1. 证明：判断以下叙述是否成立，并给出证明，若不成立，给出反例：

   已知先序遍历序列和后序遍历序列可以确定唯一一棵二叉树。

2. 在一棵表示有序集 S 的无重复元素二叉搜索树中，任意一条从根到叶子结点的路径将 S 分为 3 个部分：在该路径左边结点中的元素组成的集合 S1；在该路径上的结点中的元素组成的集合 S2；在该路径右边结点中的元素组成的集合 S3。S = S1∪S2∪S3。若对于任意的 a∈S1，b∈S2，c∈S3，判断以下表达式是否总是成立，若成立，简要叙述理由，若不成立，给出反例：

   1）a<b

   2）b<c

   3）a<c

3. 设计一种算法，检查一个长度为 m(m>0)的 int 数组是否为一个**大顶堆**。

4. 对于一组权$W_0, W_1, \ldots, W_{n-1}$，说明怎么构造一个具有最小带权外部路径长度的扩充 k 叉树。试对权集 1,4,9,16,25,36,49,64,81,100 来具体构造一个这样的扩充三叉树。

5. 左偏树（leftist tree），也可称为左偏堆，是一种优先队列实现方式。它的节点除了和二叉树的节点一样具有左右子树指针（left, right）外，还有两个属性:键值和距离。键值用于比较节点的大小。距离的定义如下：

   当且仅当节点 i 的左子树或右子树为空时，节点被称作外节点。节点 i 的距离是节点 i 到它的后代中的**最近的外节点**所经过的边数。特别的，如果节点 i 本身是外节点，则它的距离为 0。空节点的距离定义成-1。

   左偏树满足下面两条基本性质：

   [性质 1] 节点的键值小于或等于它的左右子节点的键值。

   [性质 2] 节点的左子节点的距离不小于右子节点的距离。

求证：

1）若一棵左偏树的根节点距离为 k，则这棵左偏树至少有$2^{k+1}-1$个节点.

2）若一棵左偏树有 n 个节点，则其根节点的距离取值为$[0, log_2(n+1)-1]$。