

**Lösningarna ska presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Avsluta varje lösning med ett tydligt angivet svar!**

- 1 Låt  $\mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 4\mathbf{e}_3$  och  $\mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$ , där  $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$  betecknar standardbasen i  $\mathbb{R}^3$ .
- a Kontrollera att  $\mathbf{v}_1$  och  $\mathbf{v}_2$  är ortogonala mot varandra. (1 p)
- b Finn en tredje vektor  $\mathbf{v}_3 \neq \mathbf{0}$  som är ortogonal mot både  $\mathbf{v}_1$  och  $\mathbf{v}_2$ . (2 p)
- c Bestäm skalärer  $r, s, t \in \mathbb{R}$  sådana att  $r\mathbf{v}_1 + s\mathbf{v}_2 + t\mathbf{v}_3 = 4\mathbf{e}_1 + 18\mathbf{e}_2 - 8\mathbf{e}_3$ . (3 p)

- 2 Finn alla egenvärden och egenvektorer till matrisen  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Gör sedan en figur som visar hur dessa familjer av egenvektorer ligger i planet. Kom ihåg att sätta ut en skala samt märka upp vilken familj som är vilken. (7 p)

- 3 Låt  $A = (7, -9, 1)$ ,  $B = (1, 7, 8)$ ,  $C = (-3, 6, 9)$  och  $D = (1, 8, 6)$  vara fyra punkter.
- a Ange en ekvation på parameterform för det plan som innehåller punkterna  $B$ ,  $C$  och  $D$ . (1 p)
- b Beräkna arean av triangeln  $BCD$ . (3 p)
- c Ange en ekvation på parameterfri form för det plan som innehåller punkterna  $B$ ,  $C$  och  $D$ . (2 p)
- d Beräkna avståndet mellan  $A$  och det plan som innehåller punkterna  $B$ ,  $C$  och  $D$ . (2 p)

- 4 Beräkna determinanten  $\begin{vmatrix} -6 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ . (6 p)

- 5 Låt  $B$  och  $C$  vara inverterbara  $3 \times 3$ -matriser, samt  $r$  vara en skalär. Vilka av de nedanstående likheterna är allmänt giltiga identiteter (räknelagar)?

- |                                       |                                    |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| (a) $\det(rB) = r^3 \det(B)$          | (e) $\det(rB) = r \det(B)$         |
| (b) $\det(B + C) = \det(B) + \det(C)$ | (f) $\det(BC) = \det(B) + \det(C)$ |
| (c) $\det(B + C) = \det(B) \det(C)$   | (g) $\det(BC) = \det(B) \det(C)$   |
| (d) $\det(B^{-1}) = 1/\det(B)$        |                                    |

Svara "sant", "falskt", eller "vet inte" för var och en av dem. (Vid poängsättning förtar ett felaktigt svar sant/falskt ett annat korrekt svar sant/falskt, så den som inte har minst två rätt mer än hen har fel får noll poäng på denna fråga.) (3 p)

Fråga 5 är den sista. På nästa sida följer några tabeller.

Värden som kan vara bra att ha:

$n$	$2^n$	$3^n$	$(10+n)^2$	$\sqrt{n} \approx$	$\sqrt{10+n} \approx$
0	1	1	100	0,00	3,16
1	2	3	121	1,00	3,32
2	4	9	144	1,41	3,46
3	8	27	169	1,73	3,61
4	16	81	196	2,00	3,74
5	32	243	225	2,24	3,87
6	64	729	256	2,45	4,00
7	128	2187	289	2,65	4,12
8	256	6561	324	2,83	4,24
9	512	19683	361	3,00	4,36

$\theta$	$\cos \theta$	$\sin \theta$
$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Lycka till!