) $y = 2 \cdot \cos(x)$

Bestäm vilken formel som hör till de respektive kurvorna, och förklara med ungefär en mening hur du avgjorde detta.

1–2 rätt: 1p; 3 rätt: 2p; 4 rätt: 3p.

(3p)

4. Vi har talet $z = 1 + i$.

(a) Rita ett komplext talplan och markera z i det.

(1p)

(b) Skriv z på polär form.

(2p)

(c) Beräkna z^4 . Svara på valfri form.

(2p)

5. (a) Skissa kurvan $y = \log_4(x)$. Koordinatsystemet måste vara graderat.

(1p)

(b) Lös ekvationen $\log_4(3 - x) + \log_4(-3 - x) = 2$.

(4p)

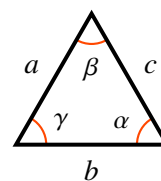
6. I den bredvidstående triangeln har sidan a längden 3 cm, sidan b har längden $\sqrt{6}$ cm och vinkeln α är 60° .

Bestäm övriga sidor och vinklar i triangeln.

(5p)

OBS! Den avbildade triangeln är inte mått riktig, utan är bara till för att klargöra hur sidorna och vinklarna ligger i förhållande till varandra!

För full poäng krävs exakt svar, delpoäng för god approximation. Uppgiften bedöms som en helhet.



7. Detta är inte en separat uppgift, utan innebär att examinator tittar igenom lösningarna på de föregående uppgifterna och ser om de uppfyller följande kriterier:

(a) **Notation:** är den matematiska notationen korrekt (det vill säga: sitter alla parenteser, likhetstecken och andra matematiska symboler där de ska)?

(1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att det inte finns några systematiska fel.

(b) **Presentation:** är lösningarna lätta att följa?

(1p)

För poäng krävs att det finns lösningsförsök på minst hälften av uppgifterna, och att de är uppställda och kommenterade så att den som läser dem inte behöver undra ”vad kom det där ifrån?” eller ”vad var det som hände?”.