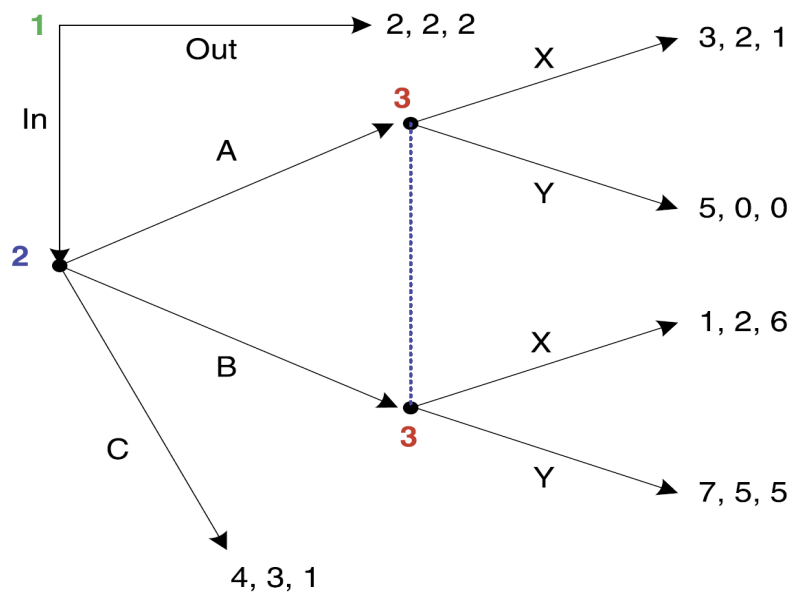


《博弈论》第 2 次作业

（完全信息动态博弈）

1. 对于下面的三人博弈：



- (1) 写出策略型表述（三变量矩阵形式），并求纯策略纳什均衡。
 - (2) 求（纯策略）子博弈精炼纳什均衡。
- （16 分）

2. 所罗门王的裁决

伊丽莎白和玛丽携带一个婴儿，出现在所罗门国王的宫殿前。两个女子都声称孩子是自己的。在生母的心目中，孩子的“价值”是 100 第纳尔，而在别的女子心目中，孩子只值 50 第纳尔。所罗门王知道两个女子中有一个是孩子的生母，他也知道孩子在生母和冒名者心目中的“价值”，但是他不知道哪个女子是孩子真正的母亲，哪个是冒名者。

为了确定哪个女子是孩子的生母，所罗门王决定采用如下办法：

所罗门王首先问伊丽莎白，这个孩子是否是她的。如果伊丽莎白回答“不是”，那么孩子将交给玛丽。

如果伊丽莎白回答“是”，所罗门王就接着问玛丽——这个孩子是否是玛丽的。如果玛丽回答“不是”，那么孩子将交给伊丽莎白。如果玛丽回答“是”，那么，玛丽必须支付 75 第纳尔给所罗门王，然后得到孩子，而伊丽莎白必须支付 10 第纳尔给所罗门王。

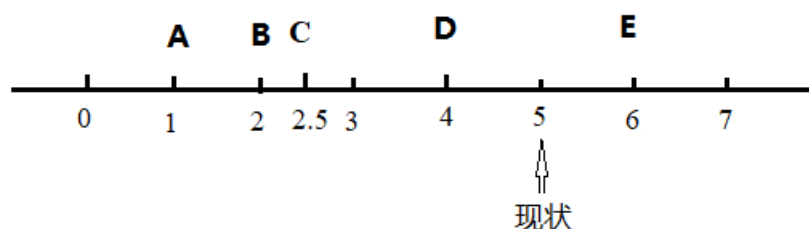
(1) 用两个博弈树描述所罗门王使用的机制：在第一个博弈树中，伊丽莎白是孩子的生母；在第二个博弈树中，玛丽是孩子的生母。

(2) 验证：所罗门王使用的机制能够保证，在每个博弈中唯一的子博弈精炼纳什均衡下，真正的母亲将得到孩子，两个女子都不需要向所罗门王付钱。

(14 分)

3. 立法问题

假设立法委员会由 A、B、C、D、E 这五名委员组成，其中 C 担任主席。立法委员会需要决策是否通过改革法案。C、D、E 三人组成了提案小组，其中 D 为组长。假设可以从某个角度对社会状况以及每名委员的真实立场用数值来刻画，如下图所示：



对任意两种社会状况进行比较时，假设每名委员总是更加偏好接近自己真实立场的社会状况。博弈时序如下：

(1) 提案小组组长 D 决定是否提出一个改革法案。若提出改革法案，则选择一个实数数值代表法案（假设为 X_d ）；若不提出，则博弈结束。

(2) 提案小组投票决定是否把组长 D 提出的法案 X_d 提交给立法委员会全体会议。如果小组内支持法案的委员不能过半数，则法案不能通过，博弈结束。

(3) 立法委员会全体会议收到提案小组通过提交的法案后，委员会主席 C 可以提出针对该法案的修正案（即由 C 自行选择一个数值，假设为 X_c ）

(4) 立法委员会全体会议就法案 X_d 和修正案 X_c 进行投票表决，得票更多的法案获胜并能进入下一阶段。

(5) 立法委员会全体会议就第 (4) 阶段的获胜法案与维持现状之间进行投票表决。

以上信息是所有委员的共同知识。

请你分析说明：提案小组组长 D 会如何决策？立法委员会主席 C 和其他每名委员又会如何行动？现状是否改变，会通过什么改革法案？你从中获得了什么启示？

(16 分)

4. 有众多同质企业正在考虑是否进入某一行业。博弈分为两个阶段：

第一阶段：每个企业同时、独立地决定是否进入该行业。若不进入，则其利润为 0；若进入，则会产生一个固定的进入成本 $F = 0.04$ 。

第二阶段：所有进入的企业同时、独立地选择产量。没有固定成本，只有可变成本。每家企业的单位生产成本都是 c ，市场的反需求函数为 $p(q) = 1 - q$ ，其中 p 和 q 分别表示价格和需求量（或供给量）。

在子博弈精炼纳什均衡中，有多少家企业会进入该行业？进入的企业会生产多少产量？产品价格是多少？

(18 分)

5. 考虑下面的双人博弈：

		乙		
		A	B	C
甲	A	3, 1	0, 0	5, 0
	B	2, 1	1, 2	3, 1
	C	1, 2	0, 1	4, 4

(1) 哪些策略是可理性化的？

(2) 求出全部的（纯策略及混合策略）纳什均衡。

(3) 如果上面的博弈进行两次，第二阶段开始前双方都能观察到第一阶段的结果，不考虑贴现因素，试设计双方的策略使之构成子博弈精炼纳什均衡，要

求在第一阶段达到 (4, 4) 的收益。验证之。

(18 分)

6. 考虑 n 家生产同质产品的企业之间的价格竞争问题。没有固定成本，只有可变成本。每家企业的单位生产成本都为 c ，市场的反需求函数为 $p(q) = a - q$ ，其中 p 和 q 分别表示价格和需求量（或供给量），且 $a > c > 0$ 。在每期，所有企业同时、独立地确定自己的价格。假定博弈重复进行无限期，且所有企业具有相同的贴现因子。

(1) 如果每期的价格都能在下一期开始之前被所有企业观察到，试构造一个子博弈精炼纳什均衡，使得所有企业能自发维持垄断价格。贴现因子需要满足什么条件？

(2) 如果每期的价格滞后一期才能够被所有企业观察到，试构造一个子博弈精炼纳什均衡，使得所有企业能自发维持垄断价格。贴现因子需要满足什么条件？

(18 分)