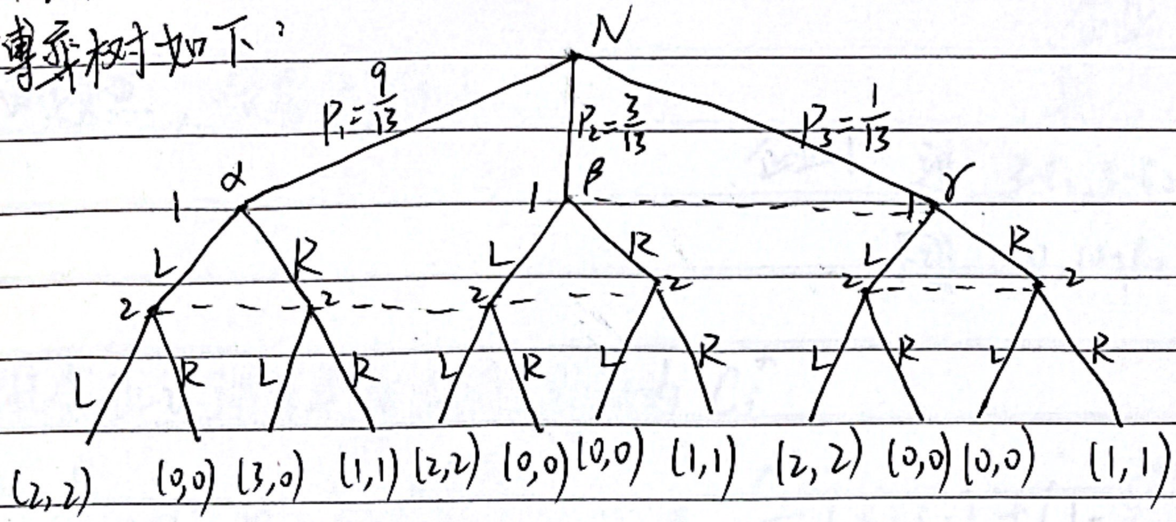
第1题

1. 博弈树如下：



2.

参与者2

参与者1	LL	LR	RL	RR
LL	$2,\underline{2}$	$\frac{24}{13},\frac{24}{13}$	$\frac{2}{13},\frac{2}{13}$	$0,0$
LR	$\frac{18}{13},\frac{18}{13}$	$\frac{19}{13},\underline{\frac{19}{13}}$	$\frac{3}{13},\frac{3}{13}$	$\frac{4}{13},\frac{4}{13}$
RL	$\underline{\frac{35}{13}},\frac{8}{13}$	$\underline{\frac{33}{13}},\frac{6}{13}$	$\frac{11}{13},\underline{\frac{11}{13}}$	$\frac{9}{13},\frac{9}{13}$
RR	$\frac{27}{13},0$	$\frac{28}{13},\frac{1}{13}$	$\underline{\frac{12}{13}},\frac{12}{13}$	$\underline{1},\underline{1}$

由划线法，纯策略纳什均衡为(RR, RR)

第2题

1. $T_1=(\{\alpha\},\{\beta,\gamma\},\{\delta\})$

$T_2=(\{\alpha,\beta\},\{\gamma,\delta\})$

2. $K_1A=\{\beta,\gamma,\delta\}$　　$K_2K_1A=\{\gamma,\delta\}$

$K_1K_2K_1A=\{\delta\}$　　$K_2K_1K_2K_1A=\phi$

Date.

