2022.9.17

数算作业一

1.

i 赋值 n 次

j 赋值 $n-i+2$ 次

$a[i][j]$ 赋值 $n-i+1$ 次

$$f(n)=n+\sum_{i=1}^{n-1} 2n-2i+3$$

$$=n^2+3n-3$$

2.

(1)

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{T(n)}{n^3}=1$，$T(n)$ 为 $O(n^3)$

(2) $T(n)=2^n-1$ ①

$n=1$：$T(1)=2^1-1=1$ 满足题设

假设①对 $n-1$ 成立：

$T(n)=2T(n-1)+1=2^{n+1}-1$

从而①对 $\forall n\in N^*$ 均成立

于是 $T(n)=2^n-1$

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{T(n)}{2^n}=1 \Rightarrow T(n)$ 为 $O(2^n)$

3.

(1)

由于 $f,g\geq 0$

则 $\forall n$，$\max(f(n),g(n))\leq f(n)+g(n)$

$\Rightarrow \max(f(n),g(n))=O(f(n)+g(n))$ ①

对 $\forall n$，$\max(f(n),g(n))=\frac{f(n)+g(n)+|f(n)-g(n)|}{2}$

$\geq\frac{1}{2}(f(n)+g(n))$

$\Rightarrow \max(f(n),g(n))=\Omega(f(n)+g(n))$ ②

①,② $\Rightarrow \max(f(n),g(n))=\Theta(f(n)+g(n))$

(2)

$b^n\leq a^n \Rightarrow b^n=O(a^n)$

对 $\forall c,\forall N$，$\exists n_0=\max\{\log_{\frac{a}{b}}c, N+1\}$

s.t. $a^{n_0}>cb^{n_0}$

从而 $a^n\neq O(b^n)$