

TEN1 2022-08-18

MAA140 Vektoralgebra grundkurs

Skriptid: 3 timmar

Hjälpmedel: Inga behövs,

men gradskiva och passare är godkända.

Godkänthäns: 15 p

Mälardalens universitet

Avdelningen för matematik och fysik

Lars Hellström

Lösningarna ska presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Avsluta varje lösning med ett tydligt angivet svar!

1 Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} 5x + 7y - 3z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 1 \\ 3x + 4y - 5z = 0 \end{cases} \quad (6 \text{ p})$$

2 Låt $z = 2 - 3i$. Beräkna och markera som punkter i det komplexa talplanet talen z , \bar{z} , iz , z/i , $|z|$, $i - z$ och $\frac{1 + 5i}{z}$. Se till att ha graderat axlarna och välj en lämplig skala! (6 p)

3 Låt

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 7 & 5 & 3 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 9 & 5 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Beräkna följande uttryck eller förklara varför ett värde inte existerar:

(a) AB , (b) $A - B$, (c) BA , (d) B^T , (e) A^{-1} . (10 p)

4a Skriv $w = -5 + 5i$ på polär form. (2 p)

b Lös den binomiska ekvationen $z^4 = 81(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$. Svara på polär form. (3 p)

c Skriv $6(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})$ på rektangulär form. (1 p)

5 Låt C , D och E vara inverterbara 3×3 -matriser. Vilka av de nedanstående likheterna är allmänt giltiga identiteter (räknelagar)?

(a) $CI = C$	(d) $IC = I$	
(b) $CC^T = I$	(e) $CC^{-1} = I$	
(c) $(CD)E = C(DE)$		

Svara "sant", "falskt", eller "vet inte" för var och en av dem. (Vid poängsättning förtar ett felaktigt svar sant/falskt ett annat korrekt svar sant/falskt.) (2 p)

Värden som kan vara bra att ha:

n	2^n	3^n	$(10 + n)^2$	$\sqrt{n} \approx$	$\sqrt{10 + n} \approx$	θ	$\cos \theta$	$\sin \theta$
0	1	1	100	0,00	3,16			
1	2	3	121	1,00	3,32			
2	4	9	144	1,41	3,46	$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
3	8	27	169	1,73	3,61			
4	16	81	196	2,00	3,74	$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
5	32	243	225	2,24	3,87			
6	64	729	256	2,45	4,00			
7	128	2187	289	2,65	4,12	$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
8	256	6561	324	2,83	4,24			
9	512	19683	361	3,00	4,36			

Lycka till!