中微习题课2

付恒宇、丁天巽

{2100010881,2100010884}@stu.pku.edu.cn

September 29, 2023

目录

感谢前助教艾瑞对本习题课的贡献

价格弹性

- 价格弹性：数量变化率与价格变化率的比值
- 向下倾斜的需求曲线：弹性一般小于0

Example

特例：吉芬商品（爱尔兰土豆）
吉芬商品是否存在尚有争议

奢侈品和劣等品

- 收入弹性：需求变化率和收入变化率的比值
- 奢侈品：$E_{Q_x^D,M} > 1$
- 劣等品：$E_{Q_x^D,M} < 0$

几道习题

- 需求曲线上具有单位弹性的点是否意味着供应者收入最大化？反之呢？
- 如果收入和所有物品的价格均变为原来2倍，那么劣等品、奢侈品和一般商品的消费量会如何变化？

不严谨的"高等数学"

- 中级微观经济学乃至经双的先修课程包含《高等数学（B）》，期末可能涉及简单的求导、求极值、以及简单的常微分方程
- 之后几页内容大多在数学上不严谨，仅可用来大致理解相关内容

极限

- $$\lim_{x \to x_0} f(x)$$
- "边际"：考虑细微变化
- 希望变化足够小，但不能为0
- 考虑变化逐渐减小趋于0的过程

Example

点弹性与弧弹性：考虑从A点出发的弧$AB1, AB2 \ldots$,当B点逐渐靠近A点时，弧弹性会越来越靠近某个数E，其即为A点的点弹性

导数

- $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$
- 局部的化曲为直
- $f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
- 仅当$f'(x_0) = 0$成立时，x_0才可能是局部极值,反之不成立
- 此时链式法则与一维情况不同

导数基本计算

常用公式表

1、求导法则：

(1) $(u+v)'=u'+v'$　　(2) $(u-v)'=u'-v'$

(3) $(cu)'=cu'$　　(4) $(uv)'=uv'+u'v$　　(5) $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

2、基本求导公式：

(1) $(c)'=0$　　(2) $(x^a)'=ax^{a-1}$　　(3) $(a^x)'=a^x\ln a$

(4) $(e^x)'=e^x$　　(5) $(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$　　(6) $(\ln x)'=\frac{1}{x}$

(7) $(\sin x)'=\cos x$　　(8) $(\cos x)'=-\sin x$

(9) $(\tan x)'=\frac{1}{(\cos x)^2}=(\sec x)^2$

(10) $(\cot x)'=-\frac{1}{(\sin x)^2}=-(\csc x)^2$

(11) $(\sec x)'=\sec x*\tan x$　　(12) $(\csc x)'=-\csc x*\cot x$

(13) $(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　　(14) $(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(15) $(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$　　(16) $(arc\cot x)'=-\frac{1}{1+x^2}$

- 链式法则：

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}z}*\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$$

偏导数

- $\frac{\partial f}{\partial x}$
- 把多余的变量看作常数求导

Example

$f(x,y)=x^2y\ \frac{\partial f}{\partial x}=2xy\ \frac{\partial f}{\partial y}=x^2$

- 仅当$\frac{\partial f}{\partial x}=0,\frac{\partial f}{\partial y}=0$成立时，$(x_0,y_0)$才可能是局部极值，反之不成立

节日快乐!