第3题

由题意，收益矩阵为

		企业2 进	企业2 不进
企业1	进	$3-c_1, 3-c_2$	$10-c_1, 0$
	不进	$0, 10-c_2$	$0, 0$

设企业i进与不进的临界值为 c_i^*

对于企业1，进入期望收益 $\pi_1 = \frac{c_2^*}{5}(3-c_1) + \left(1-\frac{c_2^*}{5}\right)(10-c_1)$

不进入期望收益为0

当 $c_1 = c_1^*$ 时，应有 $\pi_1 = 0$ 即 $\frac{c_2^*}{5}\cdot(-7) + 10 - c_1^* = 0$

同理对于企业2 有 $\frac{c_1^*}{5}\cdot(-7) + 10 - c_2^* = 0$

解得 $c_1^* = \frac{25}{6}$ $c_2^* = \frac{25}{6}$

所以贝叶斯均衡为 企业1 $c_1 \le \frac{25}{6}$ 时进场，否则不进场

企业2 $c_2 \le \frac{25}{6}$ 时进场，否则不进场

第3题

设各个买方出价为 b_k $(k=1,2\cdots n)$

在 i 出价 b_i 中标的条件下，支付价格概率分布

$$F(x)=\left(\frac{2x-b_i}{b_i}\right)^{n-1}=\left(\frac{2x}{b_i}-1\right)^{n-1}$$

则期望收益 $E=\int_{\frac{1}{2}b_i}^{b_i} x\,dF(x)=xF(x)\Big|_{\frac{1}{2}b_i}^{b_i}-\int_{\frac{1}{2}b_i}^{b_i}F(x)dx$

$$=b_i-\int_{\frac{1}{2}b_i}^{b_i}\left(\frac{2x}{b_i}-1\right)^{n-1}dx$$

$$=b_i-\frac{b_i}{2n}$$

$$=\frac{2n-1}{2n}b_i$$

由收益等价定理，一价拍卖中 $E_1=\frac{n-1}{n}v_i$

则 $\frac{2n-1}{2n}b_i=\frac{n-1}{n}v_i$

$$b_i=\frac{2n-2}{2n-1}v_i$$

No.

Date.

第5题

记贝叶斯均衡 $p^* = (p_1^*(C_H), p_1^*(C_L), p_2^*(C_2))$

企业1：H型收益 $u_{1H} = [a - bp_1(C_H) + dp_2(C_2)](p_1(C_H) - C_H)$

L型收益 $u_{1L} = [a - bp_1(C_L) + dp_2(C_2)](p_1(C_L) - C_L)$

企业2：收益 $\lambda \cdot [a - bp_2(C_2) + dp_1(C_H)](p_2(C_2) - C_2) + (1-\lambda)\cdot[a - bp_2(C_2) + dp_1(C_L)]\cdot(p_2(C_2) - C_2))$

求导得
$$\begin{cases} a - 2bp_1(C_H) + dp_2(C_2) + bC_H = 0 \\ a - 2bp_1(C_L) + dp_2(C_2) + bC_L = 0 \\ \lambda[a - 2bp_2(C_2) + dp_1(C_H) + bC_2] + (1-\lambda)[a - 2bp_2(C_L) + dp_1(C_L) + bC_2] = 0 \end{cases}$$

即
$$\begin{cases} 2bp_1^*(C_H) - dp_2^*(C_2) = a + bC_H \\ 2bp_1^*(C_L) - dp_2^*(C_2) = a + bC_L \\ -\lambda dp_1^*(C_H) - (1-\lambda)dp_1^*(C_L) + 2bp^*(C_2) = a + bC_2 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} p_1^*(C_H) = \dfrac{2ab + ad + 2b^2C_H + bdC_2}{4b^2 - d^2} - \dfrac{(1-\lambda)d^2(C_H - C_L)}{2(4b^2 - d^2)} \\ p_1^*(C_L) = \dfrac{2ab + ad + 2b^2C_L + bdC_2}{4b^2 - d^2} - \dfrac{\lambda d^2(C_H - C_L)}{2(4b^2 - d^2)} \\ p_2^*(C_2) = \dfrac{2ab + ad + 2b^2C_2 + bd(\lambda C_H + (1-\lambda)C_L)}{4b^2 - d^2} \end{cases}$$

所求贝叶斯均衡即为 $(p_1^*(C_H), p_1^*(C_L), p_2^*(C_2))$