

## 2022 年秋博弈论试题

### 第一题（20 分）

一件物品将被拍卖。有两名竞标者，该物品对于两人的价值分别为  $v_1=3$  和  $v_2=5$ 。每名竞标者同时出价，且都只能出价 0, 1 或 2。出价最高者获得物品；若两人出价相同，则通过掷硬币来决定谁获得物品。中标者按其出价付款，未中标者无需付款。

1. 用双变量矩阵的形式表述这个博弈（将竞标者 1 放在行的位置）。
2. 重复剔除（弱）劣策略，写出你得到的纳什均衡。

### 第二题（20 分）

两名候选人在一场政治选举中相互竞争。每人同时、独立地决定在广告上投入多少资金来影响选民。如果两人都不做广告，则每人获胜的概率都为 0.5。记两人的广告投入分别为  $s_1$  和  $s_2$ ，每人获胜的概率等于其广告投入占两人总广告投入的比例。假设竞选获胜给每个人带来的货币化效用都是  $v>0$ 。

求出这个博弈的纳什均衡。

### 第三题（20 分）

三家公司都在考虑是否进入一个新市场。进入该市场的成本为 62。如果有  $n$  家公司进入，则每家进入该市场的公司能获得收入  $150/n$ 。

1. 用三变量矩阵的形式表述这个博弈，并求出所有纯策略纳什均衡。
2. 求出三家公司以相同的概率进入市场的对称混合策略均衡。

### 第四题（20 分）

考虑一个具有共同价值物品的最高价格密封出价拍卖问题。假设只有两名竞标者，分别接收到一个独立的私人信号  $s_1$  和  $s_2$ ，该信号取自区间  $[0, 1]$  上的均匀分布。标的物对于两名竞标者的价值都为

$$v = 0.6s_1 + 0.8s_2$$

求每名竞标者在贝叶斯均衡中的出价策略（提示：考虑线性出价函数）。

**第五题（20 分）**

考虑两家生产同质产品的企业之间的具有折现因子  $\delta$  的两阶段博弈问题：

第一阶段：两家企业同时决定产量，进行古诺博弈。假设没有固定成本，只有可变成本。每家企业的单位生产成本都为 10，市场的反需求函数为  $p(q) = 100 - q$ ，其中  $p$  和  $q$  分别表示价格和需求量（或供给量）， $q = q_1 + q_2$ 。

第二阶段：在观察到第一阶段的结果后，两家企业进行如下的同时行动博弈：

		企业 2	
		A	B
企业 1	A	100, 100	0, 0
	B	0, 0	300, 300

试构造一个子博弈精炼纳什均衡，使得两家企业在第一阶段能合作实现垄断产量。写出你的分析过程。折现因子  $\delta$  需要满足什么条件？