

# Tentamen i Datastrukturer och algoritmer, fk, DVA246

Akademien för innovation, design och teknik

2022-08-18

**Skrivtid:** 14.30 – 18.30

**Hjälpmedel:** Inga hjälpmedel

**Lärare:** Caroline Uppsäll, kan nås på telefon: 021-101456 (kl 15.00 – 16.30)

## Preliminära betygsgränser

Betyg 3: 50%

Betyg 4: 70%

Betyg 5: 90%

Max: 48p

Tentamen består av 7 frågor.

Krav och allmänna råd:

- Läs igenom hela tentan för att veta hur du skall disponera din tid
- Frågorna står inte i svårighetsordning
- Skriv tydligt vilken uppgift du svarar på
- Ordna svaren i rätt ordning med svaret på uppgift 1 först och svaret på uppgift 8 sist
- Om du är osäker på vad som avses och gör antaganden skriv ut vilka dessa antaganden är.
- Det går att få poäng för partiella lösningar givet att de är meningsfulla

### Uppgift 1: Korrekthet och amorterad komplexitet (4+6+6p)

En kö är en datastruktur med två operationer, Enqueue och Dequeue, där Enqueue lägger till saker sist i kön och Dequeue tar bort saker först i kön. Antag följande implementation av en kö som använder sig av två stackar: stack1 och stack2.

Enqueue(x): Lägg x på stack1 genom Push.

Dequeue: Om stack2 är tom, töm stack1 genom upprepade Pop och lägg elementen på stack2 genom Push. Därefter, om stack2 är icke-tom, ta bort toppen på stack2 genom Pop och returnera resultatet.

Deluppgift 1: skapa pseudokod för Enqueue och Dequeue. (4p)

Deluppgift 2: ge argument för varför implementationen är korrekt. Var noga med att vara tydlig i resonemanget med avseende på invarianter och deras bevarande. (6p)

Deluppgift 3: visa att Enqueue och Dequeue har amorterad  $O(1)$  komplexitet genom att antingen använda accountingmetoden eller potentialmetoden. (6p)

### Uppgift 2: Heap (2p)

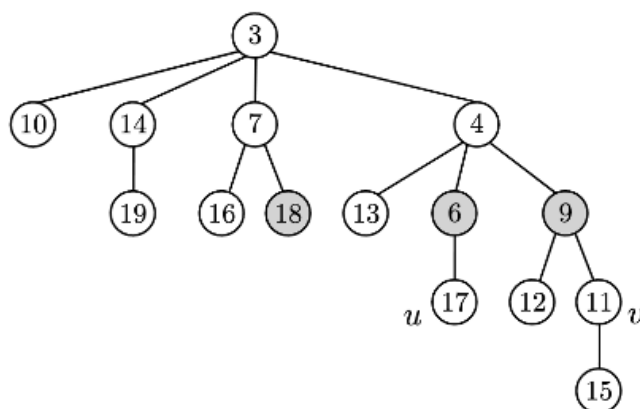
Är följande array en max-heap? [23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 7, 12]

Om ditt svar är ja: Visa hur arrayen ser ut efter att nyckeln 20 lagts till i max-heapen.

Om ditt svar är nej: Förklara varför det inte är en max-heap.

### Uppgift 3: Fibonacci-heap (6p)

Antag följande fibonacci-heap. De mörkare noderna (18, 6 och 9) är markerade noder, det vi på föreläsningen kallade för loser-noder).



Deluppgift 1: visa hur heapen ser ut efter att operationen DecreaseKey(v, 8) har körts.

Deluppgift 2; på den heap du har efter deluppgift 1, visa hur heapen ser ut efter att operationen DecreaseKey(u, 5) har körts.

#### Uppgift 4: Röd-svarta träd (4p)

För vardera av nedanstående påståenden om rödsvarta träd, ange om påståendet är sant eller falskt. Om du svarar att påståendet är sant ska du ge en motivering och om du svarar att påståendet är falskt ska du ge ett motexempel.

Påstående 1: Ett delträd i ett rödsvart träd är ett rödsvart träd i sig.

Påstående 2: Syskonet till en extern nod (NIL-nod) är antingen en extern nod eller en röd nod.

#### Uppgift 5: Grafer (6p)

5 städer ska kopplas samman i ett vägnät. Kostnaderna för att bygga väg mellan de olika städerna syns i matrisen nedan. Elementet  $a_{i,j}$  visar hur stor kostnaden är för att bygga en väg mellan stad  $i$  och stad  $j$ . Om kostnaden är oändlig är det inte möjligt att bygga en väg mellan städerna. Vilken är den lägsta kostnaden för att bygga vägnätet? Visa hur vägen ska dras och förklara hur du kommit fram till ditt svar. Namnge städerna A, B, C, D och E.

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 & 11 & 9 \\ 3 & 0 & 3 & 9 & 8 \\ 5 & 3 & 0 & \infty & 10 \\ 11 & 9 & \infty & 0 & 7 \\ 9 & 8 & 10 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

#### Uppgift 6: Giriga algoritmer (6p)

Antag att bokstäverna a, b, c, d, e, f har sannolikheten  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/16$ ,  $1/32$  och  $1/32$  i den givna ordningen.

Deluppgift 1: Skapa ett Huffmanträd för bokstäverna ovan (4p)

Deluppgift 2: Vad är medellängden för koderna i trädet? (2p)

#### Uppgift 7: Dynamisk programmering (4+4p)

En rekursiv formulering av Fibonacci växer exponentiellt, men vi har sett att dynamisk programmering kan snabba upp den avsevärt.

Deluppgift 1: ge en rekursiv formulering av Fibonacci som använder sig av dynamisk programmering. (4p)

Deluppgift 2: vilken komplexitet har lösningen du gjort i deluppgift 1? Använd rekursionsträd för att argumentera för din slutsats. (4p)